

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$$

مثال: کدام مورد درست و کدام مورد نادرست است؟

$$\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

$$\mathbb{W} \subseteq \mathbb{N} \quad \times$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$$



هر دو صحیح و درست است.

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Q}$$

پای تخته

$$(-2)^2 = 4$$

$$A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 1\}$$

مجموعه‌ی مقابل را با نوشتن اعضاء مشخص نمایید.

اده -2, -1, 0, 1, 4
عضوهای این مجموعه
نوشته شود

بخش ۳: اعمال جبری

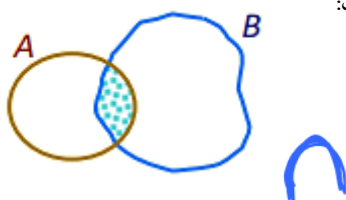
در این بخش، روش‌هایی خواهیم دید که توسط آن‌ها می‌توان با ترکیب چند مجموعه‌ی داده شده، مجموعه‌های جدیدی را تشکیل داد.

اشتراک

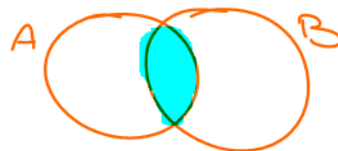
برای دو مجموعه‌ی A و B «اشتراک» آن‌ها:

مجموعه‌ی تمام اعضایی است که هم در A و هم در B قرار داشته باشند.

این مجموعه را به صورت $A \cap B$ نشان می‌دهیم. بنابراین با نماد ریاضی می‌توان نوشت:



$$A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$$



مثال: اگر $A = \{-1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{0, 2, 4\}$ و $C = \{2, -1, 6\}$ ، مجموعه‌های $A \cap B$ ، $B \cap C$ و $A \cap C$ را مشخص کنید.



$$A \cap B = \{0, 2, 4\}$$

$$B \cap C = \{2\}$$

$$A \cap C = \{-1\}$$

خواص اشتراک

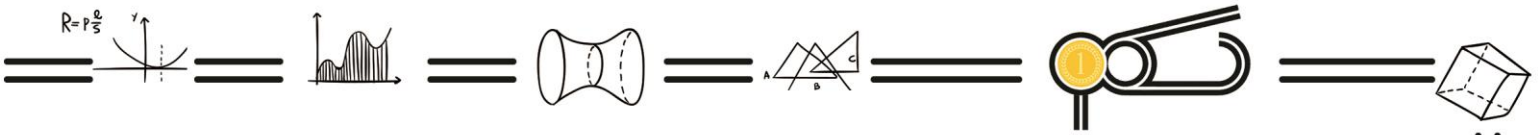
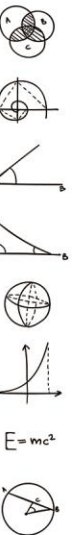
در مورد مجموعه‌های A و B به موارد ساده‌ی زیر می‌توان اشاره کرد:

- اشتراک هر مجموعه با خودش برابر همان مجموعه است:
- واضح است که تهی با هیچ مجموعه‌ای عضو مشترک ندارد:

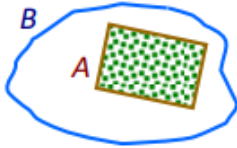
$$A \cap A = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset = \{ \}$$





▪ اگر $A \subseteq B$ باشد، اشتراک آن‌ها برابر مجموعه‌ی کوچک‌تر یعنی A است:



$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

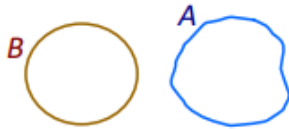
$$B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$$



(نمونه: در مثال قبل $B \subseteq A$ بوده و در نتیجه $A \cap B = B$ شده است.)

📌 **حالت ویژه:**

ممکن است دو مجموعه عضو مشترک نداشته باشند که در این صورت آنها را «جدا از هم» یا «مجزا» گویند:



$$A \cap B = \emptyset$$

برای نمونه:

در مورد مجموعه اعداد طبیعی فرد O و مجموعه اعداد طبیعی زوج E داریم:

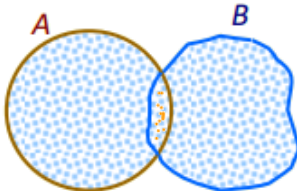
$$O \cap E = \emptyset$$

عمل دیگر بین دو مجموعه به صورت زیر بیان می‌شود:

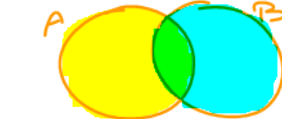


برای دو مجموعه‌ی A و B اجتماعشان را با $A \cup B$ نشان داده و آن:

شامل تمام اعضای A یا B قرار داشته باشند.



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$



بنابراین با نماد ریاضی می‌توان نوشت:

دوغ یا اجتماع
دوغ و اجتماع

توجه کنید:

مجموعه‌ی $A \cup B$ از کنار هم قرار دادن اعضای دو مجموعه بدست می‌آید و البته:

اعضای تکراری فقط یک بار نوشته می‌شوند.

مثال: اگر $A = \{-۱, ۲, ۰, ۴\}$ و $B = \{۰, ۲, ۴\}$ و $C = \{۳, -۱, ۶\}$ مجموعه‌های $A \cup B$ و $B \cup (A \cap C)$ را

مشخص کنید.

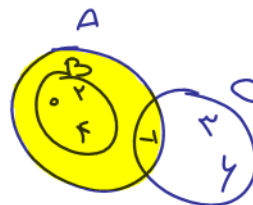


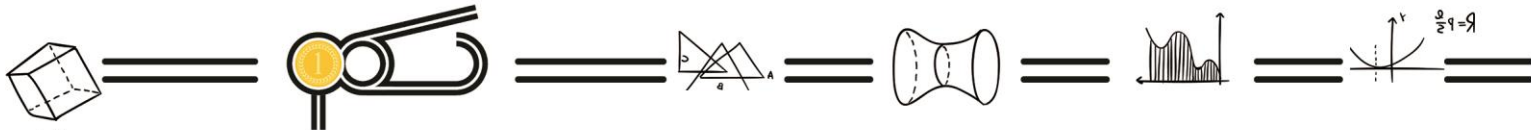
یادمان دار، یادمان دار

$$A \cup B = \{-۱, ۲, ۰, ۴\}$$



$$B \cup (A \cap C) = \{۰, ۲, ۴\} \cup \{-۱\} = \{۰, ۲, ۴, -۱\} = A$$





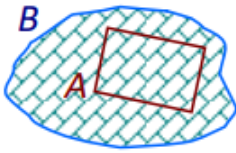
خواص اجتماع:

در مورد اجتماع مجموعه‌ها به موارد زیر می‌توان اشاره کرد:

- اجتماع هر مجموعه با خودش برابر همان مجموعه است:
- واضح است که اجتماع تهی با هر مجموعه‌ای روی آن مجموعه بی‌اثر است:
- اگر $A \subseteq B$ باشد، اجتماع آنها برابر مجموعه‌ی بزرگ‌تر یعنی B است:

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$



$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$B \subseteq A \Rightarrow A \cup B = A$$



(نمونه: در مثال قبل $B \subseteq A$ بوده و بنابراین $A \cup B = A$ شده است.)

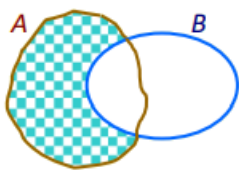
مفهوم بعدی، اختلاف اعضای یک مجموعه را با مجموعه‌ای دیگر نشان می‌دهد:

تفاضل

تفاضل مجموعه‌ی B از A را با $A - B$ نشان داده و آن:

شامل تمام عضوهایی است که در A هستند ولی در B قرار ندارند.

با نماد ریاضی می‌توان نوشت:



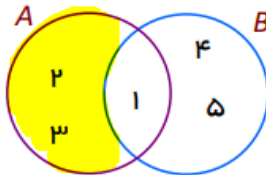
$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

به صورت مشابه:

$$B - A = \{x \mid x \notin A, x \in B\}$$

مجموعه‌ی $B - A$ نیز شامل اعضای است که در B بوده ولی در A نیستند.

مثال: با توجه به نمودار مقابل، مجموعه زیر را با اعضاء مشخص کنید.
(استان آذربایجان شرقی - فردارد ۹۸)

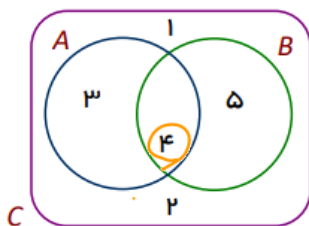


$$A - (A \cap B) = \{۲, ۳\} = A - B$$

پاسخ

*_____***_____*

مثال: (از کتاب) با توجه به نمودار روبه‌رو، کدام درست و کدام نادرست است؟



$$(A \cup B) \subseteq C \quad \checkmark \text{ (پ)}$$

$$C \subseteq (A \cup B) \quad \times \text{ (ب)}$$

$$A \subseteq C \quad \checkmark \text{ (الف)}$$

$$۴ \in (A \cup B) \quad \checkmark \text{ (ث)}$$

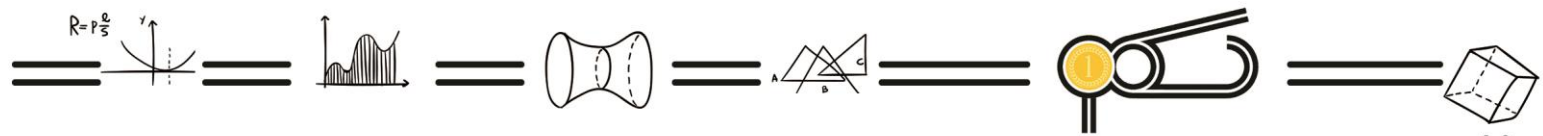
$$۴ \notin (A \cap B) \quad \times \text{ (ت)}$$

(استان اصفهان - فردارد ۱۴۰۰)

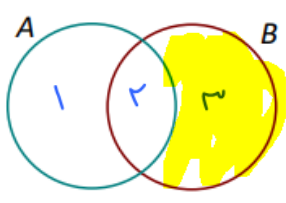
پاسخ

$$C - (A \cup B) = \{۲\}$$



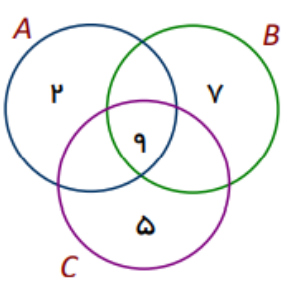


مجموعه $(B-A) \cap B$ را در نمودار روبرو هاشور بزنید.



$B-A$

پاسخ



مثال: با توجه به نمودار مقابل:

الف) مجموعه‌ی زیر را با اعضایش مشخص کنید.
 $(A \cup B) - C = \{2, 7\}$

ب) داخل مربع علامت مناسب ($\subseteq$, $\in$, $\notin$ یا $\supseteq$) قرار دهید.

$5 \notin B$ $\{9\} \subseteq A$

مثال: (از کتاب) مجموعه‌های $W-N$ و $N-Z$ و $Z-N$ را تشکیل دهید.
 $Z-N = \{0, -1, -2, \dots\}$
 $N-Z = \emptyset$
 $W-N = \{0\}$

پاسخ

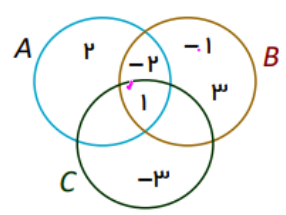
پای تخته

اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{3, 5, 1\}$ ، مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

- $B \cap (A-B) = \emptyset$
- $(A-B) \cup (A \cap B) = \{1, 2, 3\}$

پاسخ

مثال: با توجه به نمودار ون مقابل:



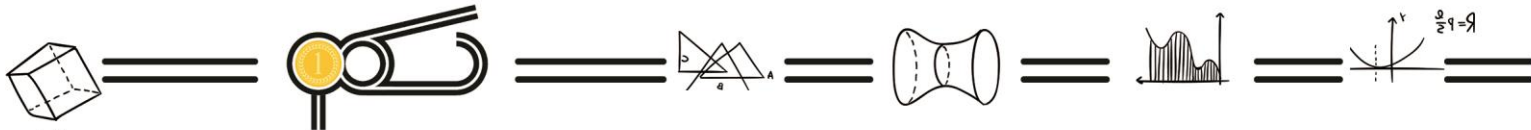
الف) در جاهای خالی نماد مناسب قرار دهید:
 $\{2, -1\} \not\subseteq B \cup C$ و $1 \in C$

ب) مجموعه‌ی بیان‌شده‌ی زیر را با نماد نوشته و مشخص کنید.

عضوهایی که در B بوده ولی در A و C نباشند.

$B - (A \cap C) = \{x \mid x \in B, x \notin (A \cap C)\}$

پاسخ

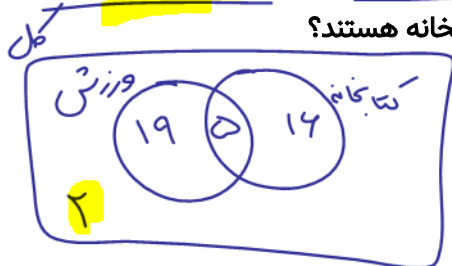


با رسم نموداری مشابه مثال قبل، نمونه‌ی بعد را پاسخ دهید:

پای تخته

۱ در یک کلاس ۴۲ نفره، ۱۸ نفر ورزش نمی‌کنند و ۲۱ نفر عضو کتابخانه نیستند. اگر ۲ نفر هم ورزش نکنند و

هم عضو کتابخانه نباشند، چند نفر هم ورزش می‌کنند و هم عضو کتابخانه هستند؟



$$42 - 2 = 40$$

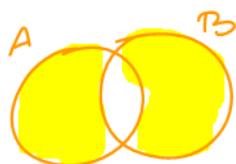
$$A \cup B = 40$$

$$19 + 14 = 33$$

۳۵ نفر
یا فقط عضو کتابخانه هستند یا فقط عضو ورزشی هستند

$$40 - 33 = 7$$

هم ورزشی و هم عضو کتابخانه هستند



$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

تفاضل متقارن: