



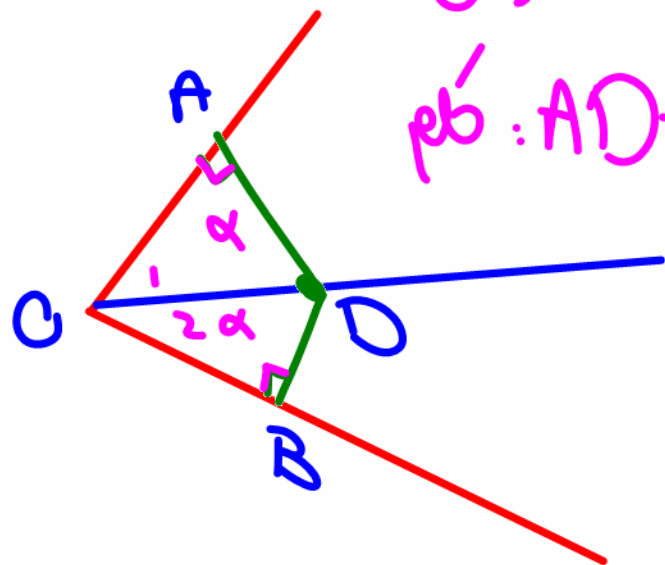
مجموعه آموزشی سگو

تعریف زاویه را نصف می‌کنند

عمود کردن

قضیه ۱: هر نقطه‌ای که روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد روی نیمساز قرار دارد.

پس: AD عرض



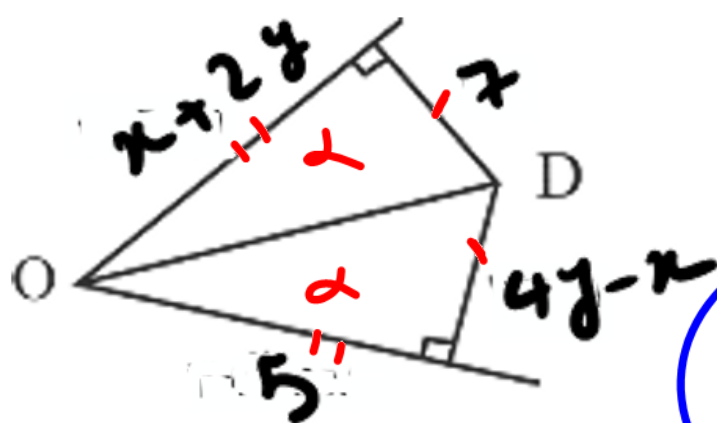
$$\text{پس: } AD = DB \quad \left\{ \begin{array}{l} OD = OD \\ \angle A_1 = \angle B_2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \triangle OAD \cong \triangle ODB$$

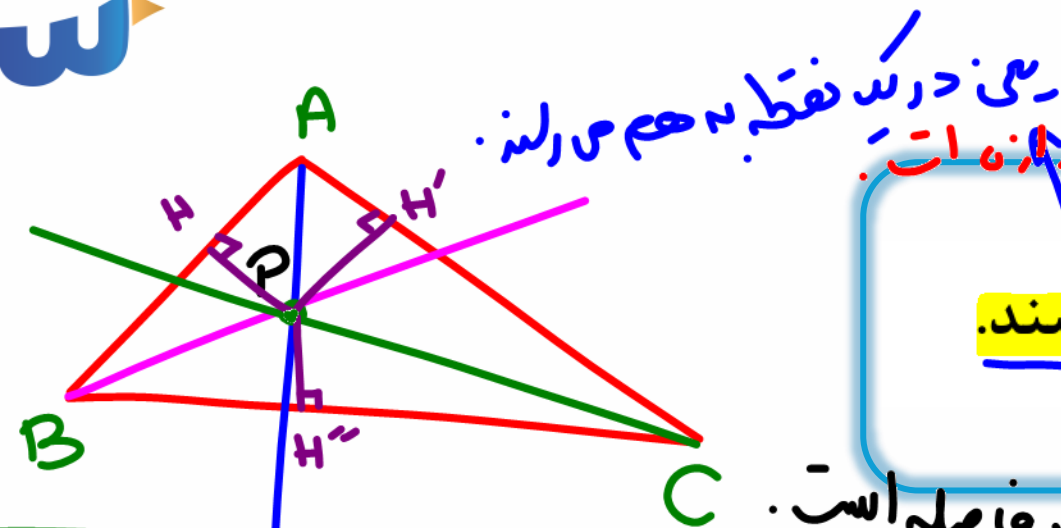
$$\Rightarrow AD = DB$$



مثال: در شکل زیر اگر OD نیمساز باشد $x+y$ را بیابید.



$$\begin{cases} 4y - x = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$
$$6y = 12 \rightarrow y = 2$$
$$y = 2 \rightarrow x = 1$$



می‌درند نقطه به هم می‌زنند.

* نقطه‌ی همسایه‌ها، از هر دو ضلع مثلث به یک اندازه است.

قضیه ۲: نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

$$PH = PH' = PH''$$

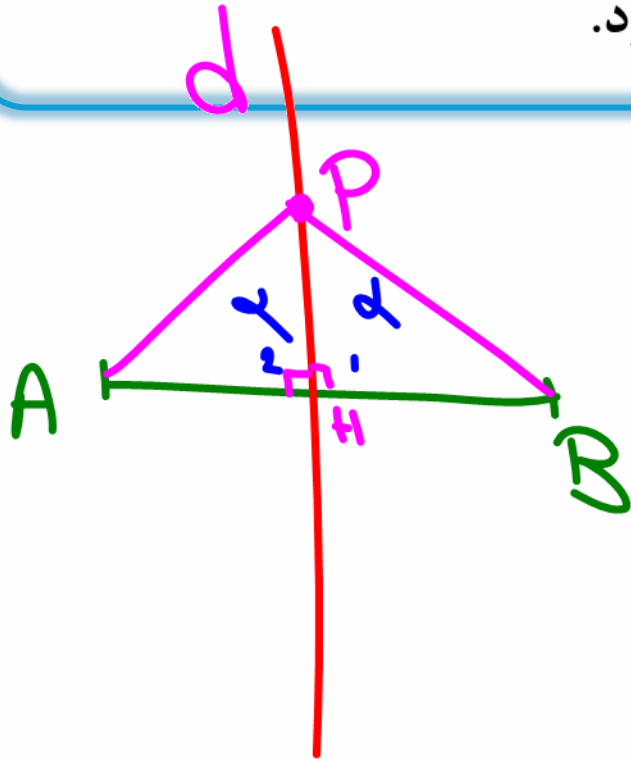
این نقطه (P) از هر دو ضلع به یک فاصله است.
نقطه‌ی همسایه‌هاست.

- ① $PH = PH'$: P روی نیم‌زاویه A است.
- ② $PH = PH''$: P روی نیم‌زاویه B است.

از ① و ② $PH' = PH''$ ، این اتفاق زمانی می‌افتد که P روی نیم‌زاویه C باشد پس
هر دو نیم‌زاویه را در نقطه‌ی P قطع کرده و به هم می‌زنند.

تعریف: خطی است که پاره خط را نصف کرده و به آن عمود است.

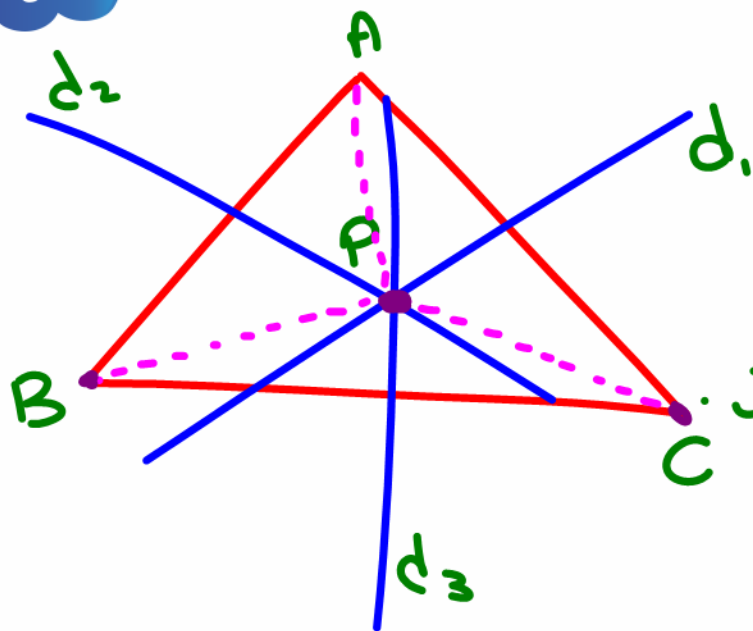
قضیه ۳: هر نقطه که روی عمود منصف یک پاره خط باشد از دو سر پاره خط به یک فاصله و هر نقطه که از دو سر پاره خط به یک فاصله است روی عمود منصف آن قرار دارد.



فرض: d عمود منصف

مطلوب: $AP = PB$

$$\Rightarrow \begin{cases} PH = PH \\ AH = HB \\ H_1 = H_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle APH \cong \triangle PHB \Rightarrow AP = PB$$



قضیه ۴: عمود منصف‌های یک مثلث هم‌رسند.

می‌دانیم هر نقطه که روی عمود منصف باشد از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

فرض کنیم P روی عمود منصف AB است: $AP = PB$ ①

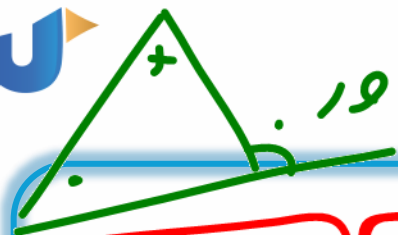
فرض کنیم P روی عمود منصف AC است: $AP = PC$ ②

از ① و ② $AP = PB = PC$ $\Leftarrow$ این اتفاق زمانی می‌افتد که P روی عمود منصف BC باشد.

پس هر دو عمود منصف یکدیگر را در نقطه P قطع می‌کنند.

$$AP = PB = PC$$

پس نقطه P از هر سه رأس به یک اندازه است.
نقطه‌ی هم‌ری عمود منصف‌هاست.



اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی برابر است با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاور

⑤ = ② + ③

قضیه ۸: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشد زاویه‌ی روبرو به ضلع بزرگتر بزرگتر است از زاویه‌ی روبرو به

ضلع کوچکتر

فرض: $AB > AC$

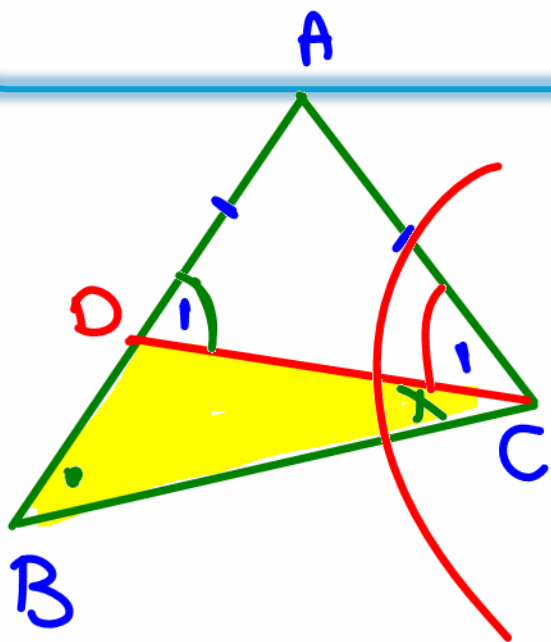
پس: $\hat{C} > \hat{B}$

به اندازه‌ی AC روی AB بداهه‌ای رسم می‌کنیم AD متساوی‌الساقین است.

$$AD = AC \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_1$$

$$\hat{D}_1 = \hat{B} + \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{B}$$

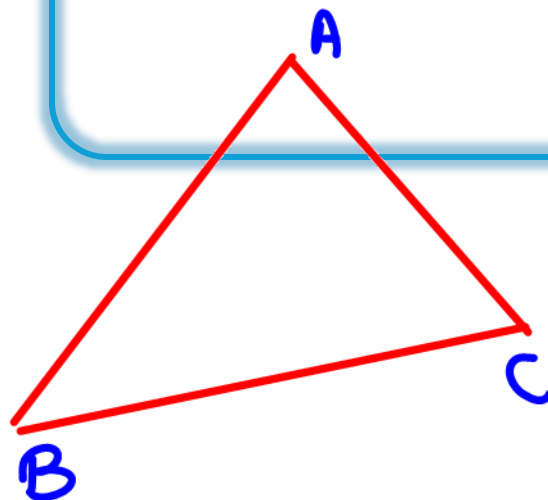
$$\hat{C}_1 > \hat{B} \xrightarrow{\hat{C} > \hat{C}_1} \hat{C} > \hat{B}$$



عکس قضیه ۸ اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشد ضلع مقابل به زاویه بزرگتر، بزرگتر است از ضلع

روبه رو به زاویه‌ی کوچکتر.

$$AB > AC \text{ : حکم}$$



$$\hat{C} > \hat{B} \text{ : فرض}$$

فرض خلاف

$$AB = AC$$

متناقض است

$$\hat{B} = \hat{C} \text{ : X}$$

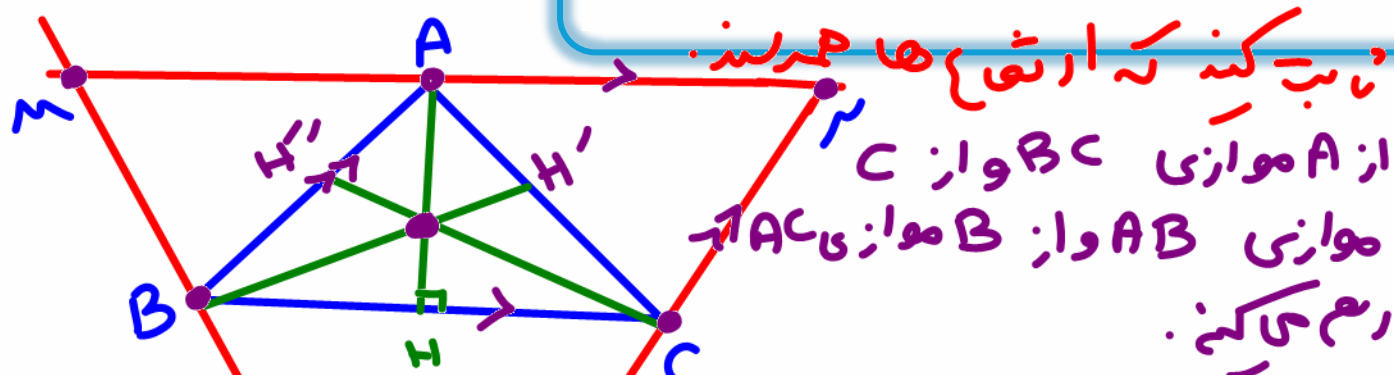
$$AB < AC$$

طبق واقعیه

$$\hat{B} > \hat{C} \text{ : X}$$

پس چون به تناقض رسیدیم فرض خلاف باطل و حکم ثابت!

قضیه ۹: از یک نقطه غیر واقع بر خط نمی توان بیش از یک خط بر آن عمود کرد.



نمایند که ارتفاع ها همرسند
از A موازی BC و از C موازی AB رسم می کنیم.
موازی AB و از B موازی AC رسم می کنیم.

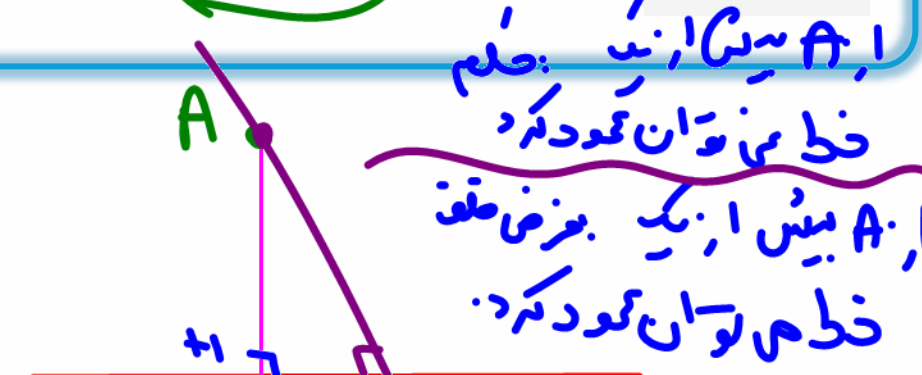
چهارضی ANCB متوازی الاضلاع

$$① AN = BC$$

چهارضی AMBC متوازی الاضلاع
② $AM = BC$

از ① و ② $AN = AM$ ← A وسط MN است.

AA: MN دو راسته پس AH محور منصف MN است.



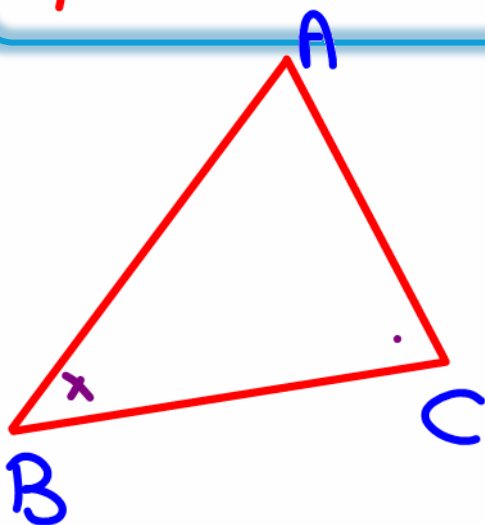
اگر A بیرون از خط باشد
خط می توان نمود که
از A بیش از یک فرض خلاف
خط می توان نمود که.

مستقیم AAH'
مردن است که هیچ
زاویه های داخل آن بیش از ۹۰ درجه است.
نداریم.



به همین ترتیب BH و درصاف MP و CH^- درصاف PN
 و با این مورد صاف ها هم اندیس ارتق { ها نیز هم اندیس

قضیه ۱۰: ثابت کنید اگر در هر مثلثی دو ضلع نابرابر باشد زاویه مجاور به آن دو ضلع نیز نابرابر است



$AB \neq AC$ فرضی

res: $\hat{B} \neq \hat{C}$

~~فرض~~ $\hat{B} = \hat{C}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$

$$AB = AC \quad (\text{نہیں})$$

روح به نفاق و رسد به فرض خلفا طل،
حکم دایب!

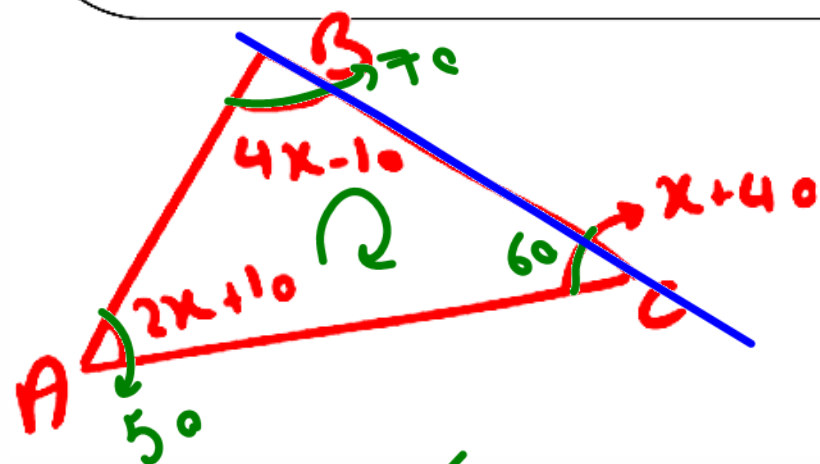
برهان ملف :

✓ فرض

Feb ✓

مبدأ → فرض خلوه

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

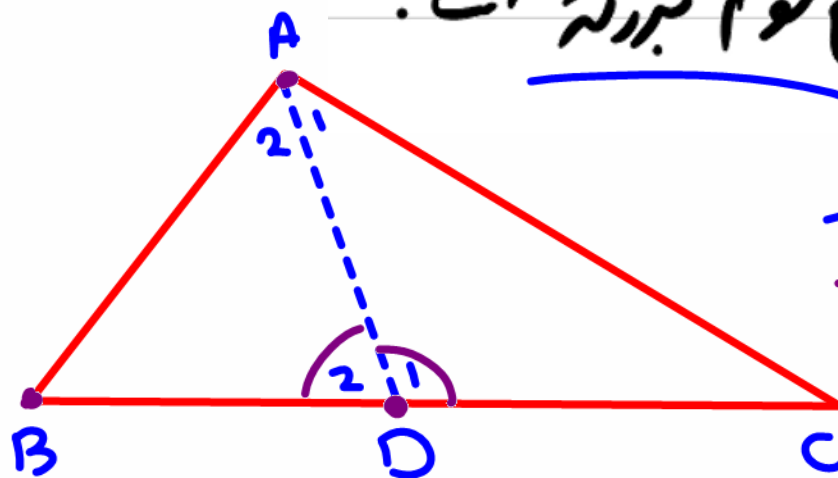


در مثل زیر کوچکترین ضلع کدام است؟ $\angle C$
 کوچکترین ضلع روبه روبه کوچکترین زاویه است.

$$4x - 10 + x + 40 + 2x + 10 = 180$$

$$7x = 140 \rightarrow x = 20$$

در هر مثلث دلفواه ثابت کنيد، مجموع دو ضلع، از ضلع سوم بزرگتر است.



$$\text{مث: } AB + AC > BC$$

① نیاز A را رسم می‌کنیم:

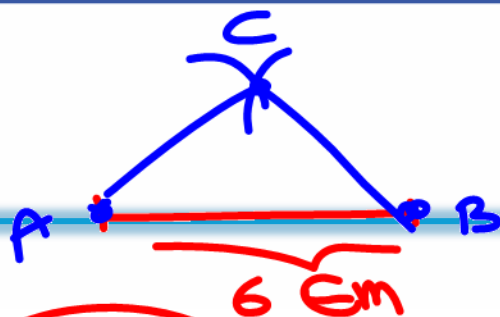
$$\triangle ABD: \hat{D}_1 = \hat{A}_2 + \hat{B} \rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \rightarrow AC > CD$$

$$\triangle ADC: \hat{D}_2 = \hat{A}_1 + \hat{C} \rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_2 \rightarrow AB > BD$$

$$AC + AB > BC \checkmark$$

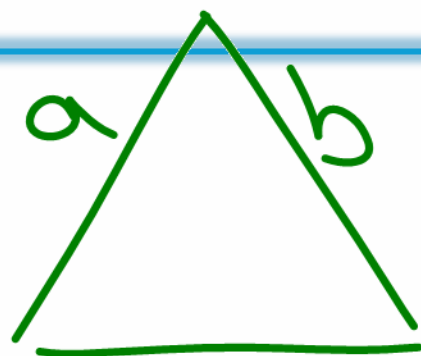


6, 5, 4, 5



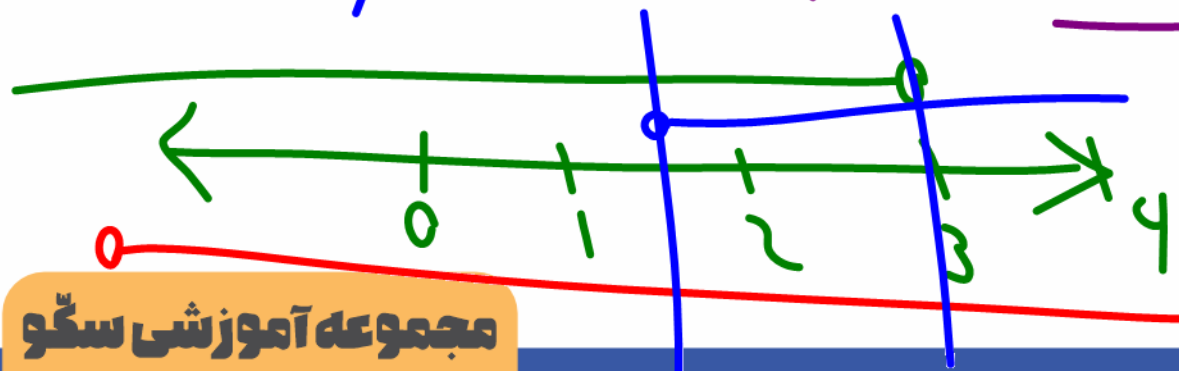
$$\frac{11}{9} < x < 3$$

سه پاره خط به طول های $4x-4$ ، $x+7$ و $6x$ اضلاع مثلثی هستند مقادیر x به کدام صورت است؟



$$\begin{aligned} a+b &> c \\ b+c &> a \\ a+c &> b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x-4+x+7 &> 6x \rightarrow -x > -3 \rightarrow x < 3 \\ x+7+6x &> 4x-4 \rightarrow 3x > -11 \rightarrow x > -\frac{11}{3} \\ 6x+4x-4 &> x+7 \rightarrow 9x > 11 \rightarrow x > \frac{11}{9} \end{aligned}$$

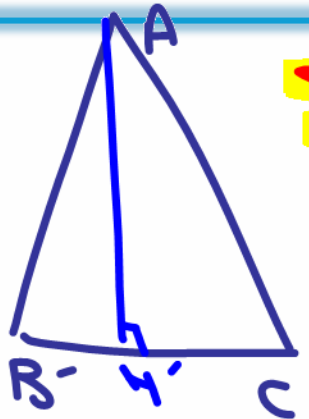
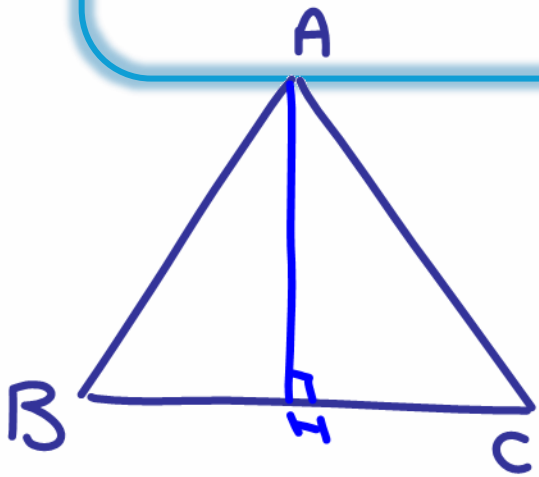


حاصل تقسیم

قضیه ۲: هرگاه اندازه‌های ارتفاع‌های دو مثلث باهم برابر باشد، نسبت مساحت‌ها برابر است با نسبت

قاعده‌ها.

فرض: $AH = A'H'$
 ضم: $\frac{S}{S'} = \frac{BC}{B'C'}$



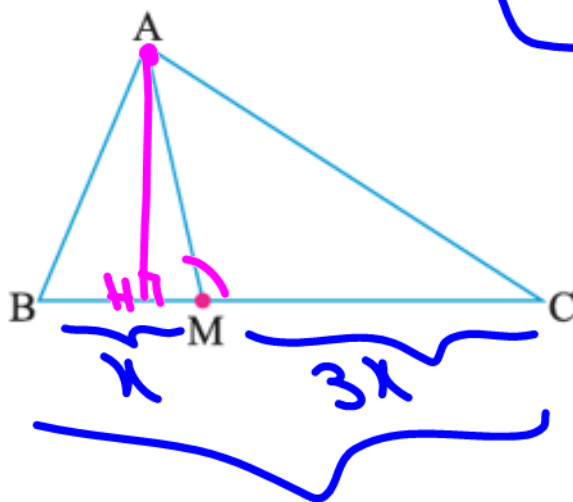
$$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{1}{2} \times AH \times BC}{\frac{1}{2} \times A'H' \times B'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

* اگر در دو مثلث نسبت ارتفاع‌ها $\frac{2}{3}$ باشد، آن‌ها قاعده‌ها
 باهم برابر باشد، نسبت مساحت‌ها $\frac{2}{3}$ است.

* اگر منتهی، زاویه منفرجه دانه باشد، ارتفاع آن بیرون از ضلع است.

در شکل زیر، $BM = \frac{1}{3}MC$ و مساحت مثلث ABM برابر ۲ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

$$S_{ABM} = 2$$



$$MC = 3 \quad BM = x \quad (1)$$

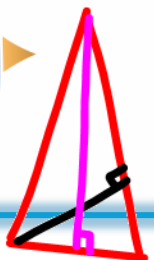
$$8 \quad (2)$$

$$10 \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

چون ارتفاع های AMB و ABC برابرند پس نسبت مساحت ها برابر است، نسبت قاعده ها

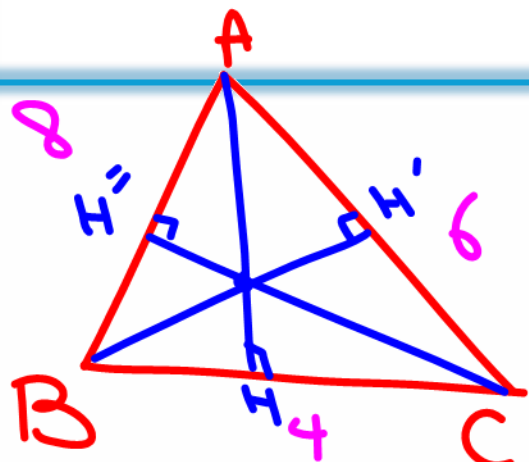
$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMB}} = \frac{4x}{x} \Rightarrow S_{ABC} = 8$$



بلندترین ارتفاعی محو شده به کو، کمترین ضلع وارد می شود.

مثال: طول های اضلاع مثلثی ۴، ۶ و ۸ و بلندترین ارتفاع آن $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ است طول های دو ارتفاع دیگر را بدست

آورید؟



$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times AH \times BC \\ &= \frac{1}{2} \times BH' \times AC \\ &= \frac{1}{2} \times CH'' \times AB \end{aligned}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{15}}{2} \times 4 = 3\sqrt{15}$$

$$S = 3\sqrt{15} = \frac{CH'' \times 8}{2} \Rightarrow CH'' = \frac{3\sqrt{15}}{4}$$

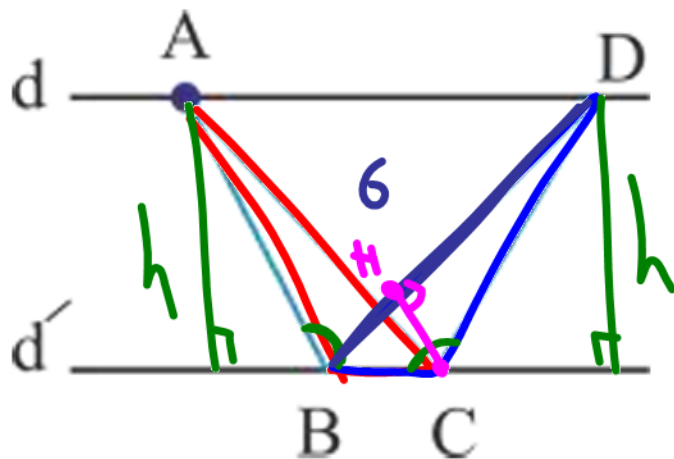
$$3\sqrt{15} = \frac{1}{2} \times BH' \times 6 \Rightarrow BH' = \sqrt{15}$$



دو تا
نیت کنید دو رأس متنی روی خط موازی با فاصله‌ی مشترک آن‌ها باشد، نمودار کن
آنها، مساحت آن دو مثلث با هم برابر است.

مثال: در شکل مقابل $d \parallel d'$ و مساحت ABC ، 8cm^2 است. اگر $BD = 6$ باشد فاصله‌ی نقطه‌ی C از BD را

بدست آورید؟



فرض $d \parallel d'$

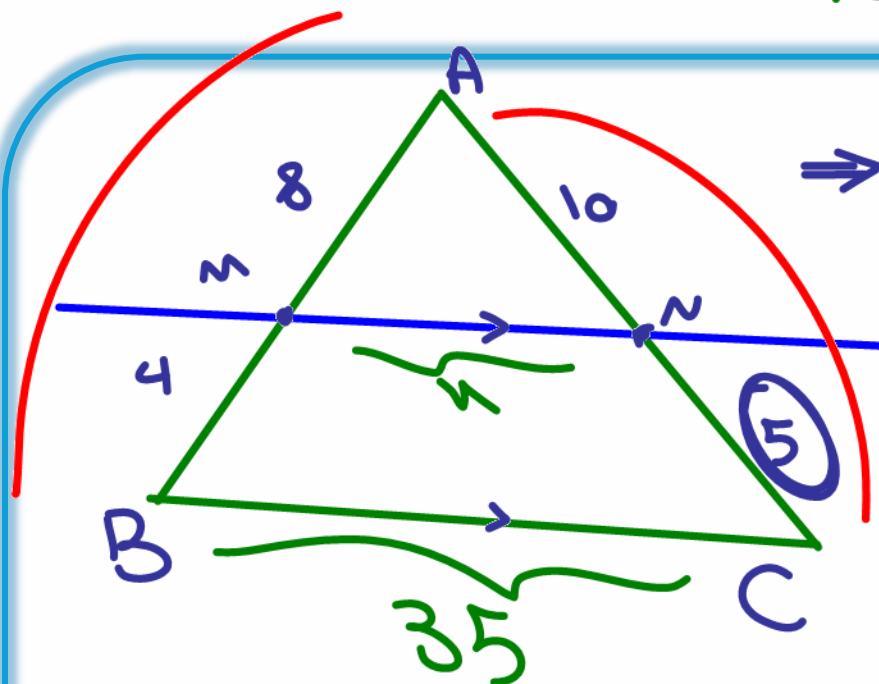
کم: $S_{ABC} = S_{BCD}$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times h \times BC}{\frac{1}{2} \times h \times BC} = 1 \checkmark$$

$$S_{ABC} = S_{BCD} = 8 = \frac{1}{2} \times CH \times 6 \rightarrow CH = \frac{8}{3}$$

* اگر دو خط موازی را به ما داده باشند یا خواسته باشند
باید از جزء به کل استفاده کن!

قضیه تالس:



$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \quad \text{جزء به جزء}$$

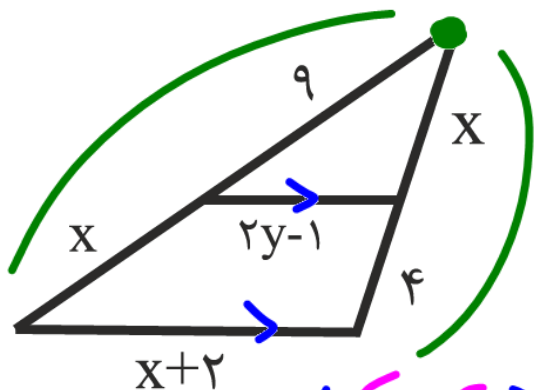
$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{جزء به کل}$$



مثالی

مثال: در هر یک از شکل‌های زیر مقادیر مجهول را بیابید.

$$\frac{9}{x+9} = \frac{x}{x+4} = \frac{2y-1}{x+2}$$



(2)

$$9x + 36 = x^2 + 9x$$

$$x^2 = 36$$

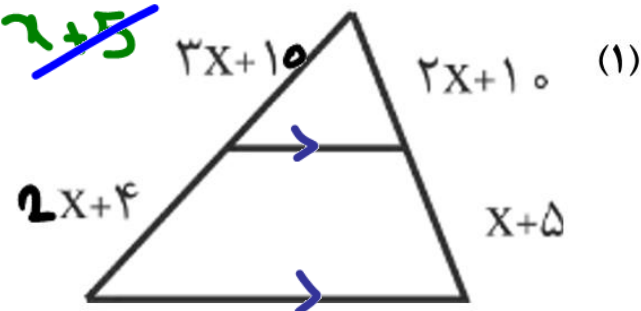
$$x = 6$$

$$\frac{2y-1}{x+2} = \frac{9}{x+9}$$

$$10y - 5 = 24$$

$$10y = 29 \rightarrow y = 2.9$$

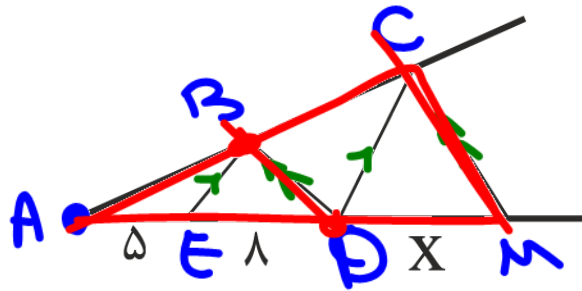
$$\frac{3x+10}{2x+4} = \frac{2(x+5)}{x+5}$$



(1)

$$\frac{3x+10}{2x+4} = \frac{2(x+5)}{x+5}$$

$$3x+10 = 4x+8 \rightarrow x=2$$



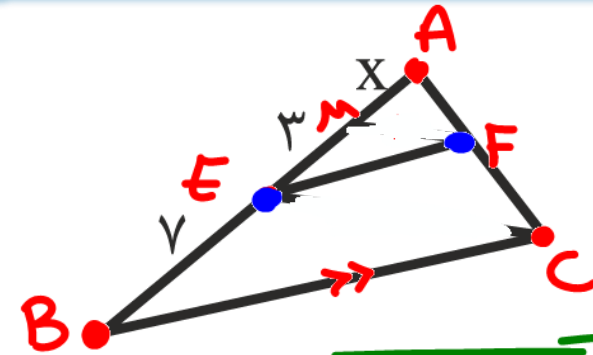
(ف)

$$\triangle ADE : \frac{5}{8} = \frac{AB}{BC}$$

$$\triangle AMC : BD \parallel CM \Rightarrow \frac{13}{x} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{13}{x} \Rightarrow 5x = 104$$

$$x = \frac{104}{5} = 20.8$$



(۳)

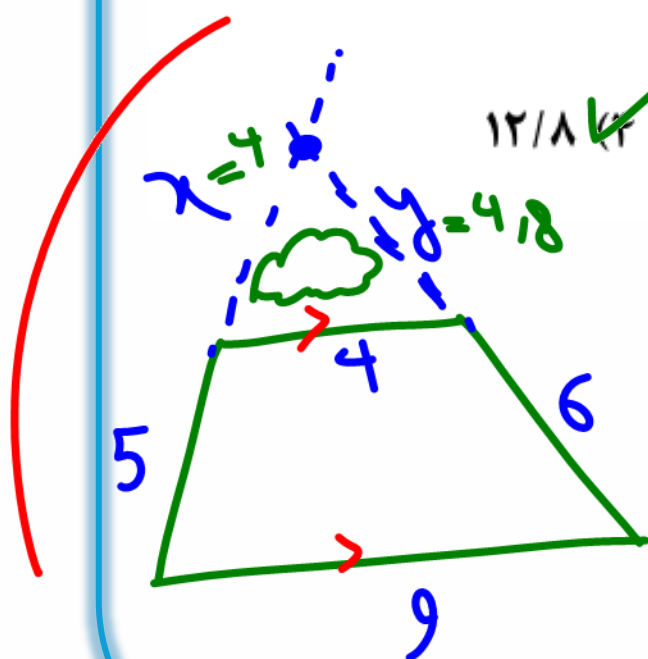
$$\triangle AEC : EF \parallel EC \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{AF}{FC}$$

$$\triangle ABC : EF \parallel BC \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{AF}{FC}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{x+3}{7} \Rightarrow 7x = 3x + 9$$

$$4x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

مثال: در ذوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۴ و ۹ و طول ساق‌ها ۶ و ۵ است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها بدست می‌آید چقدر است؟



۱۲/۸ ✓

$$\frac{x}{x+5} = \frac{y}{y+6} = \frac{4}{9}$$

$$9x = 4x + 20 \rightarrow x = 4$$

$$9y = 4y + 24 \rightarrow 5y = 24 \rightarrow y = \frac{24}{5} = 4,8 \checkmark$$

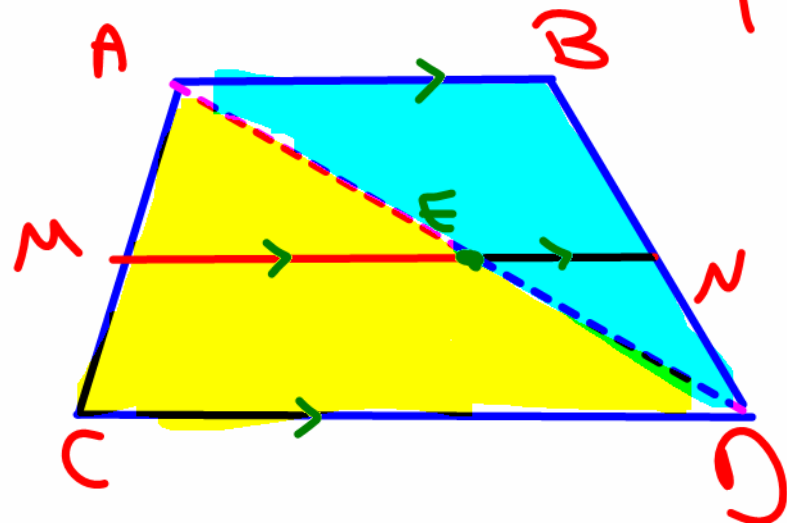
۱۱/۶ (۲)

۱۱/۴ (۱)

قضیه تالس در دوزنقه را ثابت کنید.

دوزنقه: $ABDC$ فرض

طلب: $\frac{AM}{MC} = \frac{BN}{ND}$



$$\triangle ACD: ME \parallel CD \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AE}{ED}$$

$$\triangle ABD: EN \parallel AB \Rightarrow \frac{BN}{ND} = \frac{AE}{ED}$$

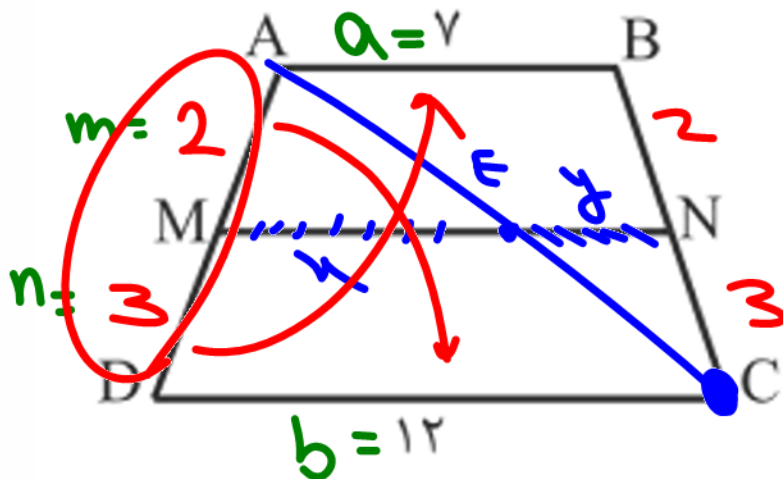
$$\Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{BN}{ND} \quad \checkmark$$



$$MN = \frac{n \cdot a + m \cdot b}{m + n} =$$

(کنکور ۸۹)

مثال: در ذوزنقهی مقابل اگر $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ باشد طول قاعده‌ی MN چقدر است؟



$$\triangle ANC: \frac{2}{5} = \frac{x}{12}$$

۸ (۲)

۹ (۱)

$$\Rightarrow 5x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{5} = 4.8$$

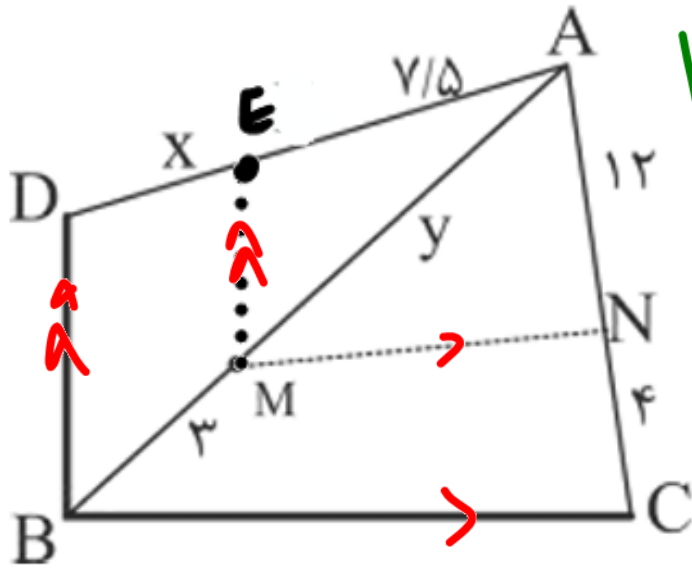
۹/۵ (۴)

۸/۷۵ (۳)

$$\triangle ABC: \frac{3}{5} \times \frac{8}{7} \Rightarrow 5y = 21 \rightarrow y = \frac{21}{5} = 4.2$$

$$\frac{24 + 21}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

مثال: در شکل زیر $ME \parallel BD$ و $MN \parallel BC$ است $x+y$ را بیابید.



$\triangle ABC: \begin{array}{|c|c|} \hline y & 3 \\ \hline 3 & 12 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline 11/5 & 12/5 \\ \hline \end{array} \rightarrow y=9$

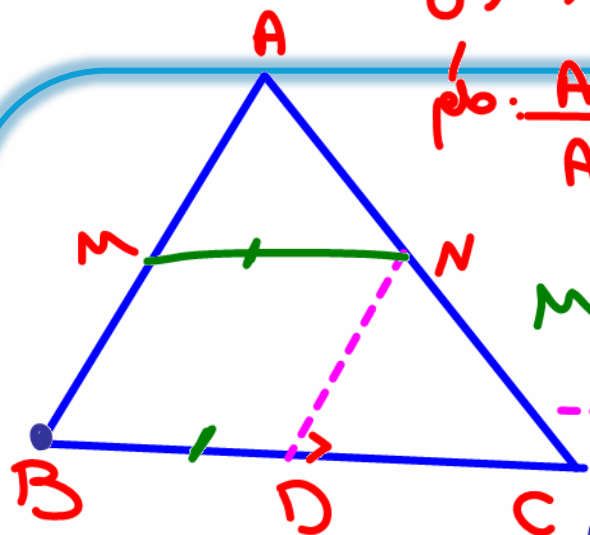
$\triangle DB: \frac{7.5}{x} = \frac{9}{3} \rightarrow 7.5 = 3x \rightarrow x = \frac{7.5}{3} = 2.5 \checkmark$

انتبات جدید به کل

قضیه تالس را ثابت کنید.

فرض: $MN \parallel BC$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



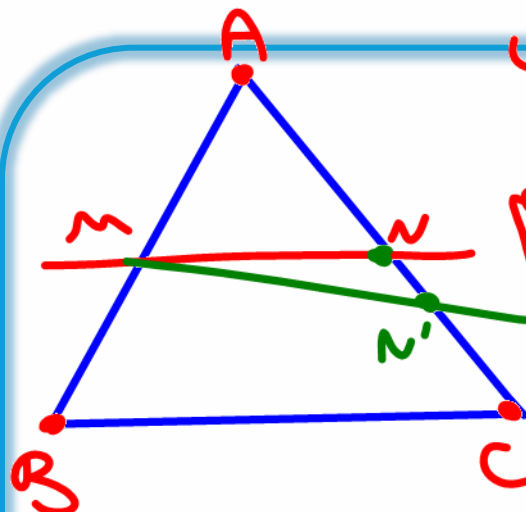
$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow{\text{ترکیب در صیغ}} \frac{AM}{AM+MB} = \frac{AN}{AN+NC} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (1)$$

(2) از N خطی موازی با AB رسم می‌کنیم چنانچه $ND \parallel AB$ موازی است با AB [موازی‌ها موازی]

$$ND \parallel AB \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AN}{NC} \xrightarrow{\text{ترکیب در صیغ}} \frac{BD}{BD+DC} = \frac{AN}{AN+NC} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{AN}{AC}$$

$$BD = MN \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \quad (3)$$

قضیه: عکس قضیه تالس را ثابت کنید.



فرض: $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$

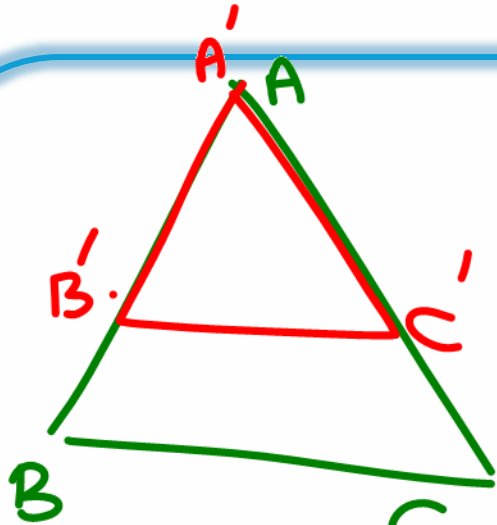
فرض: $MN \parallel BC$

فرض خلف: $MN \not\parallel BC$

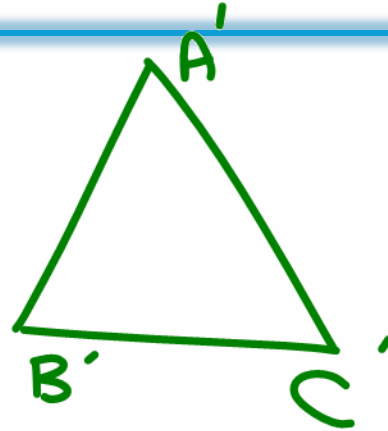
پس از آنکه خط موازی BC رسم می‌کنیم:

$MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN'}{N'C} \rightarrow N = N' \quad \text{و} \quad \cancel{N \neq N'}$

قضیه اساسی تشابه:



$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

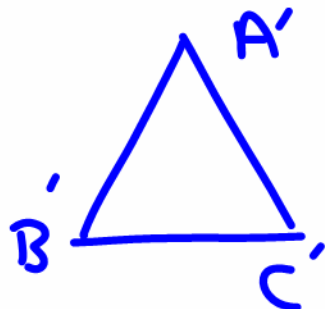
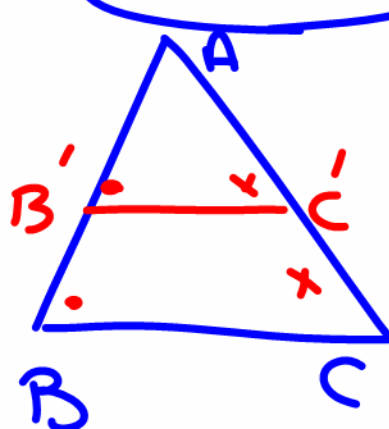


$$\hat{A} = \hat{A'}, \hat{B} = \hat{B'}, \hat{C} = \hat{C'}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$$

① ز ز }
دو ضلع متناسب و زاویه بین
② }
~ ضلع متناسب ③ }

قضیه: هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه‌ی دیگر از مثلث دیگر برابر باشد در مثلث متشابه‌اند؟



فرض: $\begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{cases}$

مطلوبه: $\vec{ABC} \sim \vec{A'B'C'}$

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180 \\ \hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180 \end{cases} \Rightarrow \hat{C} = \hat{C}' \quad (II) *$$

* وقتی $\hat{C} = \hat{C}'$ ، $\hat{B} = \hat{B}'$

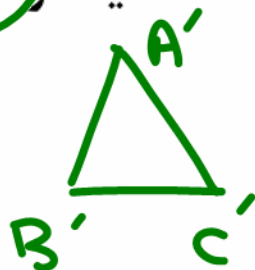
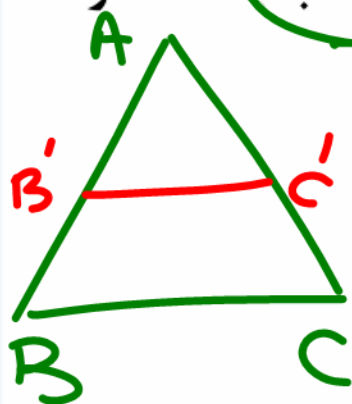
نسبت $BC \parallel B'C'$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \quad (I)$$

از (I) و (II) $\vec{ABC} \sim \vec{A'B'C'}$

قضیه: هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و

زاویه بین آن‌ها هم اندازه باشند دو مثلث متشابه‌اند.



فرض: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ و $\hat{A} = \hat{A}'$

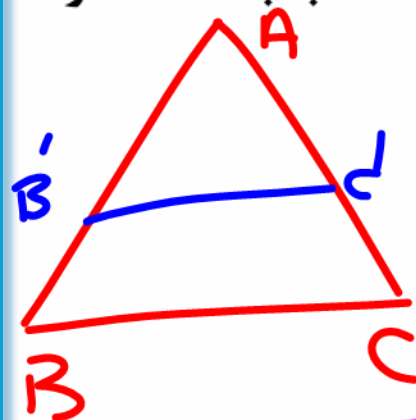
مطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

طبق فرض: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ $\xrightarrow{\text{عکس‌تأثیر}}$ $BC \parallel B'C' \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{cases}$

$BC \parallel B'C' \xrightarrow{\text{تأثیر}}$ $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

قضیه : هرگاه اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند دو

مثلث متشابه‌اند.



فرض: $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

مطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

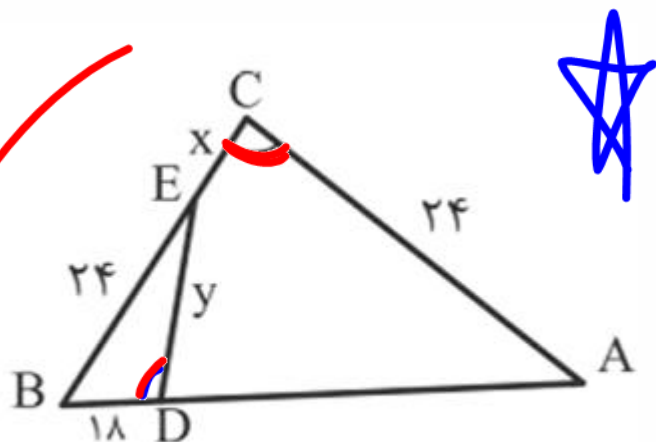
$$\boxed{\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}}$$

پس $B'C' \parallel BC \Rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right.$$



$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EDC$$



$$\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{ED} = \frac{AC}{CD}$$

$$\frac{24}{18} = \frac{y}{x} = \frac{24}{x}$$

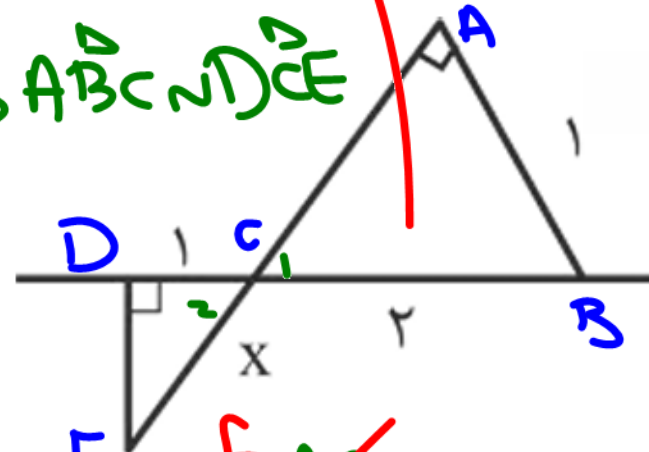
$$y = 12 \quad x = 12$$

$$4 = 1 + AC^2 \rightarrow AC = \sqrt{3}$$

غنی‌نورس

مثال: در شکل‌های زیر مقادیر مجهول را بیابید.

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEC$$



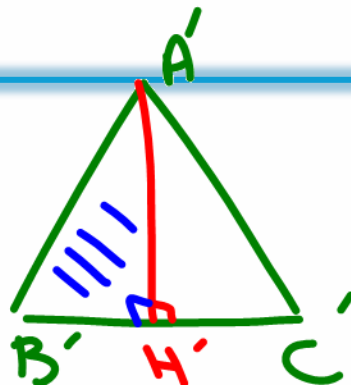
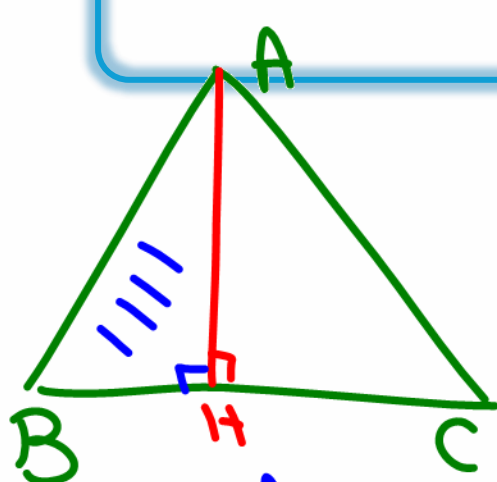
$$\frac{2}{x} = \frac{1}{1} = \frac{\sqrt{3}AC}{1}$$

$$\Rightarrow x \times \sqrt{3} = 2 \rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



نسبت اضلاع $K=2$

قضیه: نسبت ارتفاعها در هر دو مثلث متشابه، برابر است با نسبت تشابه.



$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \hat{A} = \hat{A'}, \hat{B} = \hat{B'}, \hat{C} = \hat{C'}$

ارتفاع $AH, A'H'$

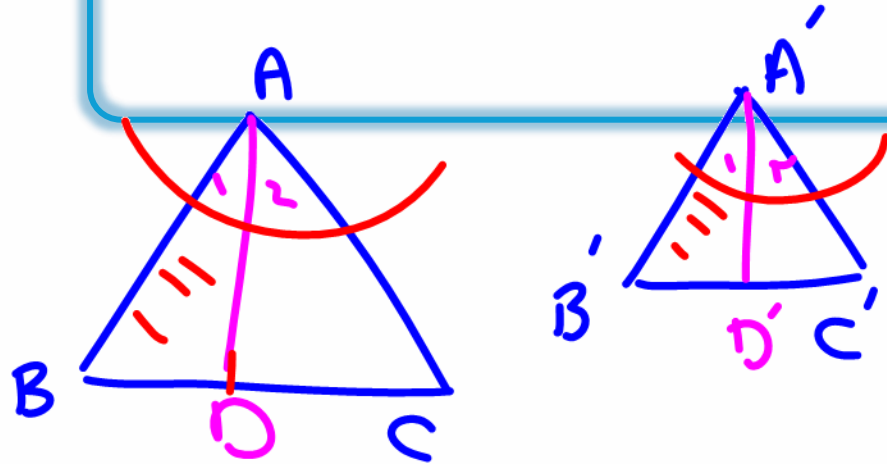
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$$

پس: $\frac{AH}{A'H'} = K$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B'} \\ \hat{H} = \hat{H'} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle A'B'H'$$

$$\frac{AH}{A'H'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BH}{B'H'} \Rightarrow$$

قضیه: نسبت نیمسازها در هر دو مثلث متشابه، برابر است با نسبت تشابه.



هون قبی
خیز
عرض: $AD, A'D'$

نم: $\frac{AD}{A'D'} = K$

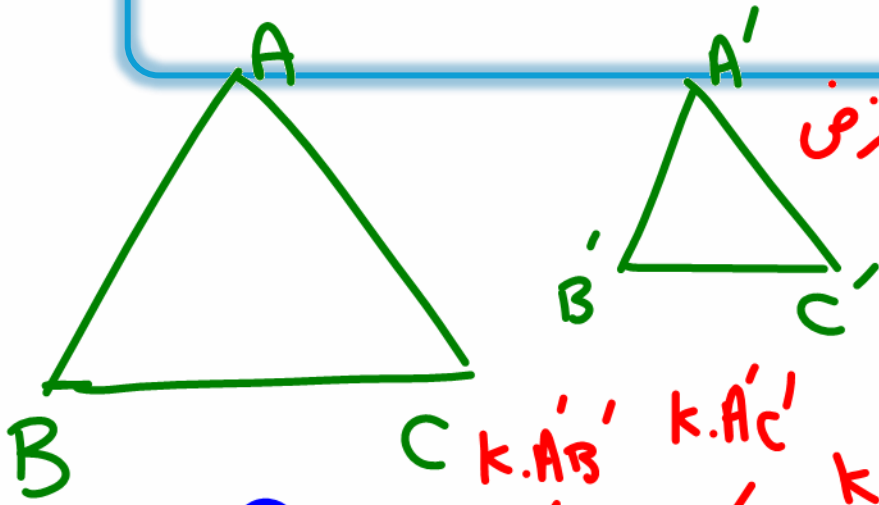
$\left\{ \begin{array}{l} \angle B = \angle B' \\ \angle A_1 = \angle A'_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$

$$\Rightarrow \frac{AD}{A'D'} = \frac{BD}{B'D'} = K$$



$$\frac{AB}{A'B'} = K$$

قضیه: نسبت محیط‌ها در هر دو مثلث متشابه، برابر است با نسبت تشابه.

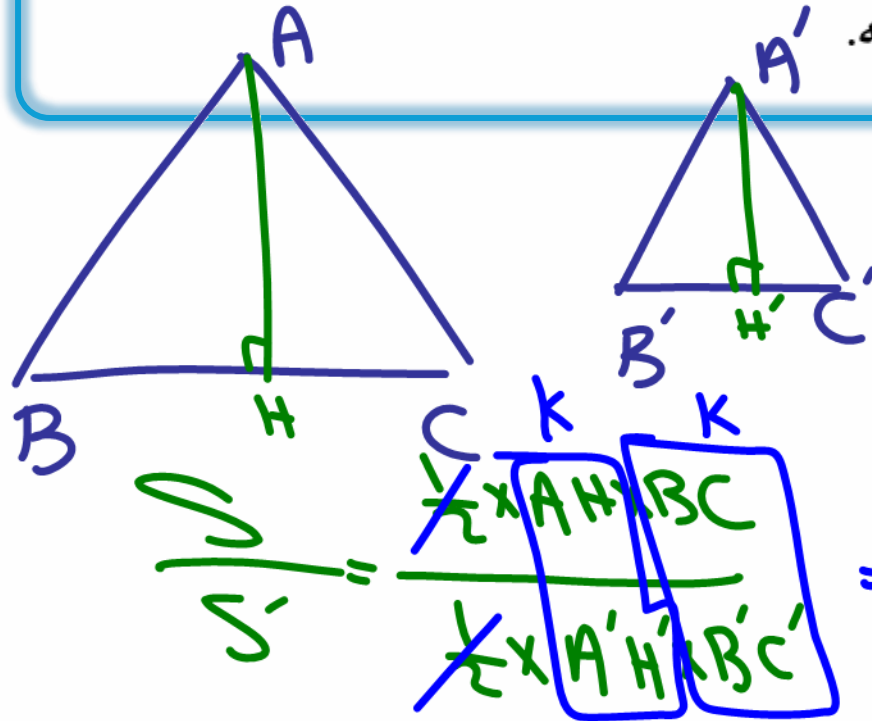


$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A'}, \hat{B} = \hat{B'}, \hat{C} = \hat{C'} \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K \end{cases}$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{\cancel{K \cdot AB} + \cancel{K \cdot AC} + \cancel{K \cdot BC}}{A'B' + A'C' + B'C'} = \frac{K(A'B' + A'C' + B'C')}{\cancel{A'B' + A'C' + B'C'}} = K$$

درج ✓

قضیه: نسبت مساحت‌ها در هر دو مثلث متشابه، برابر است با نسبت تشابه.

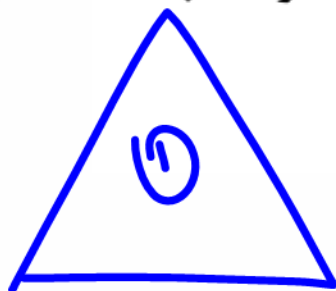


فرض: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$... - - -

نم: $\frac{S}{S'} = k^2$

EX: اندازه‌های محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۰ و ۱۸ است. اگر مساحت مثلث بزرگتر ۱۵ واحد باشد

مساحت مثلث کوچکتر را بیابید.



$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5} = k$$

$$\frac{15}{S_1} = \frac{81}{25} \Rightarrow S_1 = \frac{15 \times 25}{81}$$

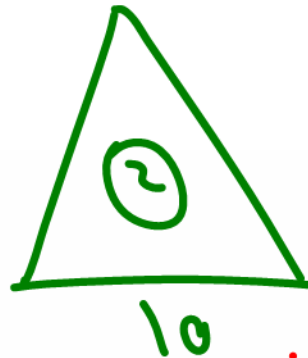
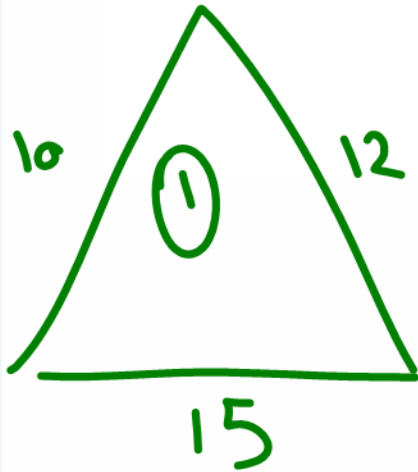
نسبت ارتفاع‌ها در دو مثلث متشابه $\frac{2}{3}$ است. نسبت مساحت‌ها $\frac{4}{9}$ است.

نسبت پهنای‌ها در دو مثلث متشابه $\frac{1}{4}$ است. نسبت مساحت‌ها $\frac{1}{16}$ است.

نسبت مساحت‌ها $\frac{4}{25}$ است. نسبت پهنای‌ها $\frac{2}{5}$ است.

EX: طول‌های اضلاع یک مثلث ۱۰، ۱۲ و ۱۵ است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن ۱۰ است. محیط

مثلث دوم چقدر است؟



$$\frac{P_1}{P_2} = K \Rightarrow \frac{37}{P_2} \times \frac{3}{2} \Rightarrow$$

نسب اضلاع $K = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

$$P_2 = \frac{37 \times 2}{3}$$

$$128 = 64 \times 2$$

EX: نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{49}{128}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر ۲۱ سانتی متر باشد ضلع

متناظر به این ضلع در مثلث بزرگتر چقدر است؟

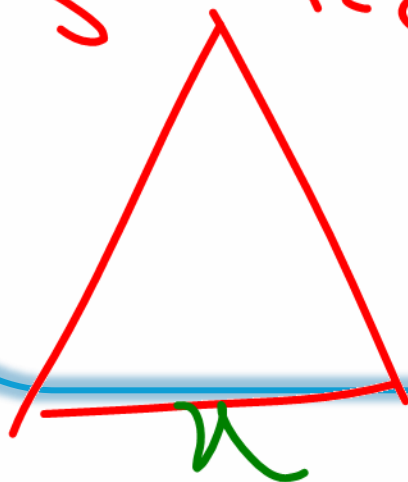
$$24\sqrt{3} \quad (4)$$

$$24\sqrt{2} \quad (3)$$

$$13/5 \quad (2)$$

$$12/75 \quad (1)$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{49}{128} = k^2 \Rightarrow k = \frac{7}{8\sqrt{2}}$$



3

$$\frac{21}{x} = \frac{7}{8\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow x = 24\sqrt{2}$$

EX: نسبت مساحت دو پنج ضلعی منتظم $\frac{9}{16}$ است اگر محیط کوچکتر ۱۸ باشد، محیط بزرگتر کدام است؟

۴۸ (۴)

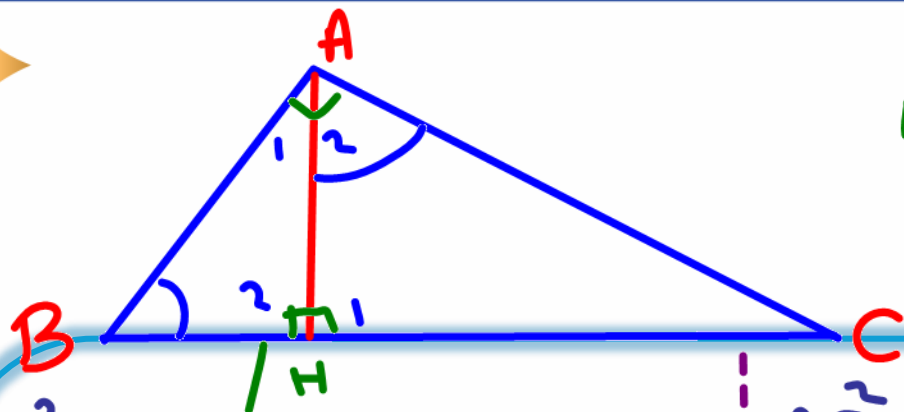
۲۴ (۳)

۲۵ (۲)

۳۶ (۱)

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{16} = k^2 \rightarrow k = \frac{3}{4}$$

$$\frac{18}{P} = \frac{3}{4} \rightarrow P = 24$$



$$\triangle ABH \sim \triangle AHC \sim \triangle ABC$$

نسبت کنده ارتفاع و در بر وتر
تشابه دو مثلث قائم الزاویه واسطه ی هندسی بین قطعات

$$AB^2 = BH \times BC$$

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle ABC$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AH} = \frac{AB}{BH}$$

$$\Rightarrow AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = HC \times BC$$

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AHC$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AH} = \frac{AC}{CH}$$

$$\Rightarrow AC^2 = CH \times BC$$

$$AH^2 = BH \times HC$$

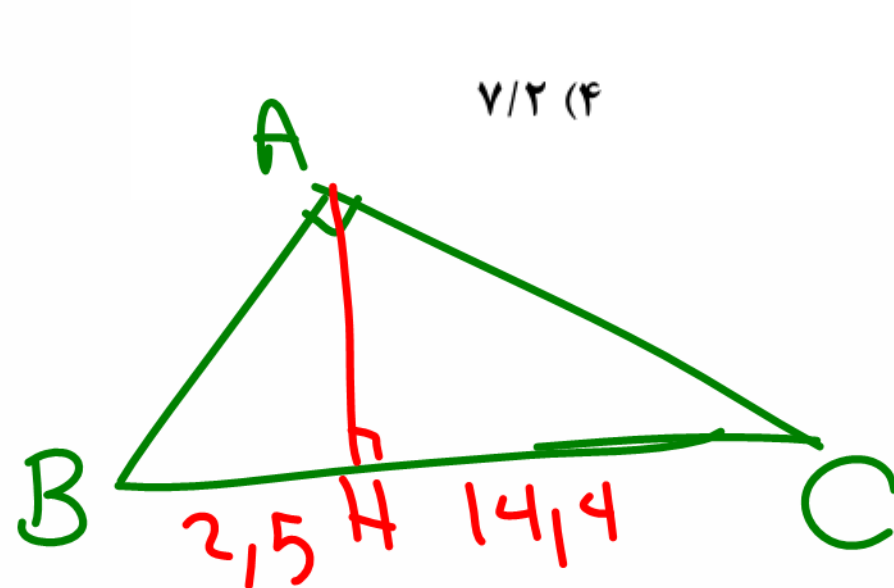
$$\begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{B} + \hat{A}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B}$$

$$\triangle ABH \sim \triangle AHC$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{HC}{AH} = \frac{AH}{BH}$$

$$AH^2 = BH \times HC$$

EX: در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، روی وتر ایجاد می کند $2/5$ و $14/4$ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟
(کنکور ۱۴۰۱)

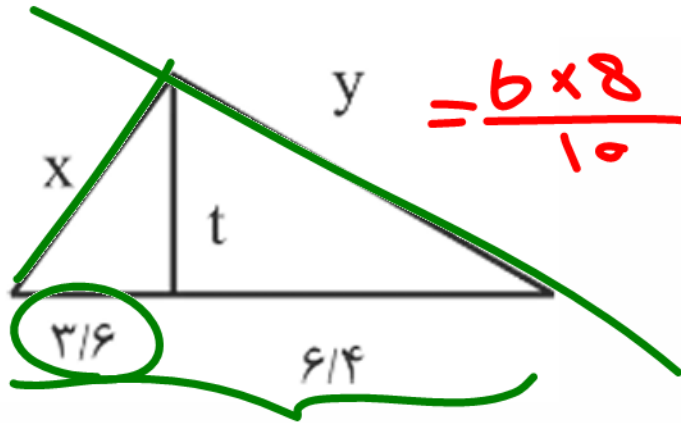


$$AH^2 = 2,5 \times 14,4$$

$$AH = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{144}{10}} = \frac{5 \times 12}{10} = 6$$



$$t^2 = 3,6 \times 6,4 \rightarrow t = \sqrt{\frac{36}{10} \times \frac{64}{10}}$$

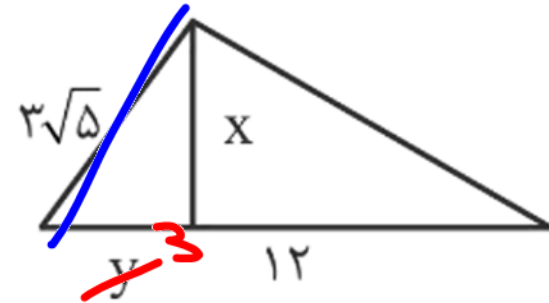


$$x^2 = 3,6 \times 10 = 36 \rightarrow x = 6$$

$$y^2 = 6,4 \times 10 = 64 \rightarrow y = 8$$

$$y = \frac{6 \times 8}{10} = 4,8$$

EX: در هر یک از شکل های زیر مقادیر مجهول را بیابید؟



$$(3\sqrt{5})^2 = y(y+12) \Rightarrow 45 = y^2 + 12y$$

$$y^2 + 12y - 45 = 0$$

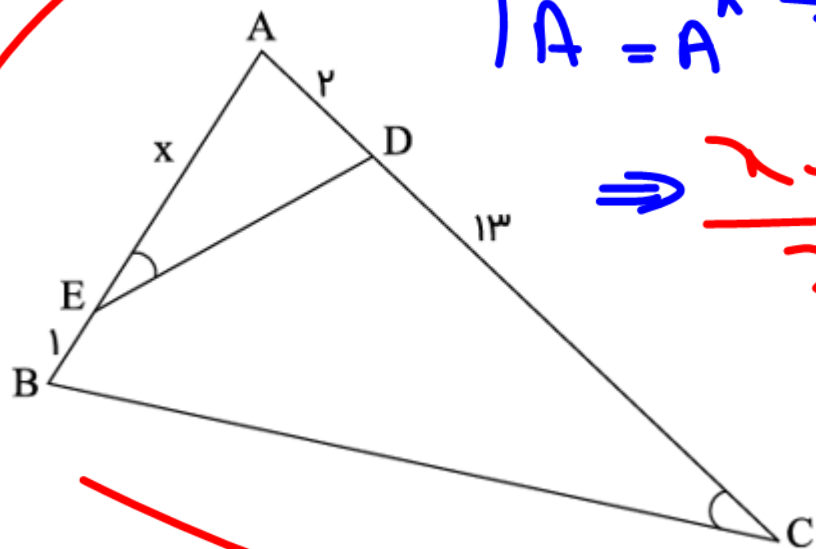
$$(y+15)(y-3) = 0$$

$$y = -15$$

$$y = 3$$

$$x^2 = 3 \times 12$$

$$x = 6$$



$$\begin{cases} \hat{E} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ABC$$

در شکل زیر $\hat{AED} = \hat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟

$$\Rightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{BC}{ED} = \frac{15}{x}$$

$$x(x+1) = 30$$

5 6

۷ (۱)

۶ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)



www.sakkoo.ir

Sakkoo_edu2