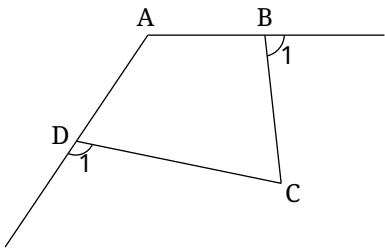
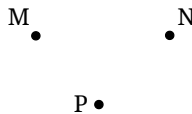
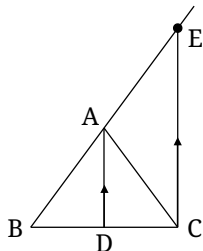
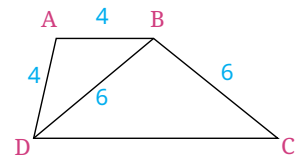
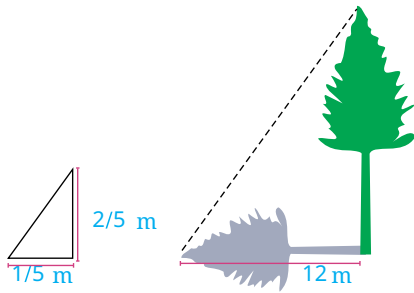
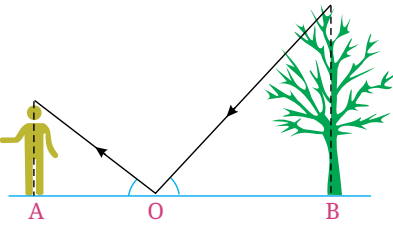
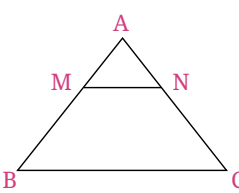
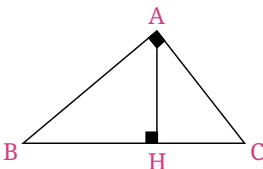
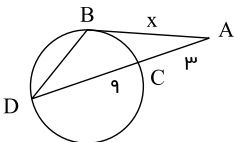
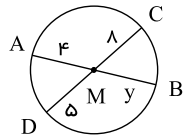
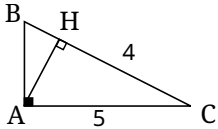
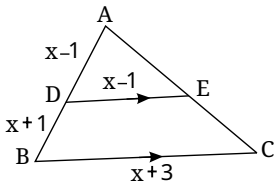
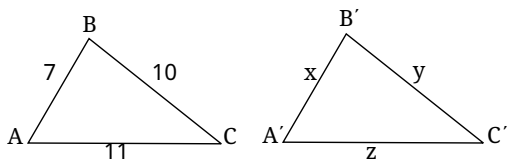
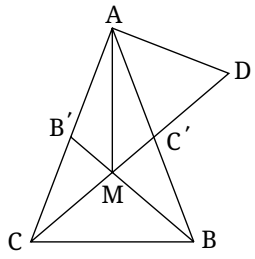
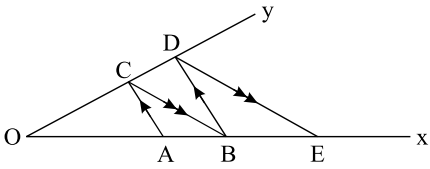
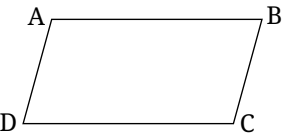
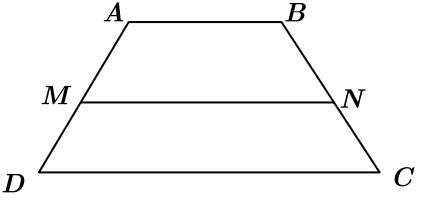
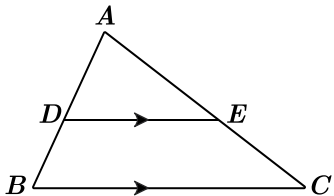


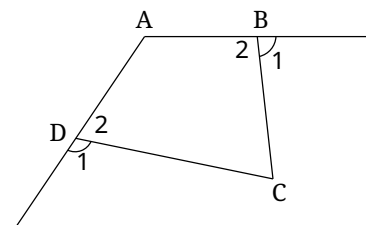
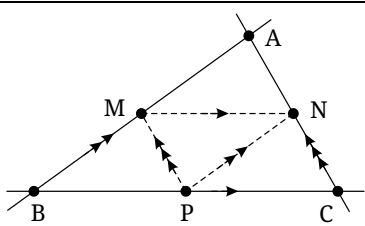
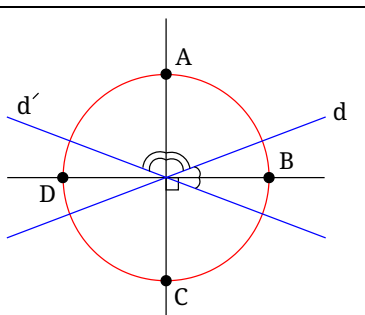
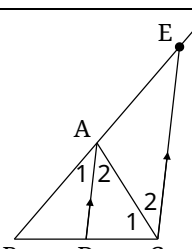
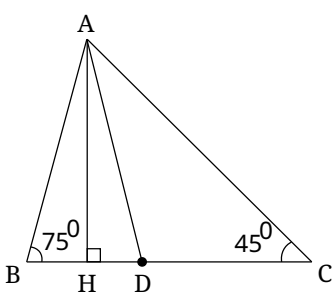
ردیف	نمره	
۱		در شکل مقابل ثابت کنید که: $\widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{B}_1 + \widehat{D}_1$ 
۲		سه نقطه M، N و P وسط اضلاع مثلث ABC است نحوه رسم مثلث ABC را توضیح دهید. 
۳		دو خط متقاطع d و d' را در نظر بگیرید. نقاطی را بیابید که از نقطه O (محل تقاطع) به فاصله $5cm$ بوده و از دو خط به یک فاصله باشند.
۴		در مثلث ABC، پاره خط AD نیمساز $\widehat{A}$ و $AD \parallel CE$ است، ثابت کنید مثلث ACE متساوی الساقین است. 
۵		در مثلث ABC اگر $\widehat{B} = 75^\circ$ و $\widehat{C} = 45^\circ$ باشد، زاویه بین ارتفاع و نیمساز رأس A در مثلث ABC را به دست آورید.
۶		فرض کنیم هر چهار ضلعی که قطرهاش منصف هم باشند، متوازی الاضلاع است. متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد. چند متوازی الاضلاع به طول قطرهای ۴ و ۷ می توان رسم کرد؟
۷		در شکل روبه رو، $ABCD$ دوزنقه است. طول قاعده CD را به دست آورید. 

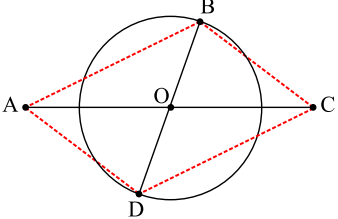
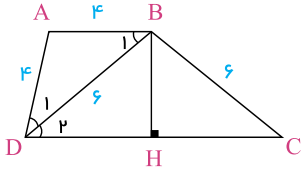
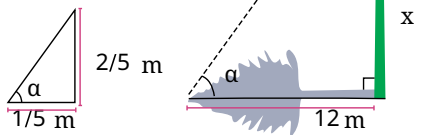
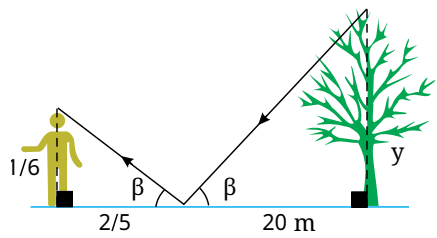
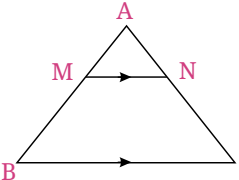
ردیف	نمره	
۸		در حیاط یک دبیرستان، دو درخت بلند وجود دارد. معلم هندسه از دانش آموزان خواست که برای تعیین ارتفاع این دو درخت روشی را ارائه کنند. در اینجا روش‌های دو دانش آموز را می‌بینید. با توجه به اطلاعات داده شده، ارتفاع هر درخت را تعیین کنید. الف) روش ترانه: ترانه یک چوب ۲٫۵ متری را به صورت عمودی روی زمین در جایی محکم کرد. طول سایه چوب در آن زمان ۱٫۵ متر بود. همزمان طول سایه درخت ۱۲ متر بود. از اینجا چگونه او توانست ارتفاع درخت را اندازه بگیرد؟ ارتفاع این درخت چند متر است؟  ب) روش شهرزاد: شهرزاد آینه‌ای کوچک را که در مقیاس بزرگ می‌توان یک نقطه در نظر گرفت، (نقطه O در شکل) روی زمین و در مسیر خط راستی که از پای درخت تا پای خودش کشیده است، قرار داد. سپس روی این خط آنقدر به جلو و عقب حرکت کرد تا بتواند تصویر نوک درخت را در آینه ببیند. با توجه به آنچه از خواص آینه‌ها و انعکاس نور می‌دانید، بگویید چگونه می‌توان با داشتن طول‌های AO و BO روی زمین و اندازه قد شهرزاد (فاصله چشم او تا زمین)، ارتفاع درخت را به دست آورد. اگر قد شهرزاد ۱۶۰ سانتی‌متر و فاصله پای او از آینه ۲٫۵ متر و فاصله آینه از پای درخت ۲۰ متر باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟ 
۹		در شکل روبه‌رو، $BC \parallel MN$ و مساحت ذوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث $\triangle AMN$ است. نسبت $\frac{MB}{MA}$ را به دست آورید. 
۱۰		در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ($\angle A = 90^\circ$) ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. می‌دانید که $\triangle ABH \sim \triangle ABC \sim \triangle ACH$ است. با توجه به این موضوع: الف) ثابت کنید: $\frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2, \quad \frac{S_{\triangle ACH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2$ ب) با جمع کردن دو طرف تساوی‌های بالا و ادامه کار، درستی قضیه فیثاغورس را نتیجه‌گیری کنید. 
۱۱		در مستطیلی که ابعاد آن ۶ و ۸ سانتی‌متر است، نیمساز دو زاویه روبه‌روی هم، قطر مقابل را در دو نقطه قطع می‌کنند. فاصله این دو نقطه را محاسبه کنید.

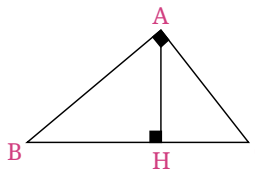
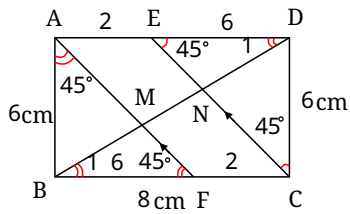
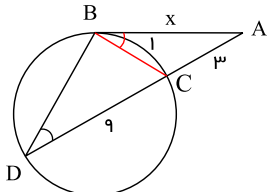
ردیف	نمره	
۱۲		در شکل‌های زیر، مقادیر مجهول را به دست آورید. (الف)  (ب) 
۱۳		با توجه به مقادیر داده شده، مساحت مثلث ABC را به دست آورید. 
۱۴		مقدار x را در شکل مقابل به دست آورید. 
۱۵		دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابهند و طول اضلاع $\triangle ABC$ برابر ۷ و ۱۰ و ۱۱ سانتی‌متر می‌باشد. اگر محیط مثلث $A'B'C'$ برابر 70 cm باشد، آنگاه: (الف) طول اضلاع مثلث $A'B'C'$ را به دست آورید. (ب) نسبت مساحت‌های دو مثلث را محاسبه کنید. (ج) نسبت میانه‌ها، نیمسازها و ارتفاع‌های نظیر را در دو مثلث به دست آورید. 

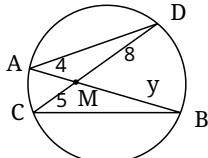
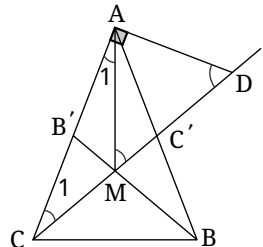
ردیف	نمره	
۱۶		در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) محل تلاقی نیمسازهای دو زاویه B و C را M و نقطه برخورد نیمساز زاویه C با عمودی که در نقطه A بر AC رسم شده است را نقطه D می نامیم. ثابت کنید مثلث AMD متساوی الساقین است. 
۱۷		بر ضلع Ox از زاویه xOy دو نقطه A و B را اختیار کرده و از این نقاط دو خط موازی هم رسم می کنیم تا ضلع Oy را به ترتیب در نقاط C و D قطع کنند و از نقطه D خطی موازی BC رسم می کنیم تا ضلع Ox را در نقطه E قطع کند. ثابت کنید:  $OB^2 = OA \times OE$
۱۸		متوازی الاضلاع $ABCD$ مفروض است. از نقطه C خطی چنان رسم می کنیم که امتداد خطوط AD و AB را در نقاط F و E قطع کند. ثابت کنید: $\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = 1$ 
۱۹		خط دلخواه d اضلاع AB, AC و BC (یا امتداد آن ها) از مثلث ABC را به ترتیب در نقاط X و Y و Z قطع می کند. ثابت کنید: (قضیه منلائوس) $\frac{AX}{XB} \times \frac{BZ}{ZC} \times \frac{CY}{YA} = 1$
۲۰	۲	با رسم نیمساز AD در مثلث ABC نشان دهید: $AB + AC > BC$
۲۱	۱.۵	در دوزنقه مقابل $MN \parallel AB \parallel CD$ است. ثابت کنید:  (قضیه تالس در دوزنقه) $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$

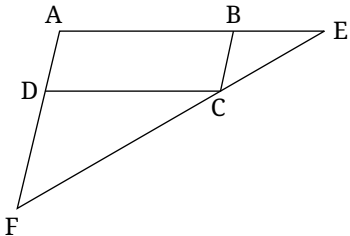
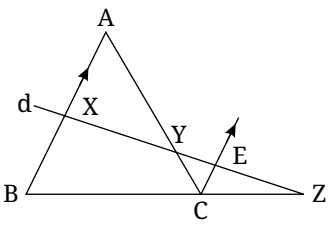
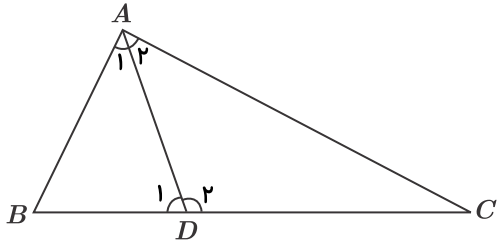
ردیف	نمره	
۲۲	۱	گزاره‌های زیر را اثبات یا رد کنید. الف) با وصل کردن هر سه رأس یک شش ضلعی منتظم، یک مثلث متساوی الساقین پدید می‌آید. ب) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.
۲۳	۱.۵	ثابت کنید ارتفاع‌های هر مثلث، هم‌رس هستند.
۲۴	۱.۵	در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، اگر AH ارتفاع وارد بر وتر، $BH = 9$ و $CH = 16$ باشد، مقادیر AB و AC را بیابید.
۲۵	۲	در شکل مقابل ثابت کنید اگر پاره خط DE موازی ضلع BC باشد، آنگاه داریم: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ 

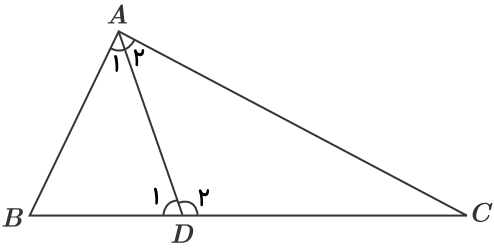
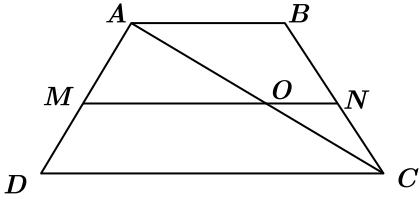
ردیف	نمونه
۱	در چهارضلعی $ABCD$ داریم:  $\widehat{A} + \widehat{B}_r + \widehat{C} + \widehat{D}_r = 360^\circ$ می‌دانیم: $\underbrace{\widehat{B}_1 + \widehat{B}_r}_{180^\circ} + \underbrace{\widehat{D}_1 + \widehat{D}_r}_{180^\circ} = 360^\circ$ $\Rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} + \widehat{B}_r + \widehat{D}_r = \widehat{B}_1 + \widehat{D}_1 + \widehat{B}_r + \widehat{D}_r$ $\widehat{A} + \widehat{C} = \widehat{B}_1 + \widehat{D}_1$
۲	طبق قضیه تالس می‌دانیم که اگر وسط اضلاع یک مثلث را به هم وصل کنیم، پاره خط‌های حاصل با اضلاع مثلث موازی خواهند بود. پس از هر سه نقطه M, N, P سه خط به موازات پاره خط مقابل خود رسم می‌کنیم. محل برخورد این سه خط $\triangle ABC$ خواهد بود. 
۳	ابتدا نیمساز هر دو زاویه‌ای که دو خط باهم می‌سازند را رسم می‌کنیم، سپس به مرکز O و به شعاع $5cm$ یک دایره رسم می‌کنیم محل برخورد دایره با دو نیمساز جواب مسأله است. ۴ نقطه A, B, C, D از دو خط به یک فاصله‌اند و از O به فاصله $5cm$ هستند. 
۴	فرض: $\begin{cases} AD \parallel CE \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_r \end{cases}$ متساوی الساقین است $(AC = AE)$ حکم $\triangle ACE$ $\left. \begin{array}{l} AD \parallel CE \xrightarrow{\text{مورب } AC} \widehat{A}_r = \widehat{C}_r \\ AD \parallel CE \xrightarrow{\text{مورب } AE} \widehat{A}_1 = \widehat{E} \end{array} \right\} \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_r} \widehat{E} = \widehat{C}_r$  پس مثلث ACE متساوی الساقین است یعنی $AC = AE$.
۵	مطابق شکل داریم: فرض: $B\hat{A}D = D\hat{A}C$ حکم $H\hat{A}D = ?$ $\triangle ABC : \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \rightarrow \widehat{A} + 75^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{A} = 60^\circ \rightarrow D\hat{A}C = 30^\circ$ 

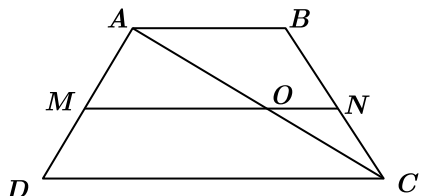
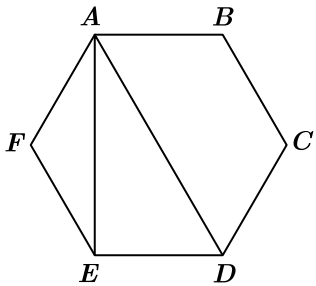
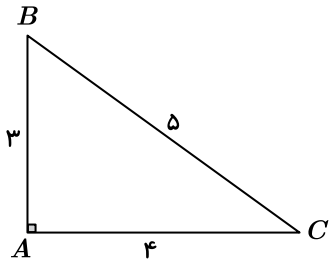
ردیف	نمره	
		$\triangle ADC$: $\widehat{D} = \widehat{DAC} + \widehat{C} = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ $\triangle HAD$: $\widehat{H} + \widehat{D} + \widehat{HAD} = 180^\circ \rightarrow 90^\circ - 75^\circ + \widehat{HAD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{HAD} = 15^\circ$
۶		یکی از قطرهای را رسم می‌کنیم. در این سؤال مثلاً قطر 7cm را رسم می‌کنیم. به مرکز وسط آن و به شعاع 2cm (نصف قطر بعدی) یک دایره رسم می‌کنیم. هر قطری از دایره جوابی برای مسئله تشکیل می‌دهد. (بنابراین بی‌شمار جواب دارد). در شکل مقابل چهارضلعی $ABCD$ یکی از جواب‌ها است. ($AC = 7\text{cm}$ و $BD = 4\text{cm}$) 
۷		$\left. \begin{array}{l} \triangle BDC : BD = BC = 6 \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{C} \\ \triangle ABD : AD = AB = 4 \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{B}_1 \\ AB \parallel DC \xrightarrow{BD \text{ متوازی}} \widehat{B}_1 = \widehat{D}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{(ZZ)} \triangle ADB \sim \triangle BDC \Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{4}{6} = \frac{6}{DC} \Rightarrow DC = 9$ 
۸		(الف) چون زاویه سایه‌ها همیشه در یک مکان مساوی است، داریم: ارتفاع درخت $\Rightarrow \frac{1.5}{12} = \frac{2.5}{x} \Rightarrow x = \frac{12 \times 2.5}{1.5} = 20\text{m}$ (دو مثلث متشابهند. (ز.ز))  (ب) می‌دانیم در انعکاس نور، زاویه تابش و بازتابش برابرند. ارتفاع درخت $\Rightarrow \frac{1.6}{20} = \frac{2.5}{y} \Rightarrow y = \frac{20 \times 2.5}{1.6} = 31.25\text{m}$ (دو مثلث متشابهند. (ز.ز)) 
۹		$\triangle MNCB \sim \triangle AMN \Rightarrow \frac{S_{\triangle MNCB}}{S_{\triangle AMN}} = \left(\frac{MN}{BC}\right)^2$ فرض: $S_{MNCB} = 8S_{\triangle AMN}$ حکم: $\frac{MN}{BC} = ?$ $\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2$ می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه برابر است با مجذور نسبت تشابه، پس: $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMN} + 8S_{\triangle AMN}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AM}{AB - AM} = \frac{1}{3 - 1} \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2$ 

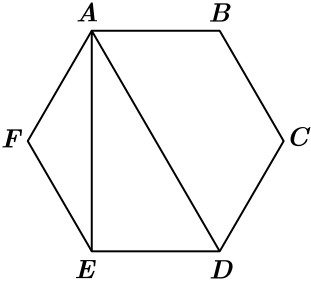
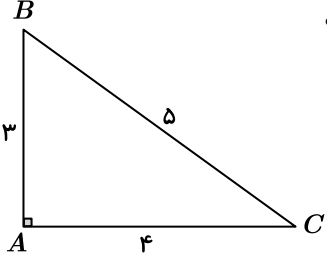
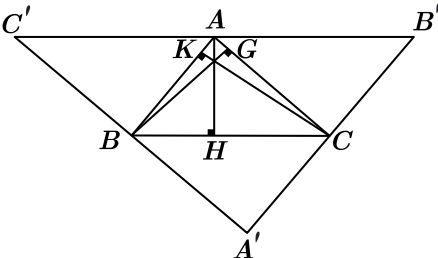
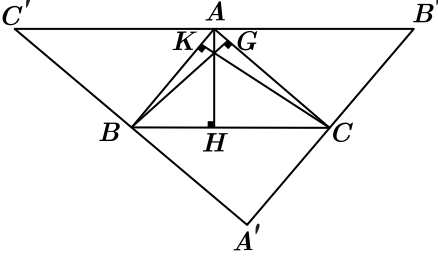
ردیف	نمونه
۱۰	 فرض: $\triangle ABH \sim \triangle ACH \sim \triangle ABC$ حکم: $\frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2$, $\frac{S_{\triangle ACH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2$ $\triangle ABH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} = (\text{نسبت وترها})^2 = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2$ ب) $\frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle ACH}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2}$ $\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABH} + S_{\triangle ACH}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} \Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$
۱۱	 $\triangle ABD : AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = BD^2 \Rightarrow BD = 10$ $\triangle ABF : \hat{A} = \hat{F} = 45^\circ \Rightarrow AB = BF = 6\text{cm}$ $\triangle DCE : \hat{C} = \hat{E} = 45^\circ \Rightarrow DE = DC = 6\text{cm}$ $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ $\triangle ABF \cong \triangle DCE \Rightarrow AF = CE$ $AD \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب } BD} \begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{E} = \hat{F} = 45^\circ \\ DE = BF = 6\text{cm} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle DEN \cong \triangle BFM \Rightarrow BM = DN$ $\triangle AMD : EN \parallel AM \xrightarrow{\text{ق تالس}} \frac{DE}{AD} = \frac{DN}{DM} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{DN}{DM} \xrightarrow{\text{ترکیب صورت و مخرج}} \frac{6}{14} = \frac{DN}{\underbrace{DM + DN}_{BD}}$ $\Rightarrow \frac{6}{14} = \frac{DN}{10} \Rightarrow DN = \frac{30}{7} = BM \Rightarrow MN = 10 - 2 \times \frac{30}{7} = \frac{10}{7}$
۱۲	در شکل (الف) داریم: از B به C وصل می‌کنیم.  $\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{D} = \frac{\widehat{BC}}{2} \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نذ}} \triangle ABC \sim \triangle ADB$ در شکل (ب) داریم: $\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{x}{3+9} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36} = 6$

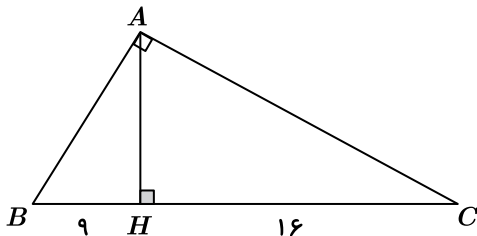
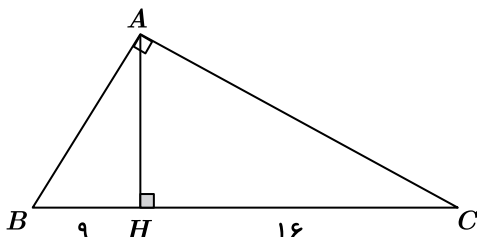
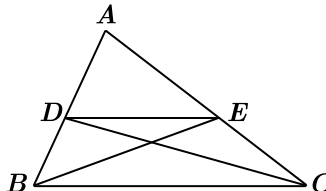
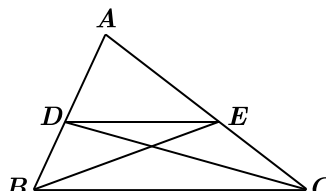
ردیف	نمره	
		از A به D و از B به C وصل می‌کنیم.  $\left. \begin{aligned} \hat{A} &= \hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \\ \hat{D} &= \hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MCB$ $\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{8}{y} \Rightarrow y = \frac{5 \times 8}{4} = 10$
۱۳		طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم: $\triangle ACH : AH^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AH = \sqrt{9} = 3$ $AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow BH = \frac{3^2}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow BC = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{25}{4} = \frac{75}{8}$
۱۴		با توجه به شکل داریم: $DE \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1+x-1} = \frac{x-1}{x+3}$ $\Rightarrow \frac{x-1}{2x} = \frac{x-1}{x+3} \Rightarrow 2x = x+3 \Rightarrow x = 3$
۱۵	(الف) (ب) (ج)	$\triangle ABC$ محیط $= 7 + 10 + 11 = 28 \text{ cm}$ $\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{10}{7} = \frac{11}{z} = \frac{28}{70} = \frac{2}{5}$ $\Rightarrow x = 17.5 \text{ cm}, \quad y = 25 \text{ cm}, \quad z = 27.5 \text{ cm}$ $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2 = \left(\frac{7}{17.5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ $\frac{2}{5} = \text{نسبت تشابه} = \text{نسبت ارتفاعها} = \text{نسبت نیمسازها} = \text{نسبت میانهها}$
۱۶		می‌دانیم سه نیمساز هم‌سازند، یعنی AM نیمساز زاویه A است. زاویه $\hat{AMD}$ زاویه خارجی مثلث AMC است پس:  $\hat{AMD} = \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \quad (1)$ اما در مثلث قائم‌الزاویه ACD ($\hat{CAD} = 90^\circ$) داریم: $\hat{ADM} = 90^\circ - \hat{C}_1 = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2}$ و چون $\hat{B} = \hat{C}$ است پس: $\hat{ADM} = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \quad (2)$ از مقایسه رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $\hat{AMD} = \hat{ADM}$، یعنی مثلث AMD متساوی‌الساقین است.

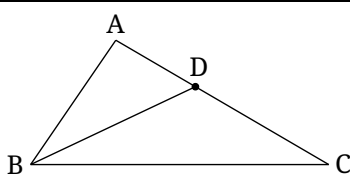
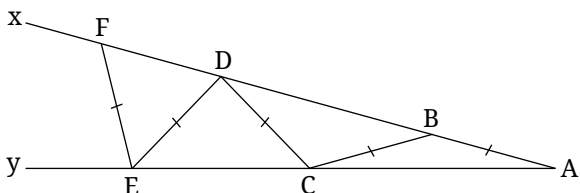
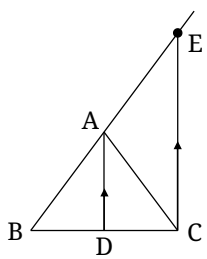
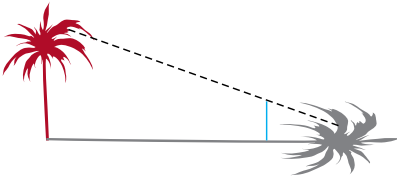
ردیف	نمره	
۱۷		فرض $\left\{ \begin{array}{l} AC \parallel BD \\ BC \parallel DE \end{array} \right.$ حکم: $OB^2 = OA \times OE$ $\triangle OBD : AC \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} \quad (۱)$ $\triangle OED : BC \parallel DE \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{OB}{OE} = \frac{OC}{OD} \quad (۲)$ $(۱) و (۲) \rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OE} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} OB^2 = OA \times OE$
۱۸		با توجه به شکل و قضیه تالس داریم: $\left. \begin{array}{l} BC \parallel AF \rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{FC}{EF} \\ DC \parallel AE \rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{EC}{EF} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{FC}{EF} + \frac{EC}{EF} = \frac{FC + EC}{EF} = \frac{EF}{EF} = 1 \rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = 1$ 
۱۹		از C خطی موازی AB رسم می‌کنیم تا d را در E قطع کند.  از ضرب طرفین تساوی‌های بالا داریم: $\frac{BZ}{ZC} \times \frac{CY}{YA} = \frac{CE}{AX} \times \frac{XB}{CE} \rightarrow \frac{AX}{XB} \times \frac{BZ}{ZC} \times \frac{CY}{YA} = 1$
۲۰	۲	فرض کنیم AD نیمساز زاویه A باشد. در این صورت $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است. 

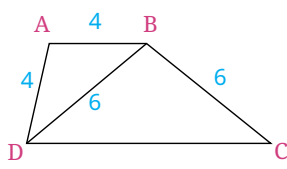
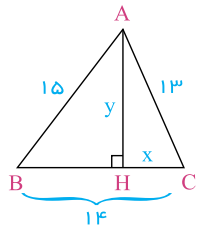
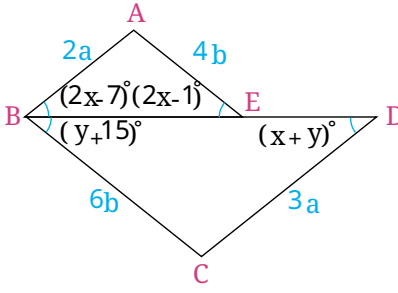
ردیف	نمره	
	۲	$\triangle ADC: \widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{D}_1 > \widehat{A}_r \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_r} \widehat{D}_1 > \widehat{A}_1 \xrightarrow{\triangle ABD} AB > BD$ $\triangle ABD: \widehat{D}_r \Rightarrow \widehat{D}_r > \widehat{A}_1 \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_r} \widehat{D}_r > \widehat{A}_r \xrightarrow{\triangle ADC} AC > DC$ با جمع کردن طرفین دو رابطه بالا داریم: $AB + AC > \underbrace{BD + DC}_{BC}$ (صفحه ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: فرض کنیم AD نیمساز زاویه A باشد. در این صورت $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_r$ است.  (۰/۲۵) $\triangle ADC: \underbrace{\widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{D}_1 > \widehat{A}_r}_{(۰,۲۵)} \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_r} \widehat{D}_1 > \widehat{A}_1 \xrightarrow{\triangle ABD}_{(۰,۲۵)} AB > BD$ $\triangle ABD: \underbrace{\widehat{D}_r \Rightarrow \widehat{D}_r > \widehat{A}_1}_{(۰,۲۵)} \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_r} \widehat{D}_r > \widehat{A}_r \xrightarrow{\triangle ADC}_{(۰,۲۵)} AC > DC$ با جمع کردن طرفین دو رابطه بالا داریم: $AB + AC > \underbrace{BD + DC}_{BC}$ (نمره ۰,۲۵)
	۱.۵	قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در نقطه O قطع نماید.  طبق قضیه تالس داریم: $\triangle ADC: MO \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$ $\triangle ABC: NO \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{NB} = \frac{CO}{OA} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{BN}{NC} = \frac{AO}{OC}$ $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ سمت راست تساوی‌های فوق یکسان است، پس باید سمت چپ آنها نیز برابر باشد، بنابراین داریم: (صفحه ۳۷ کتاب درسی)

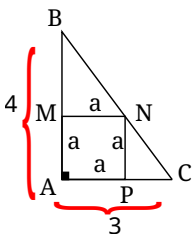
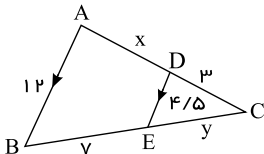
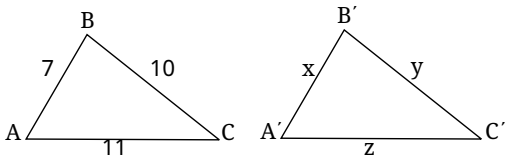
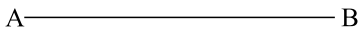
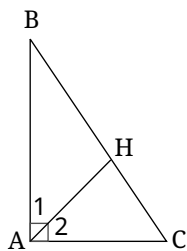
ردیف	نمره	
	۱.۵	راهنمای تصحیح: قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در نقطه O قطع نماید. (۲۵، نمره)  طبق قضیه تالس داریم: $\triangle ADC : MO \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC} \quad (۲۵، نمره)$ $\triangle CAB : NO \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{NB} = \frac{CO}{OA} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{BN}{NC} = \frac{AO}{OC} \quad (۲۵، نمره)$ سمت راست تساوی‌های فوق یکسان است، پس باید سمت چپ آنها نیز برابر باشد، بنابراین داریم: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \quad (۵، نمره)$
۲۲	۱	الف) نادرست است - به عنوان مثال نقض، مثلث ADE را در شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ در نظر بگیرید که در آن طول هیچ دو ضلعی برابر نیست.  ب) نادرست است - به عنوان مثال نقض، در مثلث قائم‌الزاویه ABC، ضلع AC به طول ۴، ارتفاع وارد بر ضلع AB به طول ۳ است و از طول این ضلع بزرگ‌تر است.  (صفحه ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:

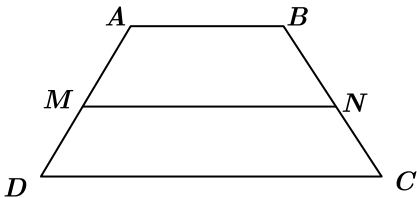
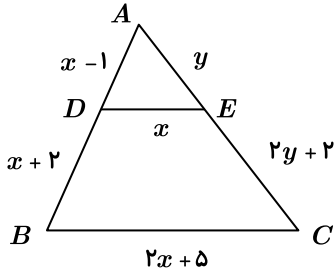
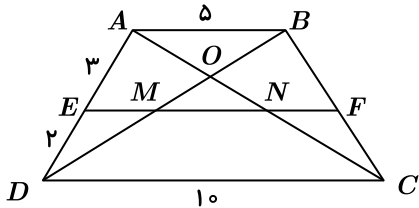
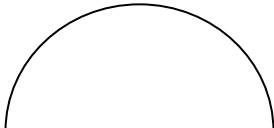
ردیف	نمره	
	۱	(الف) نادرست است - به عنوان مثال نقض، مثلث ADE را در شش ضلعی منتظم $ABCDEF$ در نظر بگیرید که در آن طول هیچ دو ضلعی برابر نیست. (۵/۵ نمره)  (ب) نادرست است - به عنوان مثال نقض، در مثلث قائم الزاویه ABC، ضلع AC به طول ۴، ارتفاع وارد بر ضلع AB به طول ۳ است و از طول این ضلع بزرگتر است. (۵/۵ نمره) 
۲۳	۱.۵	مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید و از هر رأس آن خطی موازی با ضلع مقابل رسم کنید تا مطابق شکل مثلثی مانند $A'B'C'$ پدید آید. هر کدام از چهار ضلعی‌های $AB'CB$ و $AC'BC$ متوازی الاضلاع هستند، پس اضلاع مقابل آنها دوه‌دو مساوی یکدیگر است. بنابراین داریم:  $\left. \begin{array}{l} AB' = BC \\ AC' = BC \end{array} \right\} \Rightarrow AB' = AC'$ یعنی A وسط پاره خط $B'C'$ است. از طرفی داریم: $\left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp B'C'$ بنابراین خط AH عمود منصف پاره خط $B'C'$ است. به طور مشابه می‌توان نشان داد که خط BG عمود منصف پاره خط $A'C'$ و خط CK عمود منصف پاره خط $A'B'$ است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث ABC، روی عمود منصف‌های اضلاع مثلث $A'B'C'$ هستند. می‌دانیم عمود منصف‌های هر مثلثی هم‌رس هستند و در نتیجه هم‌رس هستند. (صفحه ۱۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید و از هر رأس آن خطی موازی با ضلع مقابل رسم کنید تا مطابق شکل مثلثی مانند $A'B'C'$ پدید آید. (۵/۲۵ نمره) هر کدام از چهار ضلعی‌های $AB'CB$ و $AC'BC$ متوازی الاضلاع هستند، پس اضلاع مقابل آنها دوه‌دو مساوی یکدیگر است. (۵/۲۵ نمره) بنابراین داریم:  $\left. \begin{array}{l} AB' = BC \\ AC' = BC \end{array} \right\} \Rightarrow AB' = AC'$ یعنی A وسط پاره خط $B'C'$ است. (۵/۲۵ نمره) از طرفی داریم: $\left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp B'C' \text{ (۵/۲۵ نمره)}$ بنابراین خط AH عمود منصف پاره خط $B'C'$ است. (۵/۲۵ نمره) به طور مشابه می‌توان نشان داد که خط BG عمود منصف پاره خط $A'C'$ و خط CK عمود منصف پاره خط $A'B'$ است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث ABC، روی عمود منصف‌های اضلاع مثلث $A'B'C'$ هستند و در نتیجه هم‌رس هستند. (۵/۲۵ نمره)

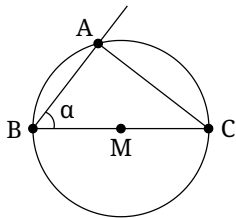
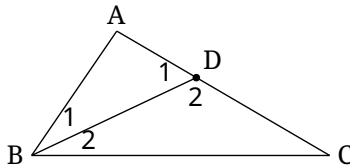
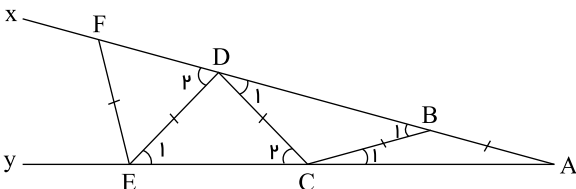
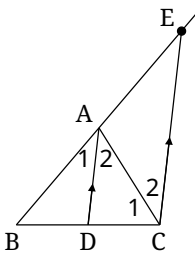
ردیف	نمره	
۲۴	۱.۵	طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:  $AH^2 = BH \times CH = 9 \times 16 = 144 \Rightarrow AH = 12$ $AB^2 = BH \times BC = 9 \times 25 = 225 \Rightarrow AB = 15$ $AC^2 = CH \times BC = 16 \times 25 = 400 \Rightarrow AC = 20$ (صفحه ۴۲ و ۴۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:  $\underbrace{AH^2 = BH \times CH = 9 \times 16 = 144}_{(نمره ۰.۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AH = 12}_{(نمره ۰.۲۵)}$ $\underbrace{AB^2 = BH \times BC = 9 \times 25 = 225}_{(نمره ۰.۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AB = 15}_{(نمره ۰.۲۵)}$ $\underbrace{AC^2 = CH \times BC = 16 \times 25 = 400}_{(نمره ۰.۲۵)} \Rightarrow \underbrace{AC = 20}_{(نمره ۰.۲۵)}$
۲۵	۲	مطابق شکل از D به C و از E به B وصل می‌کنیم. مثلث‌های ADE و DEC در رأس D مشترک هستند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست قرار دارد؛ پس داریم:  $\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC}$ به‌طور مشابه مثلث‌های ADE و DEB در رأس E مشترک هستند؛ پس داریم: $\frac{S_{ADE}}{S_{DEB}} = \frac{AD}{DB}$ از طرفی مثلث‌های DEC و DEB دارای قاعدهٔ مشترک DE هستند و رأس سوم آنها روی خطی موازی با این قاعده قرار دارد؛ بنابراین $S_{DEC} = S_{DEB}$. از روابط فوق نتیجه می‌گیریم: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (صفحه ۳۴ کتاب درسی) رسم شکل (نمره ۰.۲۵) مطابق شکل از D به C و از E به B وصل می‌کنیم. مثلث‌های ADE و DEC در رأس D مشترک هستند و قاعدهٔ مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست قرار دارد؛ پس داریم:  $\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC} \quad (نمره ۰.۵)$ به‌طور مشابه مثلث‌های ADE و DEB در رأس E مشترک هستند؛ پس داریم: $\frac{S_{ADE}}{S_{DEB}} = \frac{AD}{DB} \quad (نمره ۰.۵)$ از طرفی مثلث‌های DEC و DEB دارای قاعدهٔ مشترک DE هستند و رأس سوم آنها روی خطی موازی با این قاعده قرار دارد؛ بنابراین $S_{DEC} = S_{DEB}$ (نمره ۰.۵). از روابط فوق نتیجه می‌گیریم: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (نمره ۰.۲۵)

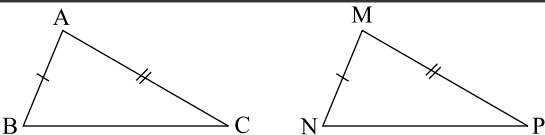
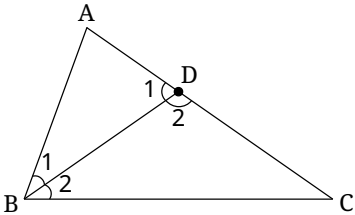
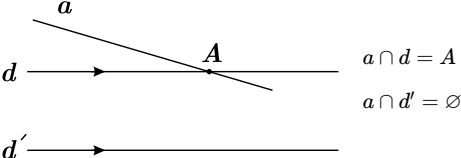
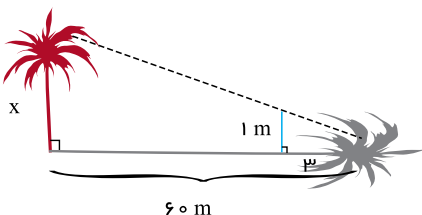
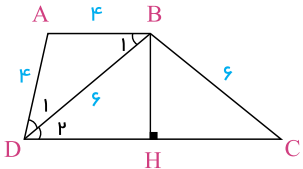
ردیف	نمره	
۱		مثلث ABC را با داشتن $\hat{B} = \alpha$ و $BC = a$ و $AM = m_a$ رسم کنید.
۲		 BD نیمساز $\hat{B}$ و تفاضل دو زاویه A و C برابر 50° است. اندازه زاویه $\hat{ADB}$ را به دست آورید.
۳		 با توجه به شکل مقابل ثابت کنید: $\hat{F}E\hat{y} = 5\hat{A}$
۴		 در مثلث ABC، پاره خط AD نیمساز $\hat{A}$ و $AD \parallel CE$ است، ثابت کنید مثلث ACE متساوی الساقین است.
۵		در مثلث ABC و MNP ، اگر $MN = AB$ و $MP = AC$ و $\hat{M} \neq \hat{A}$ ، ثابت کنید که $BC \neq NP$.
۶		در مثلث ABC ، BD نیمساز زاویه $\hat{B}$ است. ثابت کنید: $AB > AD$ و $BC > CD$
۷		می‌دانیم که از یک نقطه خارج از یک خط فقط یک خط به موازات آن می‌توان رسم کرد. حال با برهان خلف ثابت کنید خطی که یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.
۸		یکی از کاربردهای قضیه تالس از زمان‌های دور تاکنون، محاسبه فاصله‌های غیرقابل دسترس بوده است؛ به عنوان مثال، برای تعیین یک ارتفاع بلند مانند ارتفاع یک درخت بلند در زمانی معین، طول سایه درخت را روی زمین اندازه می‌گیریم؛ سپس یک قطعه چوب کوتاه را که به آن شاخص می‌گویند، طوری به صورت عمودی جابه‌جا می‌کنیم که سایه آن روی امتداد سایه درخت قرار گیرد و نوک سایه شاخص نیز بر نوک سایه درخت منطبق شود. به طور مثال، اگر طول سایه درخت ۶۰ متر، طول سایه شاخص ۳ متر و طول شاخص ۱ متر باشد، بلندی درخت چند متر است؟ 

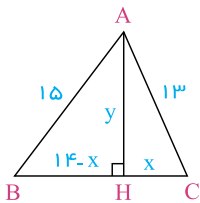
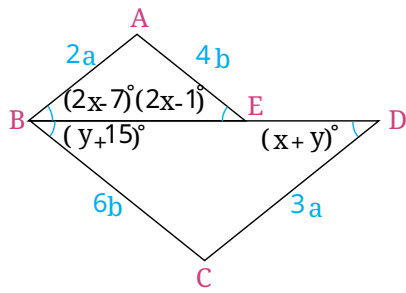
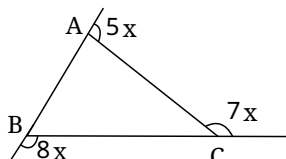
ردیف	نمره
۹	در شکل روبه‌رو، $ABCD$ دوزنقه است. طول قاعده CD را به‌دست آورید. 
۱۰	در شکل مقابل، مثلثی با اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ رسم شده است. به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث‌های $\triangle ABH$ و $\triangle ACH$، مقادیر x و y را به دست آورید و از آنجا مساحت مثلث را محاسبه کنید. 
۱۱	در شکل روبه‌رو، می‌دانیم $BE = 2DE$ است. اولاً x و y را به دست آورید، ثانیاً نسبت مساحت مثلث BCD به مساحت مثلث ABE را بیابید. 
۱۲	اگر $\frac{15x - 3y}{2x + 5y} = \frac{4}{3}$ باشد، حاصل $\frac{x}{y}$ را محاسبه کنید.
۱۳	اگر زاویه‌های خارجی یک مثلث با اعداد ۵ و ۷ و ۸ متناسب باشد، اندازه هر کدام از زاویه‌های داخلی مثلث را به‌دست آورده و نوع مثلث را مشخص کنید.
۱۴	محیط دو nضلعی منتظم (با تعداد اضلاع برابر) 40 cm و 60 cm است. اگر مجموع مساحت‌های آنها cm^2 باشد، مساحت هر کدام را به‌دست آورید.

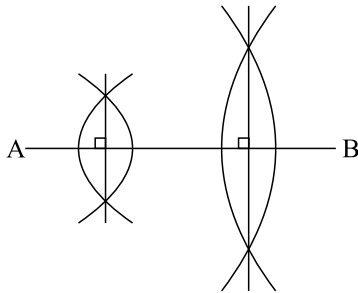
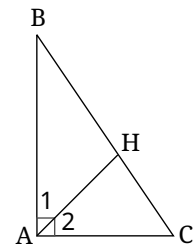
ردیف	نمونه
۱۵	مساحت مربع $AMNP$ را در شکل مقابل به دست آورید. 
۱۶	در شکل زیر، $DE \parallel AB$؛ مقادیر x و y را به دست آورید. 
۱۷	دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابهند و طول اضلاع $\triangle ABC$ برابر ۷ و ۱۰ و ۱۱ سانتی متر می باشد. اگر محیط مثلث $A'B'C'$ برابر 70 cm باشد، آنگاه: الف) طول اضلاع مثلث $A'B'C'$ را به دست آورید. ب) نسبت مساحت های دو مثلث را محاسبه کنید. ج) نسبت میانه ها، نیمسازها و ارتفاع های نظیر را در دو مثلث به دست آورید. 
۱۸	نقطه M را روی پاره خط AB چنان بیابید که نسبت $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{3}$ برقرار باشد. 
۱۹	در شکل مقابل $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{A}_1 \neq \hat{C}$. به روش غیرمستقیم (برهان خلف) ثابت کنید AH عمود بر BC نیست. 
۲۰	ثابت کنید اگر نقطه ای به فاصله یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد، آن نقطه روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

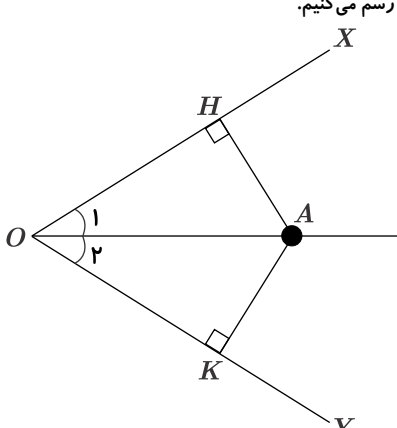
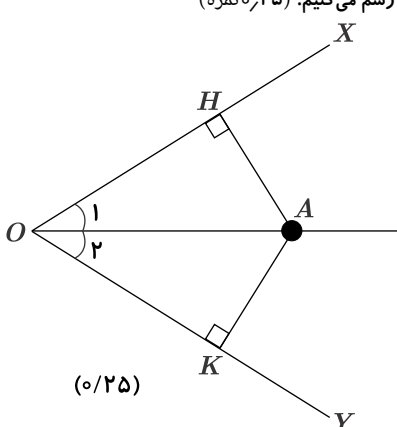
ردیف	نمره	
۲۱	۱.۵	در دوزنقه مقابل $MN \parallel AB \parallel CD$ است. ثابت کنید:  (قضیه تالس در دوزنقه) $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$
۲۲	۱.۵	در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقادیر x و y را بیابید. 
۲۳	۱.۵	در دوزنقه $ABCD$، پاره خط EF موازی قاعده‌ها رسم شده است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اندازه MN را بیابید. 
۲۴	۱	گزینه درست را انتخاب کنید. الف) سه پاره خط به طول‌های $3x - 2$، $x + 5$ و $5x$ اضلاع مثلثی هستند. مقادیر x به کدام صورت است؟ (۱) $1 < x < 3$ (۲) $\frac{7}{3} < x < 3$ (۳) $1 < x < 5$ (۴) $\frac{7}{3} < x < 5$ ب) مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلثی به اضلاع 10، x و y متشابه است. اگر $x < 10$ و $y < 10$، آنگاه حاصل $x + y$ کدام است؟ (۱) $\frac{32}{3}$ (۲) $\frac{35}{3}$ (۳) 12 (۴) $\frac{40}{3}$
۲۵	۱	بخشی از یک دایره در شکل مقابل رسم شده است. توضیح دهید که چگونه به کمک خط‌کش و پرگار می‌توان این دایره را به‌طور کامل رسم کرد. 

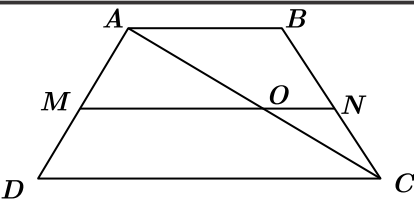
ردیف	نمونه
۱	پاره خط $BC = a$ را رسم کرده و از نقطه B زاویه $\widehat{B} = \alpha$ را ترسیم می کنیم سپس به مرکز M وسط BC و به شعاع $AM = m_a$ یک دایره رسم می کنیم محل برخورد دایره با ضلع دیگر زاویه B رأس A خواهد بود. از A به C وصل می کنیم. $\triangle ABC$ جواب مسأله است. 
۲	با توجه به شکل زیر داریم:  فرض: $\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{A} - \widehat{C} = 50^\circ \end{cases}$ حکم: $\widehat{ADB} = ?$ $\triangle ABD: \widehat{A} + \widehat{B}_1 + \widehat{D}_1 = 180^\circ$ $\triangle BCD: \widehat{C} + \widehat{B}_2 + \widehat{D}_2 = 180^\circ$ $\xrightarrow{\text{کم کنیم}} \underbrace{\widehat{A} - \widehat{C}}_{50^\circ} + \underbrace{\widehat{B}_1 - \widehat{B}_2}_0 + \widehat{D}_1 - \widehat{D}_2 = 0$ $\rightarrow \widehat{D}_1 - \widehat{D}_2 = -50^\circ$ $\begin{cases} \widehat{D}_1 - \widehat{D}_2 = -50^\circ \\ \widehat{D}_1 + \widehat{D}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{D}_1 = 65^\circ$
۳	با توجه به شکل داریم:  $\triangle ABC$ خارجی: $\widehat{B}_1 = \widehat{A} + \widehat{C}_1$ $\xrightarrow{\widehat{A}=\widehat{C}_1}$ $\widehat{B}_1 = 2\widehat{A}$ $\triangle ADC$ خارجی: $\widehat{C}_2 = \widehat{D}_1 + \widehat{A}$ $\xrightarrow{\widehat{D}_1=\widehat{B}_1}$ $\widehat{C}_2 = 3\widehat{A}$ $\triangle AED$ خارجی: $\widehat{D}_2 = \widehat{E}_1 + \widehat{A}$ $\xrightarrow{\widehat{E}_1=\widehat{C}_2}$ $\widehat{D}_2 = 4\widehat{A}$ $\triangle AEF$ خارجی: $\widehat{F} = \widehat{D}_2 + \widehat{A}$ $\xrightarrow{\widehat{F}=\widehat{D}_2=4\widehat{A}}$ $\widehat{FEy} = 5\widehat{A}$
۴	فرض: $\begin{cases} AD \parallel CE \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \end{cases}$ حکم: $\triangle ACE$ متساوی الساقین است ($AC = AE$) $AD \parallel CE \xrightarrow{\text{مورب } AC} \widehat{A}_2 = \widehat{C}_2$ $AD \parallel CE \xrightarrow{\text{مورب } AE} \widehat{A}_1 = \widehat{E}$ $\xrightarrow{\widehat{A}_1=\widehat{A}_2} \widehat{E} = \widehat{C}_2$  پس مثلث ACE متساوی الساقین است یعنی $AC = AE$.
۵	فرض: $\begin{cases} AB = MN \\ AC = MP \\ \widehat{M} \neq \widehat{A} \end{cases}$ حکم: $BC \neq NP$ برهان خلف: فرض کنیم $BC = NP$ بنابراین:

ردیف	نمره	
		 $\left. \begin{array}{l} BC = NP \\ AC = MP \\ AB = MN \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABC \cong \triangle MNP \rightarrow \hat{A} = \hat{M}$ که خلاف فرض $\hat{A} \neq \hat{M}$ بوده و فرض خلف باطل و خود حکم ثابت می شود یعنی: $BC \neq NP$
۶		 قضیه: در هر مثلث ضلع روبه روی هر زاویه بزرگ تر، بزرگ تر است از ضلع روبه رو به زاویه کوچک تر. $\triangle ABD : \hat{D}_r = \hat{A} + \hat{B}_1 \rightarrow \hat{D}_r > \hat{B}_1 = \hat{B}_r$ $\triangle CBD : \hat{D}_r > \hat{B}_r \xrightarrow{\text{طبق قضیه}} BC > DC$ $\triangle BDC : \hat{D}_1 > \hat{B}_r = \hat{B}_1 \rightarrow \triangle ABD : \hat{D}_1 > \hat{B}_1 \xrightarrow{\text{طبق قضیه}} AB > AD$
۷		فرض کنیم که خط a خط d را قطع کند ولی موازی آن خط d' را قطع نکند. (فرض خلف)  $a \cap d = A$ $a \cap d' = \emptyset$ در این صورت چون در یک صفحه هستند باید با خط d' موازی باشد ($a \parallel d'$). ولی این در حالی است که: «از یک نقطه خارج یک خط (نقطه A) دو خط به موازات آن خط (a و d) رسم شده است.» بنابراین فرض خلف باطل و خط a خط d' را نیز قطع می کند.
۸		با استفاده از قضیه تالس داریم:  $\frac{1}{x} = \frac{3}{60} \Rightarrow x = \frac{60}{3} = 20m$ ارتفاع درخت
۹		$\triangle BDC : BD = BC = 6 \Rightarrow \hat{D}_r = \hat{C}$ $\triangle ABD : AD = AB = 4 \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1$ $AB \parallel DC \xrightarrow{BD \text{ متوازی}} \hat{B}_1 = \hat{D}_r$ $\triangle ADB \sim \triangle BDC \Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{4}{6} = \frac{6}{DC} \Rightarrow DC = 9$ 
۱۰		مطابق شکل داریم:

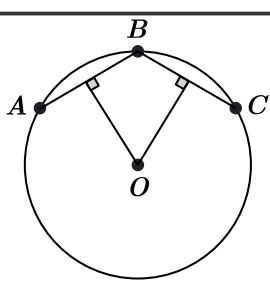
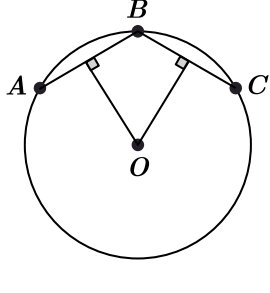
ردیف	نمره
	 $\left. \begin{aligned} \triangle ABH : y^2 &= 15^2 - (14-x)^2 \\ \triangle ACH : y^2 &= 13^2 - x^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 15^2 - (14-x)^2 = 13^2 - x^2$ $\Rightarrow \underbrace{225 - 196 + 28x - x^2}_{29} = 169 - x^2 \Rightarrow 28x = 169 - 29 = 140 \Rightarrow x = \frac{140}{28} = 5$ $y^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow y = \sqrt{144} = 12$ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 12 \times 14 = 84$
۱۱	 فرض: $BE = 2DE \Rightarrow \frac{DE}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DB}{BE} = \frac{3}{2}$ $\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{BC} = \frac{BE}{BD} \Rightarrow \frac{2a}{3a} = \frac{4b}{6b} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABE \sim \triangle CDB$ اولاً $\left\{ \begin{aligned} \hat{A} &= \hat{C} \\ \hat{D} &= \hat{ABE} \Rightarrow x + y = 2x - 7 \Rightarrow x - y = 7 \quad \times (-1) \\ \hat{E} &= \hat{CBD} \Rightarrow 2x - 1 = y + 15 \Rightarrow 2x - y = 16 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} -x + y = -7 \\ 2x - y = 16 \end{cases} \Rightarrow x = 9, y = 2$ ثانیاً $\frac{S_{BCD}}{S_{ABE}} = \left(\frac{BE}{BD}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
۱۲	$\frac{15x - 3y}{2x + 5y} = \frac{4}{3} \Rightarrow 45x - 9y = 8x + 20y \Rightarrow 37x = 29y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{29}{37}$
۱۳	مجموع زوایای خارجی $= 360^\circ$ $5x + 7x + 8x = 360^\circ \Rightarrow 20x = 360^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$  $\left. \begin{aligned} \hat{A} &= 180^\circ - 5 \times 18^\circ = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \\ \hat{B} &= 180^\circ - 8 \times 18^\circ = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ \\ \hat{C} &= 180^\circ - 7 \times 18^\circ = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \text{ قائم الزاویه است.}$
۱۴	می‌دانیم دو مثلثی منتظم با تعداد اضلاع مساوی متشابه هستند. پس: نسبت تشابه $= \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ نسبت مساحت‌ها $= \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{S}{S'} \Rightarrow \frac{4}{4+9} = \frac{S}{S+S'}$ $\Rightarrow \frac{4}{13} = \frac{S}{208} \Rightarrow S = \frac{4 \times 208}{13} = 64 \text{ cm}^2 \Rightarrow S' = 208 - 64 = 144 \text{ cm}^2$
۱۵	مطابق شکل داریم:

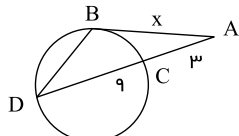
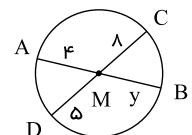
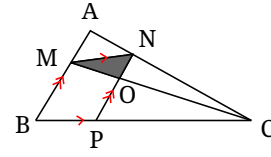
ردیف	نمره
	$MN \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{AB} = \frac{MN}{AC}$ $\Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{a}{3} \rightarrow 12-3a=4a \rightarrow a=\frac{12}{7}$ $S_{AMNP} = \frac{12}{7} \times \frac{12}{7} = \frac{144}{49}$
۱۶	$DE \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB} \Rightarrow \frac{3}{x+3} = \frac{4.5}{12} \Rightarrow x=5$ $DE \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CD}{DA} = \frac{CE}{EB} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{y}{5} \Rightarrow y = \frac{3 \times 5}{5} = 3, 2$
۱۷	(الف) $\triangle ABC$ محیط $= 7 + 10 + 11 = 28 \text{ cm}$ $\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{10}{y} = \frac{11}{z} = \frac{28}{70} = \frac{2}{5}$ $\Rightarrow x = 17.5 \text{ cm}, y = 25 \text{ cm}, z = 27.5 \text{ cm}$ (ب) $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2 = \left(\frac{7}{17.5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ (ج) $\frac{2}{5} = \text{نسبت تشابه} = \text{نسبت ارتفاعها} = \text{نسبت نیمسازها} = \text{نسبت میانهها}$
۱۸	ابتدا عمود منصف AB را رسم می‌کنیم تا AB در نقطه C قطع کند و سپس عمود منصف AC را رسم کرده تا آن را در نقطه M قطع نماید به این ترتیب $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{3}$ می‌شود. 
۱۹	 $\begin{cases} \text{فرض: } \hat{A} = 90^\circ \text{ و } \hat{A}_1 \neq \hat{C} \\ \text{حکم: } AH \perp BC \end{cases}$ اثبات به روش برهان خلف: (۱) خلاف حکم را در نظر می‌گیریم یعنی $AH \perp BC$ (فرض خلف) (۲) سعی می‌کنیم عمود بودن AH بر BC را به تناقض برسانیم.

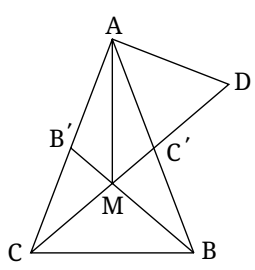
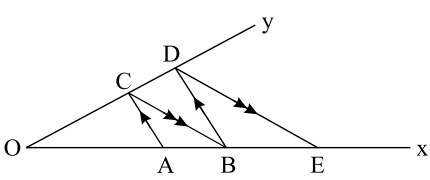
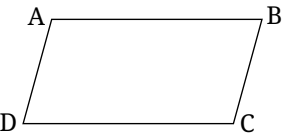
ردیف	نمره	
		$\left. \begin{array}{l} \triangle AHC : \hat{C} + \hat{A}_r = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$ که این با فرض مسئله $\hat{A}_1 \neq \hat{C}$ در تناقض است. (۳) پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود، یعنی: $AH \perp BC$
۲۰	۱.۵	فرض کنید نقطه A درون زاویه xOy واقع باشد. از نقطه A عمودهای AH و AK را به ترتیب بر نیم‌خطهای Ox و Oy رسم می‌کنیم.  $\left. \begin{array}{l} OA = OA \\ AH = AK \\ \hat{H} = \hat{K} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع)}} \triangle OAH \cong \triangle OAK \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ (صفحه ۱۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: فرض کنید نقطه A درون زاویه xOy واقع باشد. از نقطه A عمودهای AH و AK را به ترتیب بر نیم‌خطهای Ox و Oy رسم می‌کنیم. (۲۵، نمره)  $\left. \begin{array}{l} OA = OA \text{ (نمره ۲۵)} \\ AH = AK \text{ (نمره ۲۵)} \\ \hat{H} = \hat{K} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{(نمره ۲۵)}]{\text{(وتر و یک ضلع)}} \triangle OAH \cong \triangle OAK \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \text{ (نمره ۲۵)}$
۲۱	۱.۵	قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در نقطه O قطع نماید.

ردیف	نمره	
	۱.۵	طبق قضیه تالس داریم: $\triangle ADC : MO \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC}$ $\triangle CAB : NO \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{NB} = \frac{CO}{OA} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{BN}{NC} = \frac{AO}{OC}$ سمت راست تساوی‌های فوق یکسان است، پس باید سمت چپ آنها نیز برابر باشد، بنابراین داریم: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ (صفحه ۳۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در نقطه O قطع نماید. (۲۵، نمره)  طبق قضیه تالس داریم: $\triangle ADC : MO \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC} \quad (۲۵، نمره)$ $\triangle CAB : NO \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{NB} = \frac{CO}{OA} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{BN}{NC} = \frac{AO}{OC} \quad (۲۵، نمره)$ سمت راست تساوی‌های فوق یکسان است، پس باید سمت چپ آنها نیز برابر باشد، بنابراین داریم: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \quad (۵، نمره)$
	۲.۲	طبق تعمیم قضیه تالس داریم: $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x-1}{2x+1} = \frac{x}{2x+5}$ $(x-1)(2x+5) = x(2x+1) \Rightarrow 2x^2 + 5x - 2x - 5 = 2x^2 + x \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ طبق قضیه تالس داریم: $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x-1}{x+2} = \frac{y}{2y+2} \xrightarrow{x=\frac{5}{2}} \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{y}{2y+2}$ $\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{y}{2y+2} \Rightarrow 3y = 2y+2 \Rightarrow y = 2$ (صفحه ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

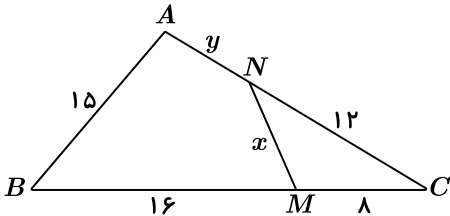
ردیف	نمره	
	۱.۵	طبق قضیه تالس داریم: $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x-1}{2x+1} = \frac{x}{2x+5}$ (نمره ۰.۲۵) $(x-1)(2x+5) = x(2x+1) \Rightarrow 2x^2 + 5x - 2x - 5 = 2x^2 + x \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ (نمره ۰.۵) $DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x-1}{x+2} = \frac{y}{2y+2} \xrightarrow{x=\frac{5}{2}} \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{y}{2y+2}$ (نمره ۰.۲۵) $\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{y}{2y+2} \Rightarrow 2y = 3y + 2 \Rightarrow y = -2$ (نمره ۰.۵)
۲۳	۱.۵	طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ADC داریم: $EN \parallel DC \Rightarrow \frac{EN}{DC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{EN}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow EN = 6$ طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث DAB داریم: $EM \parallel AB \Rightarrow \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA} \Rightarrow \frac{EM}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow EM = 2$ $MN = EN - EM = 6 - 2 = 4$ (صفحه ۳۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ADC داریم: $EN \parallel DC \Rightarrow \frac{EN}{DC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{EN}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow EN = 6$ (نمره ۰.۲۵) طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث DAB داریم: $EM \parallel AB \Rightarrow \frac{EM}{AB} = \frac{DE}{DA} \Rightarrow \frac{EM}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow EM = 2$ (نمره ۰.۲۵) $MN = EN - EM = 6 - 2 = 4$ (نمره ۰.۵)
۲۴	۱	الف) می‌دانیم در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بیشتر است. بنابراین داریم: $\begin{cases} 3x - 2 + x + 5 > 5x \Rightarrow x < 3 \\ 3x - 2 + 5x > x + 5 \Rightarrow 7x > 7 \Rightarrow x > 1 \\ x + 5 + 5x > 3x - 2 \Rightarrow 3x > -7 \Rightarrow x > -\frac{7}{3} \end{cases}$ اشتراک جواب‌ها به صورت $1 < x < 3$ است. دقت کنید که به ازای این مقادیر، طول هر سه ضلع مثلث نیز مثبت است. (صفحه ۲۷ کتاب درسی) ب) چون $x < 10$ و $y < 10$، پس ضلع به طول ۱۰، بزرگ‌ترین ضلع مثلث دوم است. و در نتیجه داریم: $\frac{3}{x} = \frac{4}{y} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{3+4}{x+y} = \frac{6}{10} \Rightarrow x+y = \frac{70}{6} = \frac{35}{3}$ (صفحه ۳۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) گزینه ۱، ب) گزینه ۲، (نمره ۰.۵)
۲۵	۱	

ردیف	نمره	
		می‌دانیم تمام نقاط واقع بر دایره، از مرکز دایره به یک فاصله هستند، پس عمودمنصف هر وتر دایره از مرکز دایره می‌گذرد. نقاط دلخواه A، B و C را روی بخشی از دایره که رسم شده انتخاب می‌کنیم و وترهای AB و BC را تشکیل می‌دهیم. عمودمنصف این دو وتر را رسم می‌کنیم. محل برخورد این دو عمودمنصف همان نقطه O مرکز دایره است. حال به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای رسم می‌کنیم تا دایره به‌طور کامل به دست آید. (صفحه ۱۶ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: می‌دانیم تمام نقاط واقع بر دایره، از مرکز دایره به یک فاصله هستند، پس عمودمنصف هر وتر دایره از مرکز دایره می‌گذرد. (نمره ۰٫۲۵) نقاط دلخواه A، B و C را روی بخشی از دایره که رسم شده انتخاب می‌کنیم و وترهای AB و BC را تشکیل می‌دهیم. عمودمنصف این دو وتر را رسم می‌کنیم. (نمره ۰٫۲۵) محل برخورد این دو عمودمنصف همان نقطه O مرکز دایره است. (نمره ۰٫۲۵) حال به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای رسم می‌کنیم تا دایره به‌طور کامل به دست آید. (نمره ۰٫۲۵)
	۱	 

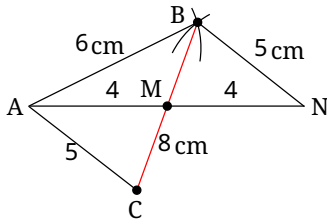
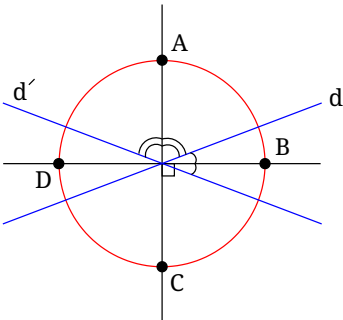
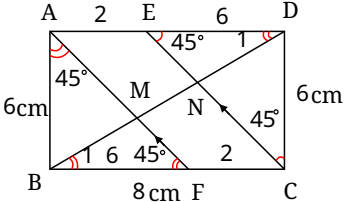
ردیف	نمره	
۱		در مثلث ABC ، AD نیمساز زاویه A است و $AD = 4cm$. اگر زاویه‌های BDA برابر 60° و BAD برابر 35° باشند مثلث را ترسیم کنید.
۲		مثلث ABC را با داشتن $BC = 8cm$ و $AH = 5cm$ (ارتفاع) و $AM = 7cm$ (میانۀ) رسم کنید.
۳		مثلی را رسم کنید که $AB = 5cm$ و $AC = 6cm$ دو ضلع و $AM = 4cm$ میانۀ وارد بر ضلع سوم آن مثلث باشند.
۴		دو خط متقاطع d و d' را در نظر بگیرید. نقاطی را بیابید که از نقطه O (محل تقاطع) به فاصله $5cm$ بوده و از دو خط به یک فاصله باشند.
۵		در مستطیلی که ابعاد آن ۶ و ۸ سانتی‌متر است، نیمساز دو زاویه روبه‌روی هم، قطر مقابل را در دو نقطه قطع می‌کنند. فاصله این دو نقطه را محاسبه کنید.
۶		در شکل مقابل، AH و BH' دو ارتفاع مثلث هستند، اگر $AH' = 5$ و $OH' = 3$ باشد، طول BH را به دست آورید.
۷		در شکل‌های زیر، مقادیر مجهول را به دست آورید.
		(الف)  (ب) 
۸		در شکل مقابل، $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ است. نسبت مساحت مثلث هاشورخورده به متوازی‌الاضلاع $MNPB$ را به دست آورید.
		
۹		در مثلث ABC ، $\hat{A} = 120^\circ$ و نیمسازهای داخلی زاویه A ضلع BC را در نقطه D قطع می‌کند. ثابت کنید: $\frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$.

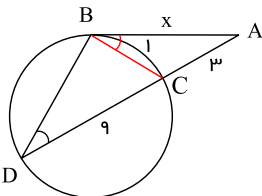
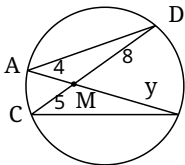
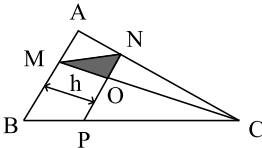
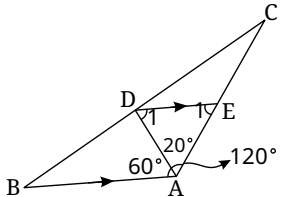
ردیف	نمره
۱۰	در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) محل تلاقی نیمسازهای دو زاویه B و C را M و نقطه برخورد نیمساز زاویه A با عمودی که در نقطه A بر AC رسم شده است را نقطه D می نامیم. ثابت کنید مثلث AMD متساوی الساقین است. 
۱۱	بر ضلع Ox از زاویه xOy دو نقطه A و B را اختیار کرده و از این نقاط دو خط موازی هم رسم می کنیم تا ضلع Oy را به ترتیب در نقاط C و D قطع کنند و از نقطه D خطی موازی BC رسم می کنیم تا ضلع Ox را در نقطه E قطع کند. ثابت کنید:  $OB^2 = OA \times OE$
۱۲	متوازی الاضلاع $ABCD$ مفروض است. از نقطه C خطی چنان رسم می کنیم که امتداد خطوط AD و AB را در نقاط F و E قطع کند. ثابت کنید: $\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = 1$ 
۱۳	خط دلخواه d اضلاع AB, AC و BC (یا امتداد آن ها) از مثلث ABC را به ترتیب در نقاط X و Y و Z قطع می کند. ثابت کنید: $\frac{AX}{XB} \times \frac{BZ}{ZC} \times \frac{CY}{YA} = 1$ (قضیه منلائوس)
۱۴	ثابت کنید پاره خطی که وسط های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می کند موازی دو قاعده و مساوی نصف مجموع آنهاست.

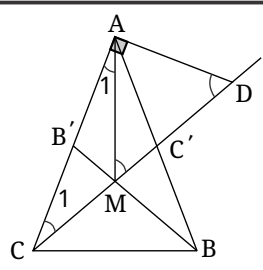
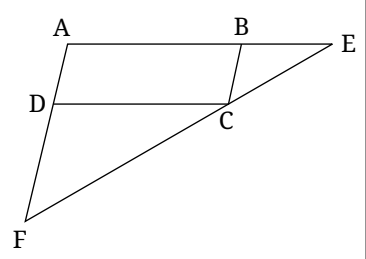
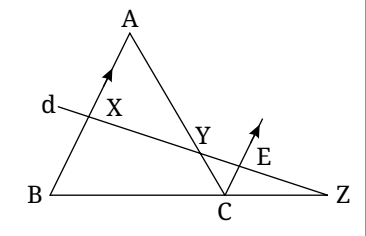
ردیف	نمره	
۱۵	۱.۲۵	در شکل مقابل مقادیر x و y را بیابید.
۱۶	۲	با رسم نیمساز AD در مثلث ABC نشان دهید: $AB + AC > BC$
۱۷	۲	عکس قضیهٔ تالس را نوشته و سپس به کمک برهان خلف آن را اثبات کنید.
۱۸	۲	در دوزنقهٔ شکل زیر، از نقطهٔ تلاقی قطرهای، خطی موازی قاعده‌ها رسم شده است. ثابت کنید: $OE = OF$
۱۹	۱.۵	ثابت کنید ارتفاع‌های هر مثلث، هم‌رس هستند.
۲۰	۲	در شکل مقابل ثابت کنید اگر پاره خط DE موازی ضلع BC باشد، آنگاه داریم: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
۲۱	۱	ثابت کنید اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد.
۲۲	۱	الف) واسطهٔ (میانگین) هندسی را تعریف کنید. ب) اگر $2x$ واسطهٔ هندسی $2x - 2$ و $2x + 3$ باشد، مقدار x را به دست آورید.

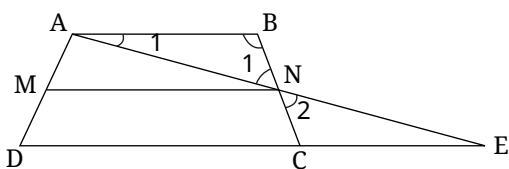
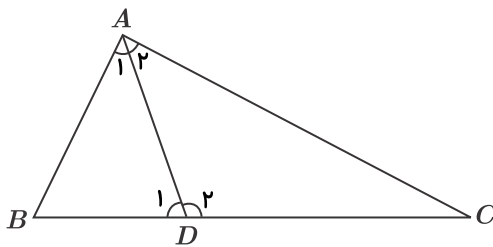
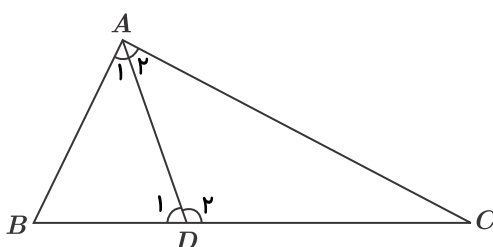
ردیف	نمره	
۲۳	۱.۵	در شکل مقابل اگر $\hat{A} = \widehat{NMC}$ باشد، مقادیر x و y را به دست آورید. 
۲۴	۱	طول ارتفاع وارد بر وتر در یک مثلث قائم الزاویه ۲۴ و نسبت دو پاره خطی که ارتفاع روی وتر پدید می آورد، برابر $\frac{16}{9}$ است. طول وتر این مثلث را به دست آورید.
۲۵	۱	نسبت مساحت های دو هفت ضلعی متشابه برابر $\frac{49}{81}$ است. اگر محیط یکی از این دو هفت ضلعی ۱۸ باشد، محیط هفت ضلعی دیگر چقدر است؟ (مسئله چند جواب دارد؟)

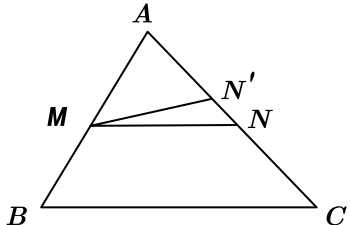
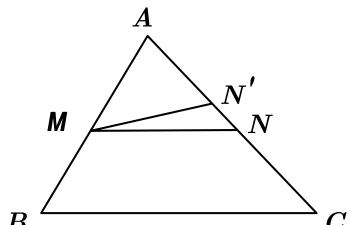
ردیف	نمره	
۱		شکل تقریبی سؤال را در نظر می گیریم. بنابراین ابتدا $\triangle BDA$ را با «ض.ز» معلوم رسم می کنیم. سپس زاویه $\angle CAD$ را به اندازه 35° رسم می کنیم و ضلع BD را امتداد داده تا نقطه C حاصل شود. $\triangle ABC$ جواب مسأله است.
۲		شکل فرضی مثلث را در نظر می گیریم. ابتدا خط d را رسم کرده و روی خط d نقطه دلخواه H را انتخاب و عمودی از آن نقطه خارج می کنیم و روی آن به اندازه $AH = 5$ جدا کرده و از نقطه A به اندازه $AM = 7$ یک کمان می زنیم تا خط d را در نقطه M قطع کند. به مرکز M و به شعاع 4 cm یک دایره رسم می کنیم تا خط d را در نقاط B و C قطع کند از A به B و C وصل می کنیم. $\triangle ABC$ جواب مسأله است.
۳		شکل فرضی مثلث ABC را رسم می کنیم. ابتدا مثلث ABN به اضلاع ۵ و ۶ و ۸ را رسم می کنیم.

ردیف	نمونه
	سپس از نقطه B به وسط AN نقطه M وصل کرده و به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه C حاصل شود از A به C وصل می‌کنیم. $\triangle ABC$ جواب مسأله است. 
۴	ابتدا نیمساز هر دو زاویه‌ای که دو خط باهم می‌سازند را رسم می‌کنیم، سپس به مرکز O و به شعاع 5cm یک دایره رسم می‌کنیم محل برخورد دایره با دو نیمساز جواب مسأله است. ۴ نقطه A, B, C, D از دو خط به یک فاصله‌اند و از O به فاصله 5cm هستند. 
۵	$\triangle ABD : AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow 6^2 + 8^2 = BD^2 \Rightarrow BD = 10$ $\triangle ABF : \hat{A} = \hat{F} = 45^\circ \Rightarrow AB = BF = 6\text{cm}$ $\triangle DCE : \hat{C} = \hat{E} = 45^\circ \Rightarrow DE = DC = 6\text{cm}$ $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ } $\xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABF \cong \triangle DCE \Rightarrow AF = CE$ $AD \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب } BD} \begin{cases} \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{E} = \hat{F} = 45^\circ \\ DE = BF = 6\text{cm} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle DEN \cong \triangle BFM \Rightarrow BM = DN$ $\triangle AMD : EN \parallel AM \xrightarrow{\text{ق تالس}} \frac{DE}{AD} = \frac{DN}{DM} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{DN}{DM} \xrightarrow{\text{ترکیب صورت و مخرج}} \frac{6}{14} = \frac{DN}{\underbrace{DM + DN}_{BD}}$ $\Rightarrow \frac{6}{14} = \frac{DN}{10} \Rightarrow DN = \frac{30}{7} = BM \Rightarrow MN = 10 - 2 \times \frac{30}{7} = \frac{10}{7}$ 
۶	$AH' = 12$, $OH = 3 \times 12 = 36$, $OH' = \frac{12}{5} = 2,4$ $\left\{ \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{نذ}} \triangle OAH' \sim \triangle OBH \rightarrow \frac{OH'}{OH} = \frac{AH'}{BH} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{2,4}{36} = \frac{12}{BH} \Rightarrow BH = \frac{12 \times 36}{2,4} = 180$
۷	در شکل (الف) داریم:

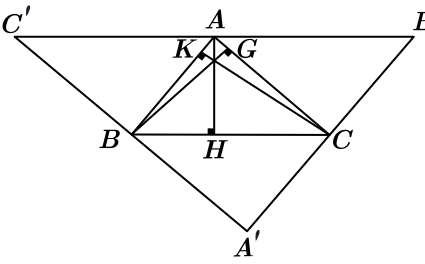
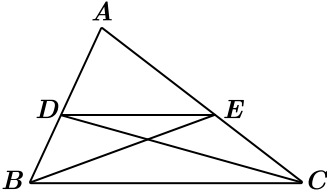
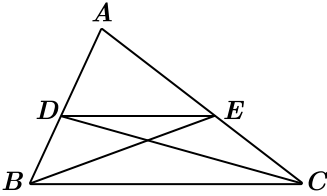
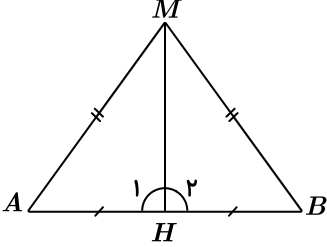
ردیف	نمره
	از B به C وصل می‌کنیم.  $\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{D} = \frac{\widehat{BC}}{2} \text{ (ظلی)} \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ (مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADB$ $\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{x}{3+9} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36} = 6$ در شکل (ب) داریم: از A به D و از B به C وصل می‌کنیم.  $\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \\ \hat{D} = \hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MCB$ $\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{y}{8} \Rightarrow y = \frac{5 \times 8}{4} = 10$
۸	 $\left. \begin{array}{l} \triangle ABC : NP \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{AC} = \frac{NP}{AB} \\ \triangle ACM : ON \parallel AM \Rightarrow \frac{ON}{AM} = \frac{CN}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ON}{AM} = \frac{NP}{AB}$ $\Rightarrow \frac{ON}{NP} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$ $\left. \begin{array}{l} \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{MNPB}} = \frac{\frac{1}{2} ON \times h}{NP \times h} = \frac{ON}{2NP} \\ \Rightarrow \frac{S_{\triangle OMN}}{S_{MNPB}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \end{array} \right\}$
۹	از نقطه D موازی AB رسم تا ضلع AC را در نقطه E قطع کند.  ۹ $\left\{ \begin{array}{l} \text{فرض : } \hat{A} = 120^\circ \\ \text{حکم : } \frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} \end{array} \right.$ $DE \parallel AB \xrightarrow{AD \text{ مورب}} \hat{BAD} = \hat{ADE} = 60^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = 60^\circ \Rightarrow \triangle ADE$ متساوی الاضلاع است. $\triangle ABC : DE \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CE}{AC} = \frac{DE}{AB} \Rightarrow \frac{CE}{AC} = \frac{AD}{AB} \xrightarrow{\div AD} \frac{CE}{AC \times AD} = \frac{1}{AB} \quad (1)$ در نتیجه داریم: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} \stackrel{(1)}{=} \frac{CE}{AC \times AD} + \frac{1}{AC} = \frac{CE + \widehat{AD}}{AC \times AD} = \frac{AC}{AC \times AD} = \frac{1}{AD}$
۱۰	می‌دانیم سه نیمساز هم‌رسانند، یعنی AM نیمساز زاویه A است. زاویه $\hat{AMD}$ زاویه خارجی مثلث AMC است پس:

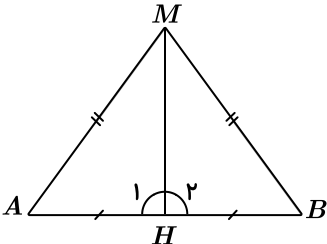
ردیف	نمره
	 $\hat{A}MD = \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \quad (1)$ اما در مثلث قائم الزاویه ACD ($\hat{C}AD = 90^\circ$) داریم: $\hat{A}DM = 90^\circ - \hat{C}_1 = 90^\circ - \frac{\hat{C}}{2} = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2}$ و چون $\hat{B} = \hat{C}$ است پس: $\hat{A}DM = \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \quad (2)$ از مقایسه رابطه های (۱) و (۲) نتیجه می شود $\hat{A}MD = \hat{A}DM$، یعنی مثلث AMD متساوی الساقین است.
۱۱	فرض: $\left\{ \begin{array}{l} AC \parallel BD \\ BC \parallel DE \end{array} \right.$ حکم: $OB^2 = OA \times OE$ $\hat{O}BD : AC \parallel BD \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} \quad (1)$ $\hat{O}ED : BC \parallel DE \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{OB}{OE} = \frac{OC}{OD} \quad (2)$ $(1) \text{ و } (2) \rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OE} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} OB^2 = OA \times OE$
۱۲	با توجه به شکل و قضیه تالس داریم: $\left. \begin{array}{l} BC \parallel AF \rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{FC}{EF} \\ DC \parallel AE \rightarrow \frac{AD}{AF} = \frac{EC}{EF} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{FC}{EF} + \frac{EC}{EF} = \frac{FC+EC}{EF} = \frac{EF}{EF} = 1 \rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = 1$ 
۱۳	از C خطی موازی AB رسم می کنیم تا d را در E قطع کند.  از ضرب طرفین تساوی های بالا داریم: $\frac{BX}{XC} \times \frac{CY}{YA} = \frac{CE}{AX} \times \frac{XB}{CE} \rightarrow \frac{AX}{XB} \times \frac{BZ}{ZC} \times \frac{CY}{YA} = 1$

ردیف	نمره	
۱۴		در دوزنقه $ABCD$ وسط ساق AD را M و وسط ساق BC را N می‌نامیم و از M به N وصل می‌کنیم. حال از A به N وصل نموده، امتداد می‌دهیم تا امتداد قاعده CD را در نقطه E قطع کند. دو مثلث ABN و NCE هم‌نهشت هستند. پس $AB = CE$ و $AN = NE$ است و $DE = DC + CE = DC + AB$. از طرفی، چون $MN \parallel DE$ و نقطه‌های M و N وسط ضلع‌های AD و AE از مثلث ADE هستند. طبق قضیه تالس داریم: $\triangle ADE : \frac{AM}{AD} = \frac{MN}{DE} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} (AB + CD)$ 
۱۵	۱.۲۵	روش دوم: برای پیدا کردن x و y می‌توانید از تعمیم قضیه تالس و یا تشابه دو مثلث ABC و AMN استفاده کنید. $\begin{cases} MN \perp AB \\ BC \perp AB \end{cases} \rightarrow MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow x = 3$ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \rightarrow y = 2$
۱۶	۲	فرض کنیم AD نیمساز زاویه A باشد. در این صورت $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است.  با جمع کردن طرفین دو رابطه بالا داریم: $AB + AC > \underbrace{BD + DC}_{BC}$ (صفحه ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: فرض کنیم AD نیمساز زاویه A باشد. در این صورت $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است.  (۰/۲۵)

ردیف	نمره	
	۲	$\triangle ADC: \underbrace{\widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{D}_1 > \widehat{A}_1}_{(۰,۲۵)} \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_1} \widehat{D}_1 > \widehat{A}_1 \xrightarrow{\triangle ABD} AB > BD_{(۰,۲۵)}$ $\triangle ABD: \underbrace{\widehat{D}_2 \Rightarrow \widehat{D}_2 > \widehat{A}_1}_{(۰,۲۵)} \xrightarrow{\widehat{A}_1 = \widehat{A}_1} \widehat{D}_2 > \widehat{A}_1 \xrightarrow{\triangle ADC} AC > DC_{(۰,۲۵)}$ با جمع کردن طرفین دو رابطه بالا داریم: $AB + AC > \underbrace{BD + DC}_{BC} \quad (۰,۲۵ \text{ نمره})$
۱۷	۲	عکس قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آنها، چهار پاره‌خط با اندازه‌های متناظراً متناسب جدا کند، آنگاه با ضلع سوم مثلث موازی است. اثبات: طبق فرض می‌دانیم $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ است. می‌خواهیم ثابت کنیم $MN \parallel BC$. طبق برهان خلف فرض می‌کنیم حکم نادرست باشد، یعنی $MN \not\parallel BC$. پس از نقطه M، پاره‌خط MN' را موازی BC رسم می‌کنیم.  با استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC داریم: $MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC}$ از مقایسه این تناسب با فرض مسئله نتیجه می‌شود $\frac{AN}{AC} = \frac{AN'}{AC}$ و در نتیجه $AN = AN'$، یعنی N بر N' منطبق است و MN' همان MN است که موازی BC است. (صفحه ۳۶ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: عکس قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آنها، چهار پاره‌خط با اندازه‌های متناظراً متناسب جدا کند، آنگاه با ضلع سوم مثلث موازی است. (۵ نمره) اثبات: طبق فرض می‌دانیم $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ است. می‌خواهیم ثابت کنیم $MN \parallel BC$. طبق برهان خلف فرض می‌کنیم حکم نادرست باشد، یعنی $MN \not\parallel BC$ (۲,۵ نمره). پس از نقطه M، پاره‌خط MN' را موازی BC رسم می‌کنیم. (۲,۵ نمره)  با استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC داریم: $MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC} \quad (۰,۲۵ \text{ نمره})$ از مقایسه این تناسب با فرض مسئله نتیجه می‌شود $\frac{AN}{AC} = \frac{AN'}{AC}$ و در نتیجه $AN = AN'$، یعنی N بر N' منطبق است (۲,۵ نمره) و MN' همان MN است که موازی BC است. (۲,۵ نمره)
۱۸	۳	

ردیف	نمره	
	۲	$\triangle DAB : OE \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OE}{AB} = \frac{DE}{AD} (*)$ $\triangle CAB : OF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OF}{AB} = \frac{CF}{BC} (**)$ از طرفی طبق قضیه تالس در دوزنقه $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ است؛ پس داریم: $\frac{DE}{AE} = \frac{CF}{BF} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{DE}{AD} = \frac{CF}{BC}$ بنابراین سمت راست تساوی‌های (*) و (**) برابر یکدیگر است، پس سمت چپ آنها نیز باید برابر باشد، یعنی داریم: $\frac{OE}{AB} = \frac{OF}{AB} \Rightarrow OE = OF$ (صفحه ۳۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\triangle DAB : OE \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OE}{AB} = \frac{DE}{AD} (*)$ (نمره ۵) $\triangle CAB : OF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OF}{AB} = \frac{CF}{BC} (**)$ (نمره ۵) از طرفی طبق قضیه تالس در دوزنقه $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ است؛ پس داریم: $\frac{DE}{AE} = \frac{CF}{BF} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{DE}{AD} = \frac{CF}{BC}$ (نمره ۵) بنابراین سمت راست تساوی‌های (*) و (**) برابر یکدیگر است، پس سمت چپ آنها نیز باید برابر باشد، یعنی داریم: $\frac{OE}{AB} = \frac{OF}{AB} \Rightarrow OE = OF$ (نمره ۵)
۱۹	۱.۵	مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید و از هر رأس آن خطی موازی با ضلع مقابل رسم کنید تا مطابق شکل مثلثی مانند $A'B'C'$ پدید آید. هر کدام از چهار ضلعی‌های $AB'CB$ و $AC'BC$ متوازی‌الاضلاع هستند، پس اضلاع مقابل آنها دوه‌دو مساوی یکدیگر است. بنابراین داریم: $\left. \begin{array}{l} AB' = BC \\ AC' = BC \end{array} \right\} \Rightarrow AB' = AC'$ یعنی A وسط پاره خط $B'C'$ است. از طرفی داریم: $\left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp B'C'$ بنابراین خط AH عمود منصف پاره خط $B'C'$ است. به‌طور مشابه می‌توان نشان داد که خط BG عمود منصف پاره خط $A'C'$ و خط CK عمود منصف پاره خط $A'B'$ است. بنابراین ارتفاع‌های مثلث ABC، روی عمود منصف‌های اضلاع مثلث $A'B'C'$ هستند. می‌دانیم عمود منصف‌های هر مثلثی هم‌رس هستند و در نتیجه هم‌رس هستند. (صفحه ۱۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید و از هر رأس آن خطی موازی با ضلع مقابل رسم کنید تا مطابق شکل مثلثی مانند $A'B'C'$ پدید آید. (نمره ۲۵) هر کدام از چهار ضلعی‌های $AB'CB$ و $AC'BC$ متوازی‌الاضلاع هستند، پس اضلاع مقابل آنها دوه‌دو مساوی یکدیگر است. (نمره ۲۵)

ردیف	نمره	
۲۰	۱.۵	بنابراین داریم:  $\left. \begin{array}{l} AB' = BC \\ AC' = BC \end{array} \right\} \Rightarrow AB' = AC'$ یعنی A وسط پاره خط B'C' است. (۲۵، ۰ نمره) از طرفی داریم: $\left. \begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp B'C' \text{ (نمره ۲۵، ۰)}$ بنابراین خط AH عمود منصف پاره خط B'C' است. (۲۵، ۰ نمره) به طور مشابه می توان نشان داد که خط BG عمود منصف پاره خط A'C' و خط CK عمود منصف پاره خط A'B' است. بنابراین ارتفاع های مثلث ABC، روی عمود منصف های اضلاع مثلث A'B'C' هستند و در نتیجه هم رس هستند. (۲۵، ۰ نمره)
۲۰	۲	مطابق شکل از D به C و از E به B وصل می کنیم. مثلث های ADE و DEC در رأس D مشترک هستند و قاعده مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست قرار دارد؛ پس داریم:  $\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC}$ به طور مشابه مثلث های ADE و DEB در رأس E مشترک هستند؛ پس داریم: $\frac{S_{ADE}}{S_{DEB}} = \frac{AD}{DB}$ از طرفی مثلث های DEC و DEB دارای قاعده مشترک DE هستند و رأس سوم آنها روی خطی موازی با این قاعده قرار دارد؛ بنابراین $S_{DEC} = S_{DEB}$. از روابط فوق نتیجه می گیریم: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (صفحه ۳۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: رسم شکل (۲۵، ۰ نمره) مطابق شکل از D به C و از E به B وصل می کنیم. مثلث های ADE و DEC در رأس D مشترک هستند و قاعده مقابل به این رأس آنها روی یک خط راست قرار دارد؛ پس داریم:  $\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC} \text{ (نمره ۵، ۰)}$ به طور مشابه مثلث های ADE و DEB در رأس E مشترک هستند؛ پس داریم: $\frac{S_{ADE}}{S_{DEB}} = \frac{AD}{DB} \text{ (نمره ۵، ۰)}$ از طرفی مثلث های DEC و DEB دارای قاعده مشترک DE هستند و رأس سوم آنها روی خطی موازی با این قاعده قرار دارد؛ بنابراین $S_{DEC} = S_{DEB}$. (۵، ۰ نمره) از روابط فوق نتیجه می گیریم: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (۲۵، ۰ نمره)
۲۱	۱	فرض کنیم نقطه M از نقاط A و B به یک فاصله باشد. از نقطه M به نقاط A، B و H (وسط پاره خط AB) وصل می کنیم.  $\left. \begin{array}{l} MA = MB \\ MH = MH \\ AH = BH \end{array} \right\} \xRightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AMH \cong \triangle BMH \Rightarrow \widehat{H_1} = \widehat{H_2}$ از طرفی $\widehat{H_1} + \widehat{H_2} = 180^\circ$؛ پس $\widehat{H_1} = \widehat{H_2} = 90^\circ$.

ردیف	نمره	
	۱	چون MH بر AB عمود است و آن را نصف می‌کند؛ پس MH عمود منصف پاره خط AB است. (صفحه ۱۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: فرض کنیم نقطه M از نقاط A و B به یک فاصله باشد. از نقطه M به نقاط A، B و H (وسط پاره خط AB) وصل می‌کنیم. $\left. \begin{array}{l} MA = MB \\ MH = MH \\ AH = BH \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMH \cong \triangle BMH \Rightarrow \widehat{H_1} = \widehat{H_2}$  از طرفی $\widehat{H_1} + \widehat{H_2} = 180^\circ$ پس $\widehat{H_1} = \widehat{H_2} = 90^\circ$. (نمره ۰٫۲۵) چون MH بر AB عمود است و آن را نصف می‌کند؛ پس MH عمود منصف پاره خط AB است. (نمره ۰٫۲۵)
	۲۲	الف) اگر طرفین یا وسطین یک تناسب شامل دو عدد برابر باشد، یعنی $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ یا $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$، با طرفین وسطین کردن تناسب، نتیجه می‌شود: $b^2 = ac$. در این صورت b را واسطه هندسی a و c می‌نامیم. ب) $(2x)^2 = (2x - 2)(2x + 3) \Rightarrow 4x^2 = 4x^2 + 6x - 4x - 6$ $\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$ (صفحه ۳۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) اگر طرفین یا وسطین یک تناسب شامل دو عدد برابر باشد، یعنی $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ یا $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$، با طرفین وسطین کردن تناسب، نتیجه می‌شود: $b^2 = ac$. در این صورت b را واسطه هندسی a و c می‌نامیم. (نمره ۰٫۵) ب) $(2x)^2 = (2x - 2)(2x + 3) \Rightarrow 4x^2 = 4x^2 + 6x - 4x - 6$ $\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$
	۱.۵	دو مثلث ABC و MNC به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند؛ زیرا داریم: $\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \widehat{NMC} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xRightarrow{(ز)} \triangle ABC \sim \triangle MNC \Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MC} = \frac{BC}{NC}$ $\Rightarrow \frac{15}{x} = \frac{12+y}{8} = \frac{24}{12} = 2$ $\frac{15}{x} = 2 \Rightarrow 2x = 15 \Rightarrow x = 7.5$ $\frac{12+y}{8} = 2 \Rightarrow 12+y = 16 \Rightarrow y = 4$ (صفحه ۴۱ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \widehat{NMC} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xRightarrow{(ز)} \triangle ABC \sim \triangle MNC \Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MC} = \frac{BC}{NC} \text{ (نمره ۰٫۲۵)}$ $\Rightarrow \frac{15}{x} = \frac{12+y}{8} = \frac{24}{12} = 2$ $\frac{15}{x} = 2 \Rightarrow 2x = 15 \Rightarrow x = 7.5 \text{ (نمره ۰٫۵)}$ $\frac{12+y}{8} = 2 \Rightarrow 12+y = 16 \Rightarrow y = 4 \text{ (نمره ۰٫۵)}$

ردیف	نمره	
۲۴	۱	در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، فرض کنیم $BH = 9k$، $CH = 16k$ و $AH = 24$ باشد. در این صورت طبق روابط طولی در این مثلث قائم الزاویه داریم: $AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 24^2 = 9k \times 16k \Rightarrow 576 = 144k^2$ $\Rightarrow k^2 = 4 \xrightarrow{k > 0} k = 2$ $BC = BH + CH = 25k = 25 \times 2 = 50$ (صفحه ۴۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، فرض کنیم $BH = 9k$، $CH = 16k$ و $AH = 24$ باشد. در این صورت طبق روابط طولی در این مثلث قائم الزاویه داریم: $AH^2 = BH \times CH \text{ (نمره ۲۵)} \Rightarrow 24^2 = 9k \times 16k \Rightarrow 576 = 144k^2$ $\Rightarrow k^2 = 4 \xrightarrow{k > 0} k = 2 \text{ (نمره ۵)}$ $BC = BH + CH = 25k = 25 \times 2 = 50 \text{ (نمره ۲۵)}$
۲۵	۱	نسبت محیط‌های دو چندضلعی متشابه، برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌های دو چندضلعی متشابه، مربع نسبت تشابه است. دو حالت مختلف براساس اینکه محیط هفت ضلعی کوچک‌تر یا بزرگ‌تر برابر ۱۸ باشد، در نظر می‌گیریم: حالت ۱: $\frac{S}{S'} = \left(\frac{P}{P'}\right)^2 \Rightarrow \frac{49}{81} = \left(\frac{18}{P'}\right)^2 \Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{18}{P'} \Rightarrow P' = \frac{162}{7}$ حالت ۲: $\frac{S}{S'} = \left(\frac{P}{P'}\right)^2 \Rightarrow \frac{49}{81} = \left(\frac{P}{18}\right)^2 \Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{P}{18} \Rightarrow P = 14$ (صفحه ۴۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: نسبت محیط‌های دو چندضلعی متشابه، برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌های دو چندضلعی متشابه، مربع نسبت تشابه است. دو حالت مختلف براساس اینکه محیط هفت ضلعی کوچک‌تر یا بزرگ‌تر برابر ۱۸ باشد، در نظر می‌گیریم: حالت ۱: $\frac{S}{S'} = \left(\frac{P}{P'}\right)^2 \Rightarrow \frac{49}{81} = \left(\frac{18}{P'}\right)^2 \Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{18}{P'} \Rightarrow P' = \frac{162}{7} \text{ (نمره ۲۵)}$ حالت ۲: $\frac{S}{S'} = \left(\frac{P}{P'}\right)^2 \Rightarrow \frac{49}{81} = \left(\frac{P}{18}\right)^2 \Rightarrow \frac{7}{9} = \frac{P}{18} \Rightarrow P = 14 \text{ (نمره ۲۵)}$