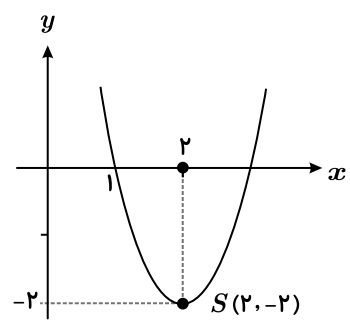
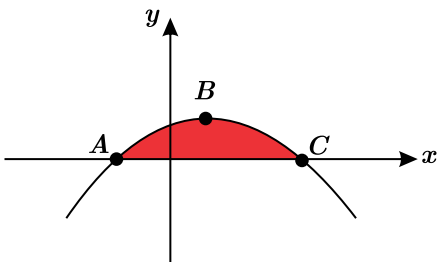
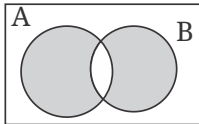
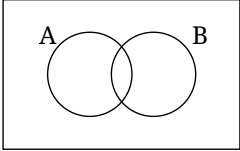
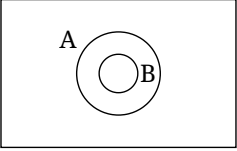
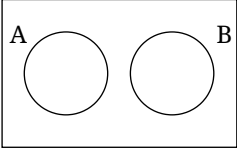
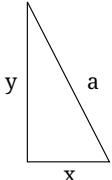
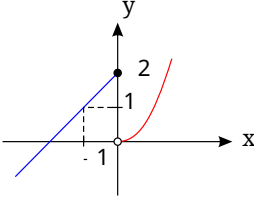
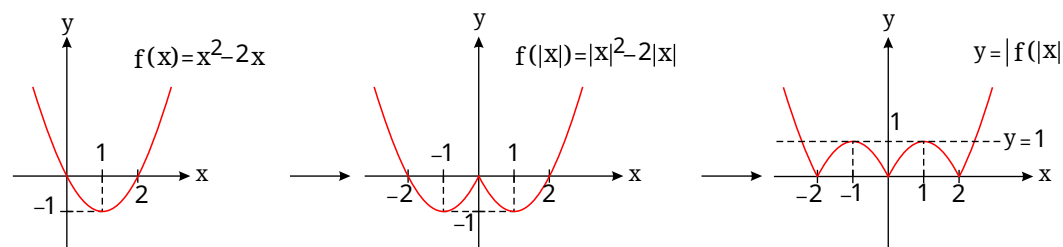


ردیف	نمره	
۱		واسطه‌ی حسابی بین دو عدد $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ را بیابید.
۲		اگر $D_f = [2, 5]$ و $D_g = [4, 12]$ آنگاه دامنه‌ی $f(\frac{x}{3}) + g(2x)$ را بدست آورید.
۳		اگر $f(x) + 2f(-x) = 2x$ مطلوب است محاسبه‌ی $f(x)$
۴		اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1}$ را به دست آورید.
۵		مساحت مثلث قائم الزاویه‌ی ۲۵ سانتی متر مربع است. طول وتر این مثلث را به عنوان تابعی از یک ضلع آن به دست آورید.
۶		نمودار تابع چند ضابطه‌ای زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین کنید. $f(x) = \begin{cases} 2+x & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$
۷		مجموع بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی $a_n = 3n - 1$ را بیابید.
۸		در دنباله‌ی هندسی a_n در حالت کلی ثابت کنید. $a_3 \times a_{17} = a_1^2$
۹		ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می‌دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین‌ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟
۱۰		معادله‌ی مقابل را حل کنید. $ x + 2x - 1 + x - 3 = 3$
۱۱		خط $y = 1$ و نمودار $y = x^2 - 2 x $ در چند نقطه تلاقی دارند؟
۱۲		معادله $\sqrt{x + \sqrt{x+11}} + \sqrt{x - \sqrt{x+11}} = 4$ را حل کنید.
۱۳		تابع وارون تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3}$ ، $x < 0$ را بیابید و دامنه آن را تعیین کنید.
۱۴	۱.۵	معادله سهمی شکل مقابل را بنویسید. 

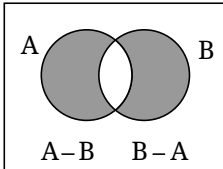
ردیف	نمره	
۱۵	۱.۷۵	شکل مقابل نمای جانبی عدسی محدب است که از منحنی سهمی به معادله $f(x) = -x^2 + 4x + 12$ مدل سازی می شود. (الف) مختصات نقاط A, B, C را به دست آورید. (B ماکزیمم سهمی است). (ب) محیط مثلث ABC را به دست آورید. (ج) اگر عدسی کاملاً متقارن و y بر حسب میلی متر باشد، بیشترین ضخامت عدسی را به دست آورید. 
۱۶		اگر بدانیم $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ آنگاه حاصل عبارات زیر را بیابید. ۱) $A \Delta A'$ ۲) $A \Delta U$ ۳) $\emptyset \Delta A$ (ب) سپس این مجموعه را روی نمودار ون نمایش دهید.
۱۷		اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه ای باشد آیا تخصیص احتمال های زیر قابل قبول است؟ (الف) $p(a) = \frac{3}{4}$ $p(b) = \frac{1}{5}$ $p(c) = \frac{2}{7}$ $p(d) = \frac{1}{3}$ (ب) $p(a) = \frac{-1}{4}$ $p(b) = \frac{1}{2}$ $p(c) = \frac{3}{20}$ $p(d) = \frac{4}{9}$
۱۸		از جعبه ای شامل ۷ مهره زرد و ۹ مهره سیاه، ۲ مهره به تصادف و بدون جای گذاری خارج می کنیم. مطلوب است احتمال اینکه (الف) هر دو مهره سیاه باشند. (ب) هر دو مهره هم رنگ باشند.
۱۹		اگر $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ باشد، چقدر احتمال دارد هیچ یک از دو پیشامد A و B رخ ندهند؟
۲۰		در شکل زیر پیشامد «فقط A رخ بدهد یا فقط B رخ بدهد» را سایه می زنیم. نمودار ون حاصل را به دست آورید. 
۲۱		اگر با ارقام ۶ و ۴ و ۱ و ۲ یک عدد چهاررقمی بسازیم، چقدر احتمال دارد این عدد زوج باشد؟
۲۲		دو پیشامد مستقل و دو پیشامد وابسته تعریف کنید؟
۲۳		فرزند اول خانواده ای دختر است. با چه احتمالی دو فرزند دیگر این خانواده پسر است؟
۲۴		از میان ۸ نفر که a و b نیز دو نفر از آنان هستند، ۳ نفر را به تصادف انتخاب می کنیم. تعداد اعضای پیشامدی را که در آن a انتخاب می شود و b انتخاب نمی شود، کدام است؟

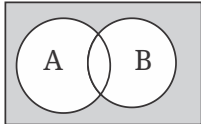
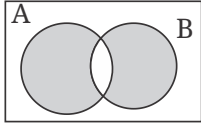
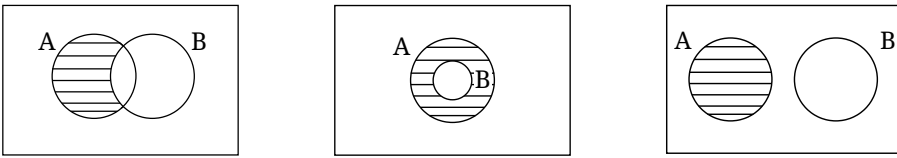
ردیف	نمره
	در هریک از شکل‌های زیر $A - B$ را نمایش دهید و آن را به صورت مجموعه‌ای جدید بنویسید.   
	۲۵

ردیف	نمره
۱	$a, b, c \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$ واسطه حسابی $\text{واسطه حسابی} = \frac{1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}}{2} = 1$
۲	$D_f = [2, 5]$ $f(\frac{x}{2}) \Rightarrow 2 \leq \frac{x}{2} \leq 5 \Rightarrow 4 \leq x \leq 10$ $D_g = [4, 12]$ $g(2x) \Rightarrow 4 \leq 2x \leq 12 \Rightarrow 2 \leq x \leq 6$ $Df(\frac{x}{2}) \cap Dg(2x) = [4, 6]$
۳	$f(x) + 2f(-x) = 2x \xrightarrow{x \rightarrow -x} f(-x) + 2f(x) = -2x$ $-2 \times \begin{cases} f(x) + 2f(-x) = 2x \\ 2f(x) + f(-x) = -2x \end{cases} \Rightarrow -3f(x) = 6x \Rightarrow f(x) = -2x$
۴	$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 4$ $P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2$ $\frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1} = \frac{\alpha(\alpha+1) + \beta(\beta+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1}$ $= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + (\alpha + \beta)}{\alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1} \rightarrow \frac{16 + 4 + 4}{-2 + 4 + 1} = \frac{24}{3} = 8$
۵	$\frac{xy}{2} = 25 \Rightarrow xy = 50 \Rightarrow y = \frac{50}{x}$ $a^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (\frac{50}{x})^2 \Rightarrow a(x) = \sqrt{x^2 + \frac{2500}{x^2}}$ 
۶	$f(x) = \begin{cases} 2+x & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases} \rightarrow \frac{x}{y} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ $D = R$ $R = R$ 
۷	این دنباله‌ی حسابی است و داریم: $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$ $a_1 = 3 - 1 = 2, a_{20} = 60 - 1 = 59$ $S_{20} = \frac{20}{2}(a_1 + a_{20}) = 10(2 + 59) = 610$
۸	$a_3 \times a_{17} = a_1 q^2 \times a_1 q^{16} = a_1^2 q^{18} = (a_1 q^9)^2 = a_{10}^2$

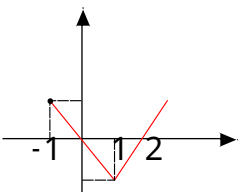
ردیف	نمره
۹	میزان کار در یک ساعت $\rightarrow x =$ زمان ماشین A به تنهایی $= \frac{1}{x}$ میزان کار در یک ساعت $\rightarrow x + 15 =$ زمان ماشین B به تنهایی $= \frac{1}{x+15}$ میزان کار در یک ساعت $\rightarrow 18 =$ زمان هر دو ماشین با هم $= \frac{1}{18}$ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{2x+15}{x(x+15)} = \frac{1}{18}$ $\Rightarrow x^2 + 15x = 36x + 270 \Rightarrow x^2 - 21x - 270 = 0$ غ ق ق $x = -9$, $x = 30$ $\Rightarrow (x-30)(x+9) = 0$ $45 =$ زمان ماشین B به تنهایی $\rightarrow 30 =$ زمان ماشین A به تنهایی
۱۰	ریشه‌های داخل قدر مطلق: $x = 0, \frac{1}{4}, 3$ غ ق ق $x = \frac{1}{4} \Rightarrow -4x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ جواب $x = \frac{1}{4} \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ جواب $x = \frac{1}{4} \Rightarrow x + 2x - 1 - x + 3 = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ غ ق ق $x = \frac{7}{4} \Rightarrow 4x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{4}$ جواب نهایی: $x = \frac{1}{4}$
۱۱	می‌دانیم $x^2 = x ^2$، پس داریم: با فرض $f(x) = x^2 - 2 x$ داریم، $f(x) = x ^2 - 2 x$، پس: بنابراین ابتدا $f(x) = x^2 - 2 x$ را رسم می‌کنیم. رأس $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \Rightarrow$ رأس $y = f(1) = 1 - 2 = -1$ $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2 x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$  خط $y = 1$ در ۴ نقطه با تابع $y = x ^2 - 2 x$ تلاقی دارد. در نقاط $x = \pm 1$ بر این تابع مماس است.
۱۲	$\sqrt{x + \sqrt{x+11}} + \sqrt{x - \sqrt{x+11}} = 4$ توان $\rightarrow x + \sqrt{x+11} + x - \sqrt{x+11} + 2\sqrt{(x + \sqrt{x+11})(x - \sqrt{x+11})} = 16$

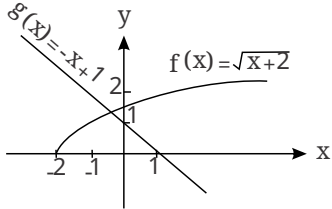
ردیف	نمره
	$\Rightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - x - 11} = 16 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x - 11} = 8 - x$ $\xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 - x - 11 = 64 - 16x + x^2 \Rightarrow 15x = 75 \Rightarrow x = 5$ حال $x = 5$ را در معادله اولیه امتحان می‌کنیم. $x = 5 \Rightarrow \sqrt{5 + \sqrt{16}} + \sqrt{5 - \sqrt{16}} = \sqrt{5 + 4} + \sqrt{5 - 4} = 3 + 1 = 4$
۱۳	$f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3}, x < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3} = y \Rightarrow x^2 - 1 = 2x^2 y + 3y$ $\Rightarrow x^2(1 - 2y) = 1 + 3y \Rightarrow x^2 = \frac{1 + 3y}{1 - 2y}$ $x^2 > 0 \Rightarrow \frac{1 + 3y}{1 - 2y} > 0 \Rightarrow \frac{y}{\frac{1+3y}{1-2y}} \left \begin{array}{ccc} -\infty & -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} & +\infty \\ - & 0 & + & - \end{array} \right. \Rightarrow -\frac{1}{3} < y < \frac{1}{2}$ $(1) \Rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{1 + 3y}{1 - 2y}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1 + 3y}{1 - 2y}} \xrightarrow{x < 0} -x = \sqrt{\frac{1 + 3y}{1 - 2y}}$ $\Rightarrow x = -\sqrt{\frac{1 + 3y}{1 - 2y}} \Rightarrow y = f^{-1}(x) = -\sqrt{\frac{1 + 3x}{1 - 2x}}, D_{f^{-1}} = R_f = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$
۱۴	ابتدا یک تابع درجه ۲ را به شکل $f(x) = ax^2 + bx + c$ در نظر می‌گیریم و با توجه به معلومات مسئله پارامترهای c, b, a را تعیین می‌کنیم. در این سؤال چون مختصات رأس داده شده است، از رابطه $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s = a(x - 2)^2 - 2$ استفاده کردیم و مختصات نقطه محل برخورد تابع با محور x ها ($x = 1$) را در تابع جایگذاری نموده و پارامترها را به دست می‌آوریم. $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s = a(x - 2)^2 - 2 \Rightarrow f(1) = a(1 - 2)^2 - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$ $\Rightarrow f(x) = 2(x - 2)^2 - 2 = 2x^2 - 8x + 6$ (صفحه ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s = a(x - 2)^2 - 2 \Rightarrow f(1) = a(1 - 2)^2 - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$ $\underbrace{f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s}_{(5 \text{ نمره})} = \underbrace{a(x - 2)^2 - 2}_{(5 \text{ نمره})} \Rightarrow a = 2$ $f(x) = 2(x - 2)^2 - 2 = 2x^2 - 8x + 6 \quad (5 \text{ نمره})$
۱۵	طول نقاط $A(-2, 0), C(6, 0)$ محل برخورد سهمی با محور طولها است. $f(x) = -x^2 + 4x + 12 = 0 \Rightarrow -(x + 2)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 6 \end{cases}$ مختصات رأس سهمی: $B \left \begin{array}{l} -b \\ 2a \end{array} = \frac{-4}{2(-1)} = 2 \right.$ $f(2) = 16$ $AB = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (16 - 0)^2} = 4\sqrt{17}$ $BC = \sqrt{(6 - 2)^2 + (16 - 0)^2} = 4\sqrt{17}$ $AC = 6 - (-2) = 8$ $P = AB + AC + BC = 8\sqrt{17} + 8$ $y_{max} = y_B = f(2) = 16$ (صفحه ۳۵ کتاب درسی)

ردیف	نمره	
	۱.۷۵	راهنمای تصحیح: طول نقاط A, C, محل برخورد سهمی با محور طولها $f(x) = -x^2 + 4x + 12 = 0 \Rightarrow -(x+2)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 6 \end{cases} \quad (\text{نمره ۲۵})$ $A \mid \begin{matrix} -2 \\ 0 \end{matrix}, C \mid \begin{matrix} 6 \\ 0 \end{matrix}$ مختصات رأس سهمی: $B \mid \begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2 \\ f(2) = 16 \end{cases} \quad (\text{نمره ۲۵})$ $ AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (16-0)^2} = 4\sqrt{17} \quad (\text{نمره ۲۵})$ $ BC = \sqrt{(6-2)^2 + (16-0)^2} = 4\sqrt{17} \quad (\text{نمره ۲۵})$ $ AC = 6 - (-2) = 8 \quad (\text{نمره ۲۵})$ $P = AB + AC + BC = 8\sqrt{17} + 8 \quad (\text{نمره ۲۵})$ $y_{max} = y_B = f(2) = 16 \quad (\text{نمره ۲۵})$
۱۶		۱) $A \Delta A' = \underbrace{(A \cup A')}_{U} - \underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} = U$ ۲) $A \Delta U = \underbrace{(A \cup U)}_U - \underbrace{(A \cap U)}_A = A'$ ۳) $\emptyset \Delta A = \underbrace{(\emptyset \cup A)}_A - \underbrace{(\emptyset \cap A)}_{\emptyset} = A$ ب)  $(A - B) \cup (B - A)$
۱۷		الف) $P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{7} + \frac{1}{3} = \frac{19}{20} + \frac{13}{21} = \frac{399 + 260}{420} = \frac{659}{420} > 1$ غ ب) زیرا $P(a)$ منفی است غ
۱۸		الف) پیشامد سیاه بودن هر دو مهره A پیشامد هم رنگ بودن دو مهره B $n(S) = \binom{16}{2} \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{9}{2}}{\binom{16}{2}} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$ ب) حالت های هر دو مهره زرد + حالت های هر دو مهره سیاه $n(B) = \binom{9}{2} + \binom{7}{2}$

ردیف	نمره
	$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{9}{2} + \binom{7}{2}}{\binom{16}{2}} = \frac{36 + 21}{120} = \frac{57}{120} = \frac{19}{40}$
۱۹	هیچ یک از دو پیشامد A و B رخ ندهد یعنی A رخ ندهد و B هم رخ ندهد. این یعنی A' و B' اشتراک بگیریم.  $P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$ (دمورگان) $= 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \right] = 1 - \frac{17}{24} = \frac{7}{24}$
۲۰	فقط A رخ بدهد یا فقط B یعنی $(A - B) \cup (B - A)$ بنابراین نمودار حاصل به شکل زیر خواهد بود. 
۲۱	تعداد کل حالات، یعنی تعداد کل اعداد ۴ رقمی که با این ارقام می توان ساخت برابر است با: $n(S) = 4 \times 4 \times 4 \times 4$ زیرا برای هر کدام از یکان، دهگان، صدگان و هزارگان ۴ حالت داریم. حالت های موردنظر ما حالت هایی است که عدد ۴ رقمی حاصل زوج باشد. یعنی رقم یکان می تواند ۲ یا ۴ یا ۶ باشد. $n(A) = 4 \times 4 \times 4 \times 3$ پس احتمال برابر است با: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 3}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{3}{4}$
۲۲	دو پیشامد را مستقل گویند اگر وقوع یا عدم وقوع یکی از پیشامدها بر دیگری اثری نداشته باشد و از نظر قواعد احتمالی دو پیشامد A و B مستقل هستند اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ اگر دو پیشامد نسبت به هم مستقل نباشند، پس وابسته هستند. در واقع مفهوم وابستگی در مقابل مفهوم استقلال قرار می گیرد.
۲۳	چون پیشامد فرزندان از هم مستقل اند، کاری به فرزند اول نداریم و احتمال پسر بودن دو تای دیگر $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ است.
۲۴	باید از ۸ تا ۳ تا برداریم که یکی از آنها a است. و قرار است b انتخاب نشود. پس دو عضو دیگر باید از ۶ عضو باقی مانده انتخاب شود. $n(A) = \binom{6}{2} = 15$
۲۵	

ردیف	نمره	
۱		ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. ۱) $\forall x \in R, x^2 \geq x$ ۲) $\exists x \in R, x^2 = x$ ۳) $\forall x \in R, x > x$ ۴) $\nexists x \in R, x^3 < x$
۲		دو تاس آبی و قرمز را با هم پرتاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد تاس آبی ۵ بیاید.
۳		دو تاس را به هوا پرتاب می‌کنیم. مطلوب است پیشامد آنکه: الف) اعداد رو شده در هر دو تاس یکسان باشند. ب) اعداد رو شده در دو تاس فرد باشند. ج) مجموع اعداد رو شده ۷ باشد.
۴		در یک شرکت راه‌سازی احتمال اعتصاب کارکنان ۵٪ اگر اعتصاب رخ دهد به احتمال ۶٪ کار به موقع تمام می‌شود. اگر اعتصاب رخ ندهد احتمال اینکه کار به موقع تمام شود ۹٪ است. اگر کار به موقع تمام شده باشد، چقدر احتمال دارد اعتصاب شده باشد؟
۵		در جعبه‌ای ۱۲ مهره سفید و ۶ مهره سبز و ۲ مهره قرمز داریم. از این جعبه یک مهره خارج می‌کنیم. احتمال سبز بودن این مهره چقدر است؟
۶		تاسی را ۳ بار می‌اندازیم. با چه احتمالی هیچ دو عددی مثل هم نیستند؟
۷		احتمال قبولی دو دوست در کنکور امسال به ترتیب ۴٪ و ۶٪ است. احتمال آنکه فقط یکی از آنها قبول شود چقدر است؟
۸		تاس همگنی را با چشم بسته انداخته‌ایم و فقط می‌دانیم که برآمد زوج است. احتمال اینکه شماره ۴ یا ۶ ظاهر شده باشد چقدر است؟
۹		اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S به طوری که $P(A) = 0.2$ و $P(B) = 0.22$ و $P(B A) = 0.7$ باشد، حاصل $P(B' A')$ چند است؟
۱۰		از بین اعداد کوچک‌تر از ۱۰ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم مشخص کنید: الف) پیشامد A که در آن عدد انتخابی اول یا مضرب ۳ باشد. ب) پیشامد B که در آن عدد انتخابی اول و مضرب ۳ باشد. ج) $A' \cap B$
۱۱		خانم‌ها اکبری، برنا، چمنی، نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب ۲۰، ۳۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال اینکه این سه نفر صفحه‌ای که به آنها سپرده می‌شود را بدون غلط انجام دهند به ترتیب ۹۰٪، ۹۵٪ و ۹۹٪ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال اینکه مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد چقدر است؟
۱۲	۱.۵	نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید: الف) اگر ارزش $p \vee \sim p$ درست باشد آنگاه $p \wedge \sim p$ نادرست است. ب) در پرتاب یک تاس احتمال وقوع اعداد زوج برابر $\frac{1}{3}$ است و احتمال وقوع اعداد اول برابر $\frac{2}{3}$ نیست.

ردیف	نمره	
۱۳	۱	به کمک جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید که عکس نقیض گزاره شرطی با خود گزاره شرطی هم‌ارز است.
۱۴	۱	سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر A پیشامد آن باشد که سکه هر سه بار مشابه بیاید و B پیشامد آن باشد که سکه زوج بار رو بیاید، با استدلال بگویید چرا A و B ناسازگار نیستند؟
۱۵	۱	فرض کنید B پیشامدی با احتمال مثبت باشد به طوری که $P(B) \neq 0$ ، در این صورت برای هر پیشامد دلخواه A ثابت کنید: $P(A' B) = 1 - P(A B)$
۱۶		نمودار تابع $y = f(x)$ در زیر داده شده است. نمودار $y = f(x)$ و $ y = f(x)$ را رسم کنید. 
۱۷		تابع بودن رابطه‌ی $(y+1)^2 + (x-2)^2 = 0$ را بررسی کنید.
۱۸		معادله زیر را حل کنید. $[x] + [x+3] - [x+4] = +2$
۱۹		به کمک رسم نمودار، ثابت کنید تابع زیر یک به یک نیست. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x-1 & x < 0 \end{cases}$
۲۰		ثابت کنید اگر به قدر نسبت یک دنباله‌ی حسابی k واحد اضافه کنیم، به مجموع n جمله‌ی اول آن مقدار $\frac{k}{p}(n^2 - n)$ واحد اضافه می‌شود.
۲۱		در دنباله‌ی هندسی a_n در حالت کلی ثابت کنید. $a_3 \times a_{17} = a_1^2$
۲۲		هر کدام از نامساوی‌های زیر را بصورت قدر مطلق بنویسید. الف) $-3 \leq x \leq 11$ ب) $x > 18$ یا $x < 6$
۲۳		نقطه‌ی $A(1, 2)$ رأس مستطیلی است که معادله‌ی دو ضلع آن به صورت $x + 2y + 5 = 0$ و $2x - y + 15 = 0$ می‌باشد؛ مساحت این مستطیل را بیابید.
۲۴		آیا تابع $f(x) = \frac{2}{5}$ وارون تابع $g(x) = \frac{5}{4}$ است؟
۲۵		اگر $A(2, 1)$ یکی از رئوس مربع $ABCD$ و $x + 2y = 3$ معادله‌ی یک قطر آن باشد: الف) معادله‌ی قطر دیگر مربع را بیابید. ب) مساحت مربع را بیابید.

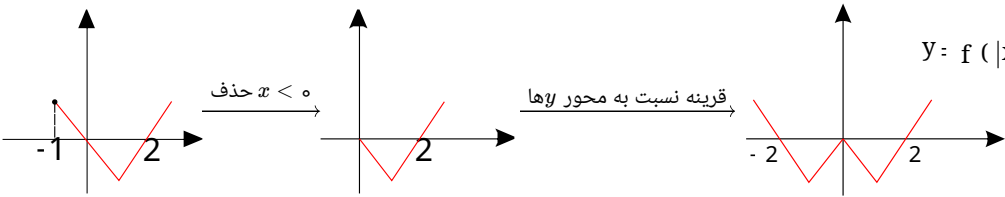
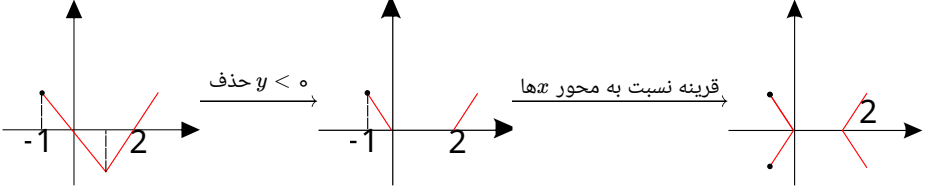
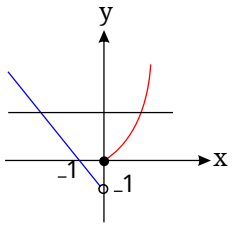
ردیف	نمره	
۲۶		با توجه به نمودار مقابل، هر کدام از عبارت‌های داده شده را در صورت امکان محاسبه کنید. 
	الف	$(f+g)(2)$
	ب	$(f+g)(-3)$
	پ	$(fg)(\frac{1}{2})$
	ت	$(f \circ g)(-4)$
	ث	$\frac{f}{g}(0)$
	ج	$(g \circ f)(-1)$
۲۷		اگر $f(x) = \frac{-1}{2}x + 5$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ کدام است؟ ۱ (۱) $\frac{13}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۴ (۴)
۲۸		اگر $f = \{(1, -1), (3, 2), (2, -2), (-3, 0)\}$ و $g = \{(0, 3), (2, -2), (3, 1), (1, 0)\}$ دو تابع باشند:
	الف	دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.
	ت	$g^{-1} \circ g(2)$ را به دست آورید.

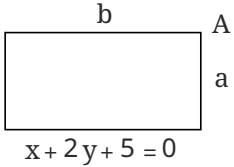
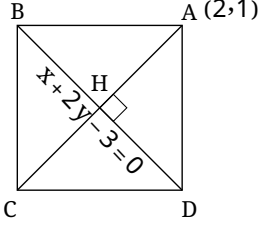
ردیف	نمره
	ب) تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.
	پ) $f \circ g(3)$ را به دست آورید.
	ت) $g^{-1} \circ g(2)$ را به دست آورید.
۲۹	کدام یک از معادلات زیر یک تابع را مشخص می‌کند؟
	الف) $3x + 2y = 12$
	ب) $x = 1$
	پ) $y = -2$
	ت) $f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq 0 \\ x - 1 & x \geq 0 \end{cases}$
	ث) $y^2 = x^2$
	ج) $y = x $
۳۰	معادله $ x - 2 = 1$ را به روش هندسی حل کنید.

ردیف	نمره
۱	غ (۴) غ (۳) ✓ (۲) غ (۱)
۲	پیشامد ۵ آمدن تاس آبی A $n(S) = ۳۶$ $A = \{(۵, ۱)(۵, ۲)(۵, ۳)(۵, ۴)(۵, ۵)(۵, ۶)\}$ $P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$
۳	$n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$ الف) $A = \{(۱, ۱), (۲, ۲), (۳, ۳), (۴, ۴), (۵, ۵), (۶, ۶)\}$ ب) $B = \{(۱, ۱), (۱, ۳), (۱, ۵), (۳, ۱), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۱), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$ ج) $C = \{(۱, ۶), (۲, ۵), (۳, ۴), (۴, ۳), (۵, ۲), (۶, ۱)\}$
۴	$A = \text{پیشامد اعتصاب کارگران} \rightarrow P(A) = ۰,۵$ $B = \text{پیشامد به موقع به اتمام رساندن کار} \rightarrow \begin{cases} P(B A) = ۰,۶ \\ P(B A') = ۰,۹ \\ P(A B) = ? \end{cases}$ $\overbrace{P(B A)}^{۰,۶} = \frac{P(A \cap B)}{\underbrace{P(A)}_{۰,۵}} \Rightarrow P(A \cap B) = ۰,۳$ $\overbrace{P(B A')}^{۰,۹} = \frac{P(B \cap A')}{\underbrace{P(A')}_{1-P(A)=۰,۵}} = \frac{P(B) - \overbrace{P(A \cap B)}^{۰,۳}}{\underbrace{P(A')}_{۰,۵}} \Rightarrow ۰,۵ \times ۰,۹ = P(B) - ۰,۳ \Rightarrow ۰,۷۵ = P(B)$ طبق بیز $\rightarrow P(A B) \cdot \underbrace{P(B)}_{۰,۷۵} = \underbrace{P(B A)}_{۰,۶} \cdot \underbrace{P(A)}_{۰,۵} \rightarrow P(A B) = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$
۵	بنابراین کل حالات ممکن برابر ۲۰ تاست. حالت های مطلوب ما، حالت هایی هستند که مهره خارج شده یکی از مهره های سبز باشد. بنابراین احتمال پیشامد مورد نظر عبارت است از: $\text{تعداد کل مهره ها} = ۱۲ + ۶ + ۲ = ۲۰$ پیشامد سبز بودن مهره خارج شده A $\Rightarrow n(S) = \binom{۲۰}{۱} = ۲۰$ $n(A) = \binom{۶}{۱} = ۶$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۲۰} = ۰,۳$
۶	احتمال مطلوب ما در مورد تاس اول $\frac{۶}{۶} = ۱$ است. زیرا هر کدام از ۶ عدد ظاهر شود مشکلی پیش نخواهد آمد در مورد تاس دوم احتمال مورد نظر ما برابر $\frac{۵}{۶}$ است. چون به هر حال در تاس اول یک عدد ظاهر شده و ما می خواهیم عدد تاس دوم و تاس اول مانند هم نباشند. به دلیل مشابه احتمال مورد نظر ما در تاس سوم $\frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$ است. پس به طور کلی احتمال اینکه هیچ دو عدد مثل هم نباشند برابر است با:

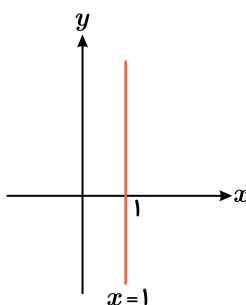
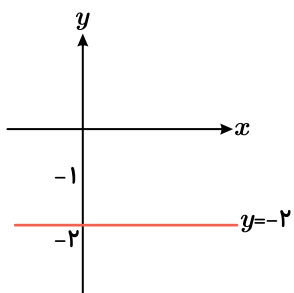
ردیف	نمره
	روش دوم: $P = \frac{6}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$ $n(A) = 6 \times 5 \times 4 = 120$ $n(S) = 6^3 = 216$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{216} = \frac{5}{9}$
۷	پیشامد قبولی نفر اول A پیشامد قبولی نفر دوم B فقط یکی از دو دوست یعنی $A \Delta B$ پس: $P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$ A و B دو پیشامد مستقل هستند. $P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A)P(B)$ $P(A)$ و $P(B)$ مستقل هستند $\rightarrow$ $= 0.4 + 0.6 - 2(0.4)(0.6) = 1 - 0.48 = 0.52$
۸	برآمد یکی از اعداد ۲ یا ۴ یا ۶ است. و ما می‌خواهیم ۴ یا ۶ باشد. پس احتمال می‌شود $\frac{2}{3}$.
۹	طبق رابطه احتمال شرطی داریم: $\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{0.2} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.14$ $P(A \cup B) = \frac{P(A)}{0.2} + \frac{P(B)}{0.22} - P(A \cap B) = 0.28$ طبق دموگان $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $\rightarrow P((A \cup B)') = P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 0.72$ $P(B' A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{0.72}{0.8} = 0.9$
۱۰	الف) $A = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\} \rightarrow n(A) = 6$ ب) $B = \{3\}$ ج) $A' \cap B = \{2, 5, 7\}$ اول باشد و مضرب ۳ نباشد
۱۱	طبق نمودار درختی داریم: با احتمال $\frac{2}{10}$ اکبری با احتمال $\frac{3}{10}$ برنا با احتمال $\frac{5}{10}$ چمنی با احتمال $\frac{10}{100}$ غلط دارد با احتمال $\frac{5}{100}$ غلط دارد با احتمال $\frac{1}{100}$ غلط دارد هر صفحه ای که برای نسخه خوانی می‌رود $P(\text{غلط داشتن هر صفحه}) = \frac{10}{100} \times \frac{2}{10} + \frac{5}{100} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{100} \times \frac{5}{10} = \frac{20 + 15 + 5}{1000} = \frac{40}{1000} = \frac{4}{100}$ $P(\text{غلط داشتن} \cap \text{نسخه خوانی خانم اکبری}) = \frac{P(\text{غلط داشتن})}{P(\text{غلط داشتن})} = \frac{2}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$

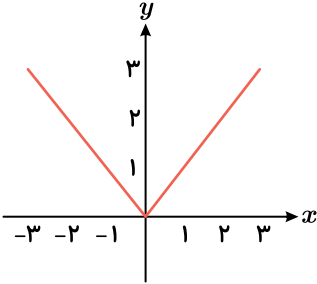
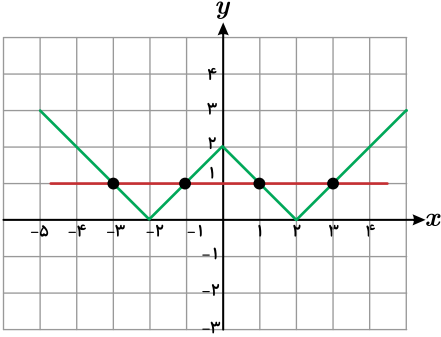
ردیف	نمره																																																													
۱۲	۱.۵	الف) ارزش $p \vee \sim p$ درست است و ارزش $p \wedge \sim p$ نادرست نیست. ب) در پرتاب یک تاس احتمال وقوع اعداد زوج برابر $\frac{1}{3}$ نیست یا احتمال وقوع اعداد اول برابر $\frac{2}{3}$ است. (صفحه ۷، ۸، ۱۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) ارزش $p \vee \sim p$ درست است (۲۵/۰ نمره) و $p \wedge \sim p$ نادرست نیست. (۲۵/۰ نمره) ب) در پرتاب یک تاس احتمال وقوع اعداد زوج برابر $\frac{1}{3}$ نیست (۲۵/۰ نمره) یا $\frac{2}{3}$ است. (۲۵/۰ نمره)																																																												
۱۳	۱	<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$\sim p$</th><th>$\sim q$</th><th>$p \Rightarrow q$</th><th>$\sim q \Rightarrow \sim p$</th></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr></table> راهنمای تصحیح: <table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$\sim p$</th><th>$\sim q$</th><th>$p \Rightarrow q$</th><th>$\sim q \Rightarrow \sim p$</th></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr></table> (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)	p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	د	د	ن	ن	د	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	د	د	ن	د	د	ن	ن	د	د	د	د	p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	د	د	ن	ن	د	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	د	د	ن	د	د	ن	ن	د	د	د	د
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$																																																									
د	د	ن	ن	د	د																																																									
د	ن	ن	د	ن	ن																																																									
ن	د	د	ن	د	د																																																									
ن	ن	د	د	د	د																																																									
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$																																																									
د	د	ن	ن	د	د																																																									
د	ن	ن	د	ن	ن																																																									
ن	د	د	ن	د	د																																																									
ن	ن	د	د	د	د																																																									
۱۴	۱	سکه هر سه بار مشابه بیاید، یعنی هر سه رو بیاید، یا هر سه پشت بیاید: $A = \{(P, P, P), (R, R, R)\}$ سکه زوج بار رو بیاید؛ یعنی صفر بار یا دو بار رو بیاید: $B = \{(P, P, P), (R, R, P), (R, P, R), (P, R, R)\}$ $A \cap B = \{(P, P, P)\}$ اشتراک A و B تهی نیست؛ پس A و B ناسازگار نیستند. (صفحه ۴۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: سکه هر سه بار مشابه بیاید؛ یعنی هر سه رو بیاید، یا هر سه پشت بیاید: $A = \{(P, P, P), (R, R, R)\} \text{ (۲۵/۰ نمره)}$ سکه زوج بار رو بیاید؛ یعنی صفر بار یا دو بار رو بیاید: $B = \{(P, P, P), (R, R, P), (R, P, R), (P, R, R)\} \text{ (۲۵/۰ نمره)}$ $A \cap B = \{(P, P, P)\} \text{ (۲۵/۰ نمره)}$ اشتراک A و B تهی نیست؛ پس A و B ناسازگار نیستند. (۲۵/۰ نمره)																																																												

ردیف	نمره	
۱۵	۱	$P(A' B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - P(A B)$ (صفحه ۵۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $P(A' B) = \frac{\overbrace{P(A' \cap B)}^{(نمره ۰٫۲۵)}}{P(B)} = \frac{\overbrace{P(B - A)}^{(نمره ۰٫۲۵)}}{P(B)} = \frac{\overbrace{P(B) - P(A \cap B)}^{(نمره ۰٫۲۵)}}{P(B)} = \frac{\overbrace{P(B)}^{(نمره ۰٫۲۵)}}{P(B)} - \frac{\overbrace{P(A \cap B)}^{(نمره ۰٫۲۵)}}{P(B)} = 1 - P(A B)$
۱۶		برای رسم $y = f(x)$ ابتدا $x < 0$ را حذف کرده سپس قسمت باقیمانده آن را نسبت به محور y ها تقارن می‌دهیم.  برای رسم $y = f(x)$ ابتدا $y < 0$ را حذف کرده سپس قسمت باقیمانده آن را نسبت به محور x ها تقارن می‌دهیم. 
۱۷		$(y + 1)^2 + (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow \text{جمع دو جمله‌ی نامنفی صفر شده پس تک تک جملات صفر است} \Rightarrow \begin{matrix} x = 2 \\ y = -1 \end{matrix}$ جواب این رابطه فقط تک نقطه‌ی $(2, -1)$ است پس این رابطه تابع است.
۱۸		می‌دانیم که $k \in \mathbb{Z} \rightarrow [x + k] = [x] + k$ $[x] + [x + 3] - [x + 4] = +2$ $[x] + [x] + 3 - [x] - 4 = 2$ $[x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4$
۱۹		$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x - 1 & x < 0 \end{cases}$  خطوط موازی محور x ها نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع کرده پس تابع یک به یک نیست.
۲۰		$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d), S'_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)(d + k))$

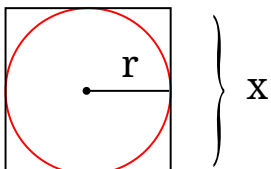
ردیف	نمره
	$S'_n - S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d + (n-1)k) - \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ $= \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) + \frac{n}{2}(n-1)k - \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ $= \frac{n}{2}(n-1)k = \frac{k}{2}(n^2 - n)$
۲۱	$a_3 \times a_{17} = a_1 q^2 \times a_1 q^{16} = a_1^2 q^{18} = (a_1 q^9)^2 = a_{10}^2$
۲۲	باید میانگین ۳- و ۱۱ را از ۳ طرف کم کرد. الف) $-3 \leq x \leq 11$ $\frac{-3+11}{2} = 4 \Rightarrow -3-4 \leq x-4 \leq 11-4 \Rightarrow -7 \leq x-4 \leq 7 \Rightarrow x-4 \leq 7$ ب) $\frac{6+18}{2} = 12 \Rightarrow x < 6$ یا $x > 18 \Rightarrow x-12 < 16-12$ یا $x-12 > 18-12$ $\Rightarrow x-12 < -6$ یا $x-12 > 6 \Rightarrow x-12 > 6$
۲۳	نقطه $A(1, 2)$ در هیچکدام از دو خط $x + 2y + 5 = 0$ و $2x - y + 15 = 0$ صدق نمی‌کند، پس شکل آن به صورت زیر است. فاصله A تا خط $a: x + 2y + 5 = 0$ $= \frac{ 1+4+5 }{\sqrt{1+4}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$ فاصله A تا خط $b: 2x - y + 15 = 0$ $= \frac{ 2-2+15 }{\sqrt{4+1}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$ مساحت مستطیل $S = ab = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 30$. 
۲۴	خیر. تابع $f(x) = \frac{2}{5}$ تابع ثابت بوده و یک به یک نمی‌باشد. پس وارون پذیر هم نیست.
۲۵	نادرست. $x + 2y = 3$, $A(2, 1)$ $2 + 2 \times 1 = 3 \Rightarrow 4 = 3 \Rightarrow 4 \neq 3$ چون رأس $A(2, 1)$ روی خط $x + 2y - 3 = 0$ صدق نمی‌کند، بنابراین شکل مسئله به صورت مقابل است. الف)  $2y = -x + 3 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ شیب قطر $BD = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ شیب قطر $AC = 2$, $A(2, 1)$ $\Rightarrow y - y_A = m_{AC}(x - x_A) \Rightarrow y - 1 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 3$ ب) فاصله A تا قطر BD برابر با نصف قطر مربع است. $AH = \frac{ 2+2 \times 1 - 3 }{\sqrt{1+4}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow$ قطر مربع $d = 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ در نتیجه: $S = \frac{1}{2}d^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$
۲۶	
	الف
	ج

ردیف	نمره
	$f(x) = \sqrt{x+2}, D_f = [-2, +\infty)$ $g(x) = -x + 1, D_g = \mathbb{R}$ $D_f \cap D_g = [-2, +\infty) \Rightarrow D_{f+g} = [-2, +\infty)$ $(f+g)(2) = f(2) + g(2) = \sqrt{4} + (-2+1) = 2 + (-1) = 1$
	ب $-3 \notin [-2, +\infty) \Rightarrow (f+g)(-3) = \text{تعریف نشده}$
	پ $(fg)(\frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2})g(\frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{1}{2}+2} \times (-\frac{1}{2}+1) = \sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$
	ت $(fog)(-4) = f(g(-4)) = f(5) = \sqrt{5+2} = \sqrt{7}$
	ث $(\frac{f}{g})(\circ) = \frac{f(\circ)}{g(\circ)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$
	ج $(gof)(-1) = g(f(-1)) = g(\sqrt{-1+2}) = g(1) = -1+1 = \circ$
۲۷	گزینه ۴: ۴
۲۸	
	الف $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = \circ\} = \{3, 2\}$
	ب $\frac{f}{g} = \{(3, 2), (2, 1)\}$
	پ $fog(3) = f(g(3)) = f(1) = -1$
	ت $g^{-1}og(2) = g^{-1}(g(2)) = g^{-1}(-2) = 2$

ردیف	نمره
۲۹	
الف	$3x + 2y = 12 \Rightarrow 2y = -3x + 12 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 6$ y بر حسب x یک جواب دارد، پس تابع است.
ب	تابع نیست، زیرا به ازای مقدار ثابت ۱ برای x، y هر مقداری می تواند باشد. مثلاً دو زوج مرتب $(1, 2)$ و $(1, 4)$ در رابطه $x = 1$ صدق می کنند، پس تابع نیست. نمودار آن خطی قائم موازی محور yها است. 
پ	تابع است، زیرا به ازای هر مقدار x فقط یک مقدار برای y به دست می آید. 
ت	$y_1 = x + 3$ روی دامنه خود $(x \leq 0)$ تابع است. همین طور $y_2 = x - 1$ روی دامنه خود $(x \geq 0)$ تابع می باشد. حال با اشتراک دامنه ها خواهیم داشت: $x \leq 0 \cap x \geq 0 = \{0\}$ برای x مشترک، مقادیر y را از دو ضابطه تابع به دست می آوریم. اگر مقدار yها برابر باشد، f تابع است: $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 + 3 = 3 \\ y = 0 - 1 = -1 \end{cases}$ چون به ازای $x = 0$ دو مقدار برای y به دست آمده است، پس f تابع نیست.
ث	$y^2 = x^2 \Rightarrow \sqrt{y^2} = \sqrt{x^2} \Rightarrow y = x \Rightarrow y = \pm x$ مثال نقض: $x = 2 \Rightarrow y^2 = 2^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2$ y بر حسب x دو جواب دارد، پس تابع نیست.
ج	تابع است، زیرا به ازای هر مقدار x فقط یک مقدار برای y به دست می آید.

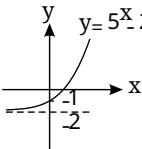
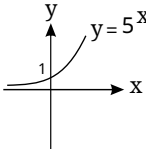
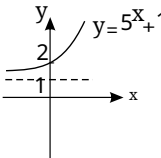
ردیف	نمره	
	 $y = x = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$	
	جواب‌های معادله $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3, x_4 = -3$ 	۳۰

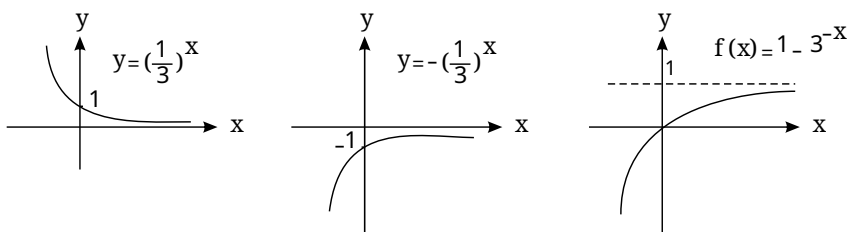
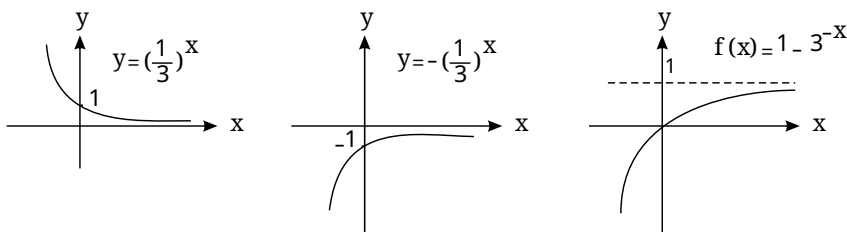
ردیف	نمره
۱	نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $y = 5^x - 2$ ب) $y = 5^x + 1$
۲	خط $y = \frac{3}{\sqrt[5]{27}}$ تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{3}{\sqrt[3]{9}}\right)^{-x}$ را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟
۳	برد تابع $y = \frac{3^x - 1}{3^x + 4}$ را بیابید.
۴	در تصفیه آب، داخل فیلترها لایه تمیزکننده‌ای قرار دارد که حدود ۳۰ درصد از ناخالصی‌ها را حذف می‌کند و در نتیجه ۷۰ درصد از ناخالصی‌ها باقی می‌ماند. اگر داخل این فیلترها دو لایه قرار دهیم، آنگاه $0.7 \times 0.7 = 0.49$ یا ۴۹ درصد از ناخالصی‌ها باقی می‌ماند. الف) درصد ناخالصی‌های موجود در آب از کدام رابطه به دست می‌آید؟ ب) با قرار دادن چند لایه در فیلتر می‌توان بیش از ۹۶ درصد از ناخالصی‌های آب را از بین برد؟
۵	اگر $f(x) = 1 - 3^{-x}$ باشد، دامنه‌ی تابع‌های زیر را بیابید.
	الف) $y = \sqrt{f(x)}$
	ب) $y = \sqrt{xf(x)}$
۶	نامعادلات توانی زیر را حل کنید.
	الف) $5^x \times \frac{1}{25} < \sqrt[3]{5^x}$
	ب) $32 \geq 2^x \times \frac{1}{4^x}$
۷	در تابع نمایی $f(x) = m \cdot a^x$ اگر $f(2) = 2$ ، $f(5) = \frac{1}{4}$ ، آنگاه حاصل $f(8) - f(0)$ را بیابید.
۸	اگر $f(x) + f(2) = x^2 + 2$ باشد حاصل $f(\sin x)$ را به دست آورید.

ردیف	نمره
۹	یک پی (فونداسیون) بتنی مربع شکل به عنوان پایه ای برای یک مخزن گازوئیل استوانه ای استفاده می شود. (شکل مقابل) الف) شعاع مخزن، r را به عنوان تابعی از x (ضلع مربع) بنویسید. ب) مساحت A پایه دایره ای شکل را به عنوان تابعی از r بنویسید. ج) $(Aor)(x)$ را بیابید و تعبیر کنید. 
۱۰	برای دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{4}{x}$ تابع $f \circ g$ و دامنه آن را به دست آورید.
۱۱	اگر در یک دنباله حسابی مجموع n جمله اول از رابطه $s_n = n^2 + n$ به دست آید، جمله عمومی دنباله را به دست آورید.
۱۲	اگر به قدر نسبت یک دنباله عددی ۲ واحد اضافه کنیم، به جمله دهم آن چند واحد اضافه می شود؟
۱۳	معادله ی مقابل را حل کنید. $2x - x^2 = \sqrt{6x^2 - 12x + 7}$
۱۴	ثابت کنید اگر به قدر نسبت یک دنباله حسابی k واحد اضافه کنیم، به مجموع n جمله اول آن مقدار $\frac{k}{3}(n^2 - n)$ واحد اضافه می شود.
۱۵	در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله بوده و $x_2 = kx_1$ آن گاه ثابت کنید. $\frac{(k+1)^2}{k} = \frac{b^2}{a \cdot c}$
۱۶	مجموعه های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید. $A = \{x x \in \mathbb{Z}, 2x+1 \leq 1\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} 2x^3 - x^2 - x = 0\}$ $C = \{x \in \mathbb{N} x - 4 < 1\}$ $D = \{x \in \mathbb{Z} 2x^2 - 5x - 3 = 0\}$
۱۷	اگر $A = \{x x \in \mathbb{Z}, x^2 - x = 0\}$ و $B = \{x x \in \mathbb{Z}, x \leq 1\}$ باشد، حاصل $A \times B$ و $B \times A$ را به کمک اعضا و روی دستگاه محورهای مختصات نمایش دهید.
۱۸	درستی یا نادرستی تساوی های زیر را با کمک نمودار ون مشخص کنید. ۱) $A - B = A \cap B'$ ۲) $A - B = B' - A'$ ۳) $A - B = A - (A \cup B)$ ۴) $A - B = A - (A \cap B)$
۱۹	اگر A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، با استفاده از جبر مجموعه ها عبارت $(A - B) \cup (A \cap B)$ را تا حد امکان ساده کنید.

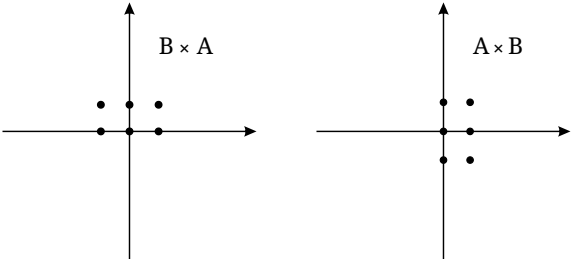
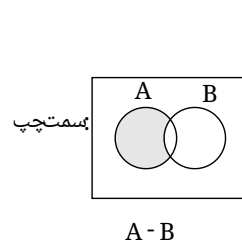
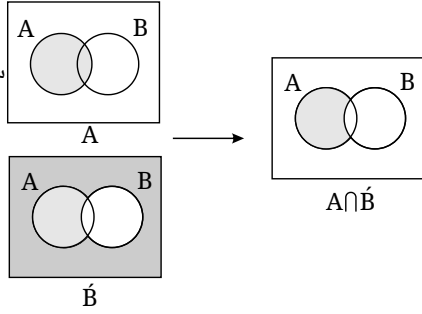
ردیف	نمره	
۲۰	۱.۵	اگر $A = \{k^2 k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} x^2 = x\}$ مفروض باشند: الف) مجموعه‌های A و B را با اعضا نمایش دهید. ب) مجموعه $A \times B$ را بنویسید. ج) نمودار دکارتی $B \times A$ را رسم کنید. د) تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $(A \times B) - (B \times A)$ را به دست آورید.
۲۱	۲	در هر مورد گزینه درست را انتخاب کنید: الف) نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ کدام است؟ (۱) $\sim p \vee q$ (۲) $p \wedge \sim q$ (۳) $p \vee \sim q$ (۴) $\sim p \wedge q$ ب) گزاره $p \Rightarrow p$ معادل کدام گزینه است؟ (۱) p (۲) $\sim p$ (۳) T (۴) F ج) ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟ (۱) $p \Rightarrow (p \vee q)$ (۲) $(p \wedge q) \Rightarrow p$ (۳) $\sim p \vee p$ (۴) $\sim p \wedge p$ د) اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} 0 \leq x < 5\}$ دامنه متغیر باشد، ارزش کدام گزاره سوری نادرست است؟ (۱) $\exists x \in A; x + 3 \leq 4$ (۲) $\forall x \in A; x + 2 \leq 9$ (۳) $\exists x \in A; x^2 < x$ (۴) $\forall x \in A; x^3 + 1 > x^2$
۲۲	۱	عکس نقیض گزاره شرطی زیر را بنویسید: $(\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 > 0) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{N} ; y^2 + 2y + 1 = 0)$
۲۳	۰.۵	دامنه متغیر و مجموعه جواب گزاره‌نمای زیر را تعیین کنید: «در پرتاب یک تاس احتمال اینکه پیشامد A رخ دهد برابر $\frac{1}{p}$ است»
۲۴	۲	در هر مورد گزینه درست را انتخاب کنید: الف) اگر مجموعه A دارای سه عضو باشد، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $P(A)$ کدام است؟ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۲۵۶ (۴) ۵۱۲ ب) از گزاره سوری $\exists x : (x \in A \wedge x \notin B)$ کدام گزینه نتیجه می‌شود؟ (۱) $B \not\subseteq A$ (۲) $A \subseteq B$ (۳) $B \subseteq A$ (۴) $A \not\subseteq B$ ج) اگر $B' \subseteq A'$ باشد، حاصل $A \cap B$ کدام است؟ (۱) A (۲) B (۳) B' (۴) A' د) اگر برای دو مجموعه $A = \{2, x + 2y, 4\}$ و $B = \{4, 5, x - y\}$ داشته باشیم $A \times B = B \times A$ آنگاه مقدار $x + y$ کدام است؟ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱

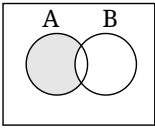
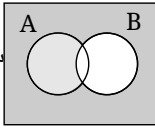
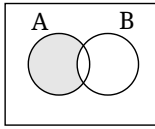
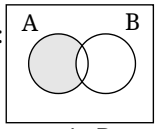
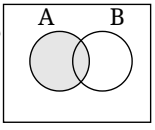
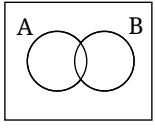
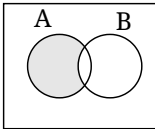
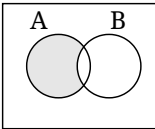
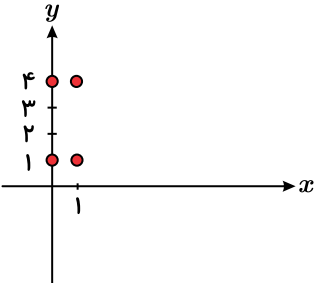
ردیف	نمره
۲۵	۲
به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:	
$(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$	

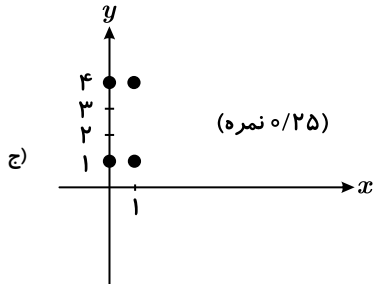
ردیف	نمره																
۱		 (الف)  (ب)															
۲		$\left(\frac{3}{\sqrt[5]{9}}\right)^{-x} = \frac{3}{\sqrt[5]{27}} \Rightarrow \left(\frac{3}{\sqrt[5]{3^2}}\right)^{-x} = \frac{3}{\sqrt[5]{3^3}} \Rightarrow \left(\frac{3}{3^{\frac{2}{5}}}\right)^{-x} = \frac{3}{3^{\frac{3}{5}}}$ $\Rightarrow (3^{1-\frac{2}{5}})^{-x} = 3^{1-\frac{3}{5}} \Rightarrow (3^{\frac{3}{5}})^{-x} = 3^{\frac{2}{5}} \Rightarrow 3^{-\frac{3x}{5}} = 3^{\frac{2}{5}}$ $\Rightarrow -\frac{3x}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = -\frac{2}{3} = -1, \frac{2}{3} \rightarrow \text{نقطه‌ی برخورد } (-1, \frac{3}{\sqrt[5]{27}})$															
۳		روش اول: $y = \frac{3^x - 1}{3^x + 4} = \frac{3^x + 4 - 4 - 1}{3^x + 4} = 1 - \frac{5}{3^x + 4}$ $0 < 3^x < +\infty \Rightarrow 4 < 3^x + 4 < +\infty \Rightarrow 0 < \frac{1}{3^x + 4} < \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{-5}{4} < \frac{-5}{3^x + 4} < 0 \Rightarrow \frac{-1}{4} < 1 - \frac{5}{3^x + 4} < 1 \Rightarrow \frac{-1}{4} < y < 0$ روش دوم: با فرض $3^x = t$ داریم: $y = \frac{t - 1}{t + 4} \rightarrow t - 1 = yt + 4y \rightarrow t - yt = 4y + 1 \rightarrow t(1 - y) = 4y + 1$ $t = \frac{4y + 1}{1 - y} \Rightarrow 3^x = \frac{4y + 1}{1 - y} \Rightarrow 3^x > 0 \Rightarrow \frac{4y + 1}{1 - y} > 0$ <table><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{1}{4}$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$\frac{4y+1}{1-y}$</td><td>-</td><td>•</td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td></td><td></td><td>ن</td><td>ن</td><td></td></tr></table> $-\frac{1}{4} < y < 1 \Rightarrow \text{برد تابع} = (-\frac{1}{4}, 1)$	y	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	1	$+\infty$	$\frac{4y+1}{1-y}$	-	•	+	-			ن	ن	
y	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	1	$+\infty$													
$\frac{4y+1}{1-y}$	-	•	+	-													
		ن	ن														
۴		(الف) درصد ناخالصی‌های باقیمانده در آب تابعی از تعداد لایه‌ها می‌باشد، اگر تعداد t لایه استفاده شود و درصد ناخالصی‌های باقی‌مانده را با $f(t)$ نشان دهیم، داریم: $f(t) = (0,7)^t$ (ب) بیش از ۹۶ درصد از ناخالصی‌ها از بین برود، یعنی ناخالصی‌های باقی‌مانده کمتر از ۴ درصد می‌باشد یعنی داریم: $f(t) \leq \frac{4}{100} \Rightarrow (0,7)^t \leq 0,04 \Rightarrow \log_{(0,7)}(0,7)^t \geq \log_{(0,7)}(0,04) \Rightarrow t \geq \log_{(0,7)}(0,04) \Rightarrow t \geq 9,02$ حداقل ۱۰ لایه باید قرار داد.															
۵																	
الف		ابتدا نمودار تابع $f(x) = 1 - 3^{-x}$ را رسم می‌کنیم. $f(x) = 1 - 3^{-x} = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^x$															
ب		ابتدا نمودار تابع $f(x) = 1 - 3^{-x}$ را رسم می‌کنیم.															

ردیف	نمونه
	 $y = \sqrt{f(x)} \rightarrow f(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \rightarrow D_y = [0, +\infty)$
	ب ابتدا نمودار تابع $f(x) = 1 - 3^{-x}$ را رسم می‌کنیم. $f(x) = 1 - 3^{-x} = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^x$  $y = \sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x \leq 0 \\ f(x) \leq 0 \end{cases}$ $\downarrow \qquad \qquad \downarrow$ $x \geq 0 \qquad \text{یا} \qquad x \leq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow \text{دامنه} = \mathbb{R}$
۶	
	الف $5^x \times \frac{1}{5^2} < 5^{\frac{5}{2}} \Rightarrow 5^{x-2} < 5^{\frac{5}{2}} \xrightarrow{5>1} x-2 < \frac{5}{2}$ $\Rightarrow x - \frac{x}{3} < 2 \Rightarrow \frac{2}{3}x < 2 \Rightarrow \boxed{x < 3}$
	ب $2^5 \geq 2^x \times 2^{-x} \Rightarrow 2^5 \geq 2^x \times 2^{-2x} \Rightarrow 2^5 \geq 2^{-x}$ $\xrightarrow{2>1} 5 \geq -x \Rightarrow \boxed{x \geq -5}$
۷	$f(x) = m \cdot a^x$ $f(2) = 2 \Rightarrow m \cdot a^2 = 2, f(5) = \frac{1}{4} \Rightarrow m \cdot a^5 = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{m \cdot a^5}{m \cdot a^2} = \frac{\frac{1}{4}}{2} \Rightarrow a^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow m \cdot a^2 = 2 \Rightarrow m \times \frac{1}{4} = 2$

ردیف	نمره
	$\Rightarrow m = 1 \Rightarrow f(x) = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^x \times 2^{-x} \Rightarrow f(x) = 2^{x-x}$ $f(1) - f(0) = 2^{1-1} - 2^0 = \frac{1}{32} - 1 = \frac{1-256}{32} = -\frac{255}{32}$
۸	$f(x) + f(2) = x^2 + 2 \xrightarrow{x=2} 2f(2) = 6 \Rightarrow f(2) = 3$ $f(x) + 3 = x^2 + 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f(\sin x) = \sin^2 x - 1 = -\cos^2 x$
۹	(الف) $2r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2} \Rightarrow r(x) = \frac{x}{2}$ (ب) $A(r) = \pi r^2$ (ج) $(A \circ r)(x) = A(r(x)) = A\left(\frac{x}{2}\right) = \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4}$ $(A \circ r)(x)$ تابعی است که مساحت را به عنوان تابعی از x بیان می کند.
۱۰	$f(x) = \frac{1}{x-3}, x \neq 3 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{3\}$ $g(x) = \frac{4}{x}, x \neq 0 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \neq 0 \mid g(x) \neq 3\}$ $g(x) \neq 3 \Rightarrow \frac{4}{x} \neq 3 \Rightarrow x \neq \frac{4}{3} \Rightarrow D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \left\{0, \frac{4}{3}\right\}$ $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{4}{x}\right) = \frac{1}{\frac{4}{x}-3} = \frac{1}{\frac{4-3x}{x}} = \frac{x}{4-3x}$
۱۱	$a_1 = S_1 = 1 + 1 = 2$ $S_2 = (2)^2 + 2 = 6 \Rightarrow a_1 + a_2 = 6 \xrightarrow{a_1=2} a_2 = 4$ $d = a_2 - a_1 = 4 - 2 = 2$ $a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + (n-1)2 \Rightarrow a_n = 2n$
۱۲	$a_{10} = a_1 + 9d$ $a'_{10} = a_1 + 9(d+2) = a_1 + 9d + 18 = a_{10} + 18$ $a'_{10} = a_{10} + 18$ پس ۱۸ واحد اضافه می شود.
۱۳	$2x - x^2 = \sqrt{6(x^2 - 2x) + 7} \quad 2x - x^2 = t$ $t = \sqrt{-6t + 7} \rightarrow t^2 = -6t + 7 \rightarrow t^2 + 6t - 7 = 0$ $t = 1 \rightarrow 2x - x^2 = 1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x=1}$ جمع ضرایب صفر $\rightarrow t = 1, t = -7$ غیر قابل قبول $\rightarrow t = 1 \rightarrow 1 = \sqrt{-6 + 7} \quad \checkmark$
۱۴	$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d), S'_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)(d+k))$ $S'_n - S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d + (n-1)k) - \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ $= \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) + \frac{n}{2}(n-1)k - \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ $= \frac{n}{2}(n-1)k = \frac{k}{2}(n^2 - n)$

ردیف	نمونه
۱۵	$x_1 + x_r = -\frac{b}{a}, x_r = kx_1 \Rightarrow x_1 + kx_1 = -\frac{b}{a} \Rightarrow (1+k)x_1 = -\frac{b}{a}$ $\Rightarrow x_1 = -\frac{b}{a(k+1)} \Rightarrow x_r = \frac{-kb}{a(k+1)} \Rightarrow x_1 x_r = \frac{c}{a}$ $\Rightarrow \frac{kb^r}{a^r(k+1)^r} = \frac{c}{a} \Rightarrow akb^r = a^r c(k+1)^r \Rightarrow kb^r = a \cdot c(k+1)^r \Rightarrow \frac{(k+1)^r}{k} = \frac{b^r}{a \cdot c}$
۱۶	$A = \{-1, 0\} \quad -1 \leq 2x + 1 \leq 1 \rightarrow -2 \leq 2x \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 0$ $B = \left\{0, 1, -\frac{1}{2}\right\} \quad x(2x^2 - x - 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ \Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9 \quad x = \frac{1 \pm 3}{4} \end{cases} \begin{cases} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$ $C = \{1, 2, 3, 4\} \quad x < 5$ $D = \left\{3, -\frac{1}{2}\right\} \quad 2x^2 - 5x - 3 = 0 \quad \Delta = 25 - 4(2)(-3) = 49 \rightarrow x = \frac{5 \pm 7}{4} \begin{cases} 3 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$
۱۷	$A = \{0, 1\} \quad x^2 - x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ $B = \{-1, 0, 1\} \quad -1 \leq x \leq 1$ $A \times B = \{(0, -1)(0, 0)(0, 1)(1, -1)(1, 0)(1, 1)\}$ $B \times A = \{(-1, 0)(-1, 1)(0, 0)(0, 1)(1, 0)(1, 1)\}$ 
۱۸	۱) $A - B = A \cap B'$ ✓  ۲) $A - B = B' - A'$ ✓ 

ردیف	نمره	
		 سمت چپ  بهمت راست   سمت چپ  بهمت راست   سمت چپ:  بهمت راست ۳) $A - B = A - (A \cup B) \times$ ۴) $A - B = A - (A \cap B) \checkmark$
۱۹	۱	$(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$
۲۰	۱.۵	الف) $A = \{1, 4\}, B = \{0, 1\}$ ب) $A \times B = \{(1, 0), (1, 1), (4, 0), (4, 1)\}$ ج)  د) $(A \times B) - (B \times A) = \{(1, 0), (4, 0), (4, 1)\} \rightarrow$ تعداد زیرمجموعه $= 2^3 = 8$

ردیف	نمره	
	۱.۵	راهنمای تصحیح: الف) $A = \{1, 4\}$ (نمره ۲.۵), $B = \{0, 1\}$ (نمره ۲.۵) ب) $A \times B = \{(1, 0), (1, 1), (4, 0), (4, 1)\}$ (نمره ۲.۵)  د) $(A \times B) - (B \times A) = \{(1, 0), (4, 0), (4, 1)\}$ (نمره ۲.۵) $\rightarrow$ تعداد زیرمجموعه $2^3 = 8$ (نمره ۲.۵)
۲۱	۲	الف) گزینه ۲، زیرا $\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv \sim (\sim p) \wedge \sim q \equiv p \wedge \sim q$ ب) گزینه ۳، زیرا $p \Rightarrow p \equiv p \vee p \equiv T$ ج) گزینه ۴، زیرا گزینه‌های ۱، ۲، ۳ همواره درست هستند اما گزینه ۴ همواره نادرست است. د) گزینه ۳، زیرا هیچ یک از اعداد دامنه متغیر در آن صدق نمی‌کند. (صفحه ۱۵، ۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) گزینه ۲. (نمره ۵) ب) گزینه ۳. (نمره ۵) ج) گزینه ۴. (نمره ۵) د) گزینه ۳. (نمره ۵)
۲۲	۱	($\forall y \in \mathbb{N}; y^2 + 2y + 1 \neq 0$) $\Rightarrow$ ($\exists x \in \mathbb{Z}; x^2 \leq 0$) (صفحه ۸، ۱۳، ۱۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $(\underbrace{\forall y \in \mathbb{N}}_{(نمره ۲.۵)}; \underbrace{y^2 + 2y + 1}_{(نمره ۲.۵)} \neq 0) \Rightarrow (\underbrace{\exists x \in \mathbb{Z}}_{(نمره ۲.۵)}; \underbrace{x^2 \leq 0}_{(نمره ۲.۵)})$
۲۳	۰.۵	دامنه متغیر: همه ۶۴ پیشامد موجود در پرتاب یک تاس مجموعه جواب: همه پیشامدهای ۳ عضوی راهنمای تصحیح: دامنه متغیر: همه ۶۴ پیشامد موجود در پرتاب یک تاس. (نمره ۲.۵) مجموعه جواب: همه پیشامدهای ۳ عضوی. (نمره ۲.۵)
۲۴	۲	الف) گزینه ۳، اگر A دارای سه عضو باشد مجموعه $P(A)$ دارای ۸ عضو و $P(A)$ تعداد $2^8 = ۲۵۶$ زیرمجموعه است. ب) گزینه ۴: تعریف زیرمجموعه نبودن به صورت مقابل است: $A \not\subseteq B \iff \exists x; (x \in A \wedge x \notin B)$ ج) گزینه ۱، از $A' \subseteq B'$ نتیجه می‌شود $A \subseteq B$ و از آنجا نتیجه می‌شود $A \cap B = A$

ردیف	نمره
۲	(د) گزینه ۲، از رابطه $A \times B = B \times A$ نتیجه می شود که $A = B$ و داریم: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow x + y = 4$ (صفحه ۱۷ و ۱۸ و ۲۴ و ۳۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) گزینه ۳ (۵/۵ نمره) ب) گزینه ۴ (۵/۵ نمره) ج) گزینه ۱ (۵/۵ نمره) د) گزینه ۲ (۵/۵ نمره)
۲۵	۲ $\begin{aligned} [(A \cap B') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') &= [A \cap (B' \cup B)] \cup (B \cap A') \\ &= (A \cap U) \cup (B \cap A') \\ &= A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') \\ &= (A \cup B) \cap U = A \cup B \end{aligned}$ (صفحه ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\begin{aligned} &\overbrace{[(A \cap B') \cup (A \cap B)]}^{(۲۵/۵)} \cup \overbrace{(B \cap A')}^{(۲۵/۵)} = \overbrace{[A \cap (B' \cup B)]}^{(۲۵/۵)} \cup (B \cap A') \\ &= \overbrace{(A \cap U)}^{(۲۵/۵)} \cup (B \cap A') \\ &= \overbrace{A \cup (B \cap A')}^{(۲۵/۵)} = (A \cup B) \cap (A \cup A') \text{ (نمره ۲۵/۵)} \\ &= (A \cup B) \cap U \text{ (نمره ۲۵/۵)} = A \cup B \text{ (نمره ۲۵/۵)} \end{aligned}$