

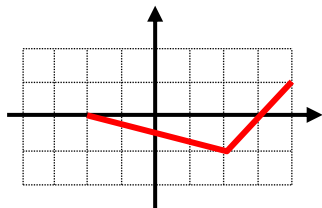


انتقال نمودار

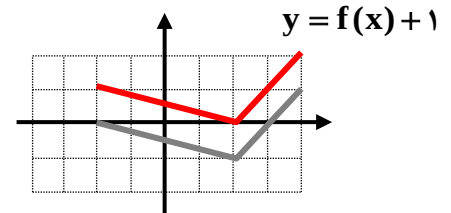
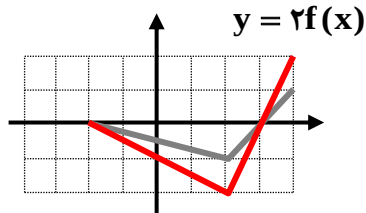
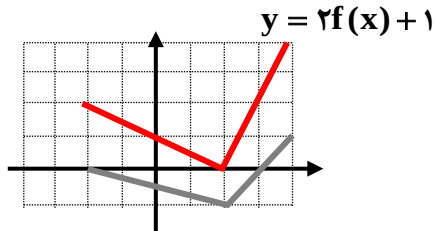
$$af(bx+c)+d$$

Handwritten annotations: (1) points to 'a', (2) points to 'b', (3) points to 'c', (4) points to 'd'.

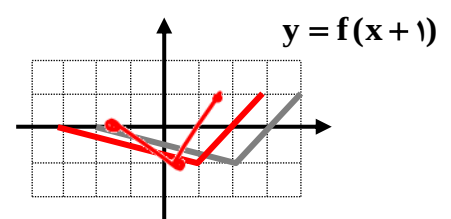
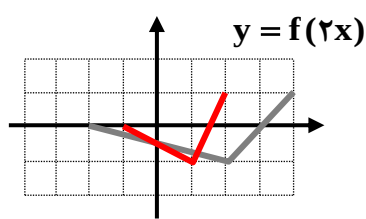
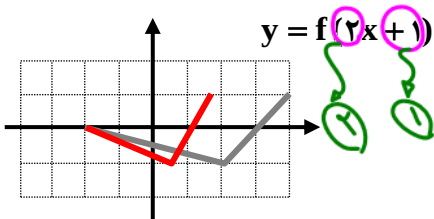
$$y = f(x)$$



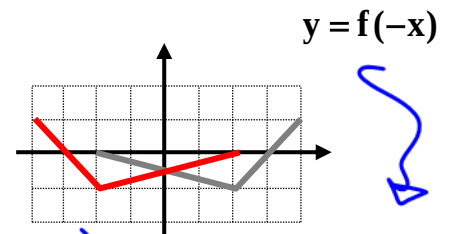
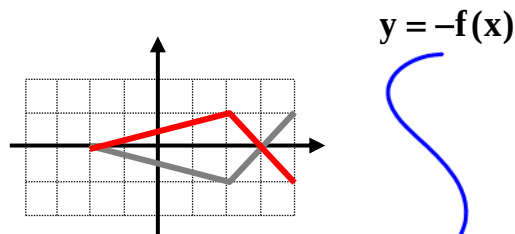
(۱) تاثیر روی y ها:



(۲) تاثیر روی x ها:



(۳) تاثیر قرینه کردن:



قرینه نسبت به y ها

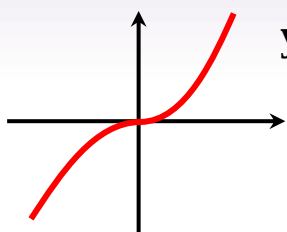
قرینه نسبت به x ها

قرینه نسبت به $y=x$ (یا $y=x^{-1}$)

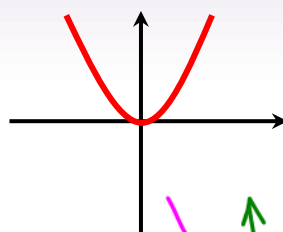
قرینه نسبت به مبدأ مختصات



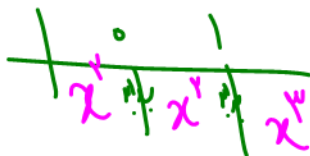
نمودار توابع مهم کتاب درسی



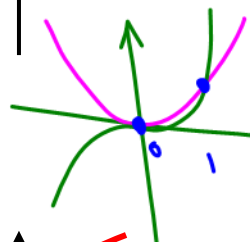
$$y = x^3, x |x| \quad (2)$$



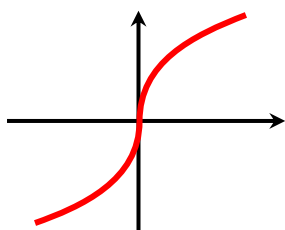
$$y = x^2, x^2 |x| \quad (1)$$



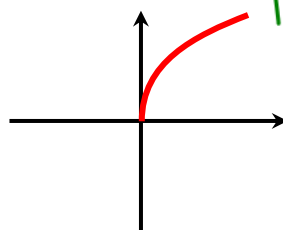
*مقایسه؟



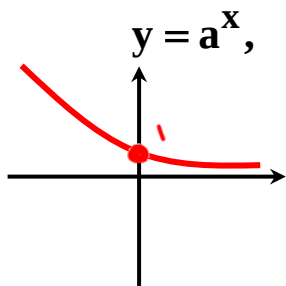
$$y = \sqrt{x} \quad (3)$$



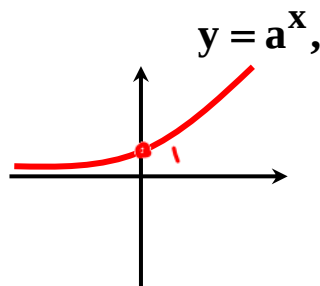
$$y = \sqrt[3]{x} \quad (4)$$



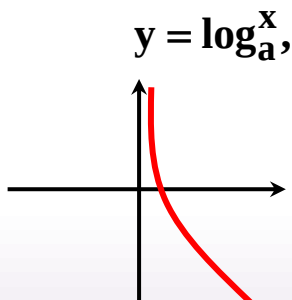
$$y = |x| \quad (5)$$



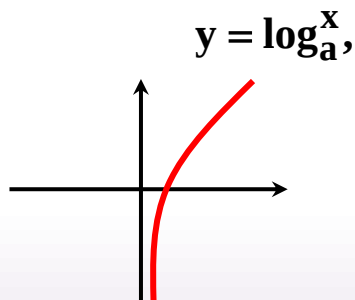
$$y = a^x, \quad 0 < a < 1 \quad (7)$$



$$y = a^x, \quad a > 1 \quad (6)$$



$$y = \log_a x, \quad 0 < a < 1 \quad (9)$$

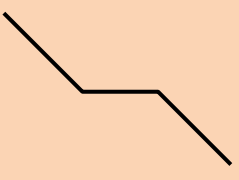
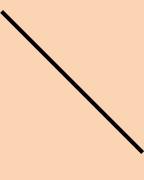
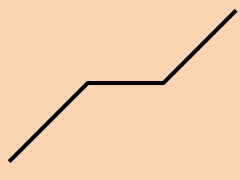
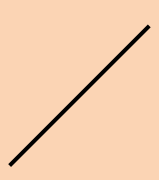
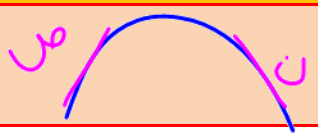


$$y = \log_a x, \quad a > 1 \quad (8)$$





توابع صعودی و نزولی

نزولی	نزولی اکید	صعودی	صعودی اکید
			
$x_1 < x_2$ $f(x_1) \geq f(x_2)$	$x_1 < x_2$ $f(x_1) > f(x_2)$	$x_1 < x_2$ $f(x_1) \leq f(x_2)$	$x_1 < x_2$ $f(x_1) < f(x_2)$
نه صعودی، نه نزولی		هم صعودی، هم نزولی	
			

تابع نزولی است

تابع نزولی است

تابع نزولی است



اکیدا ← عادی

عادی ← اکیدا

صعودی
نزولی
یکنواختی

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

- برای رسم نمودار تابع $g(x) = -f(x)$ از روی نمودار تابع f ، کافی است نمودار را نسبت به محور طول ها قرینه کرد.
- نمودار توابع $y = f(x)$ و $y = f(-x)$ ، نسبت به محور y ها قرینه اند.
- برای رسم تابع $g(x) = |x+1| - 2$ با استفاده از نمودار تابع $f(x) = |x|$ ، نمودار f یک واحد روی محور طول ها به راست و ۲ واحد به پایین حرکت می کند.
- اگر $k > 1$ باشد نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید.

(خرداد ۹۸)



۲- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

- در رسم نمودار $y = f(ax)$ از روی نمودار $y = f(x)$ ، اگر $0 < a < 1$ باشد، نمودار $y = f(x)$ در امتداد x ها فشرده می شود.

(شهریور ۹۵)

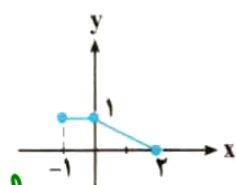
- اگر بازه $[-2, 1]$ دامنه تابع $f(x)$ باشد، دامنه تابع $f(3x+1)$ برابر $[-1, 0]$ است.
- اگر بازه $[-4, 2]$ دامنه تابع $f(2x+1)$ باشد، دامنه تابع $f(x)$ برابر $[-7, 5]$ است.

(دی ۹۸ خارج از کشور و مشابه دی ۹۹ خارج از کشور)

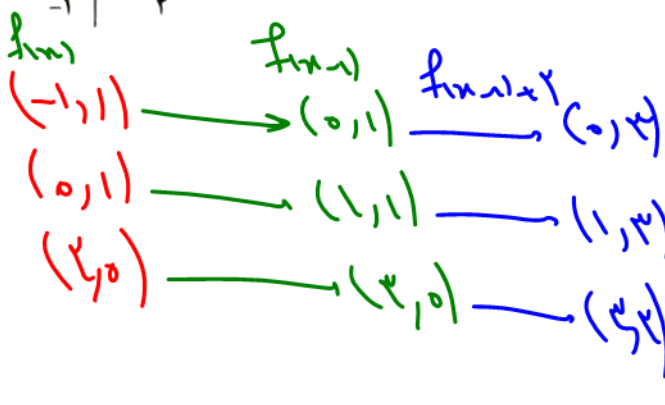
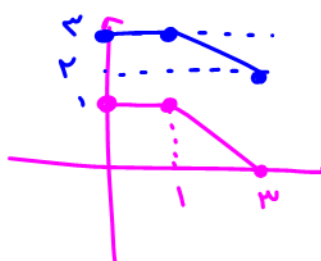
- ۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است نمودار تابع $g(x) = f(x-1) + 2$ را رسم کرده و دامنه تابع $g(x)$ را تعیین کنید.

(دی ۱۴۰۰ و مشابه خرداد ۹۹ خارج از کشور)

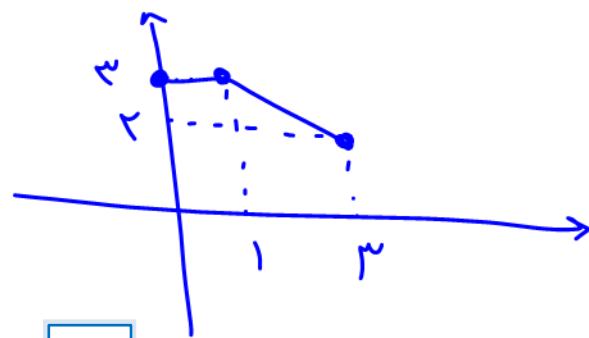
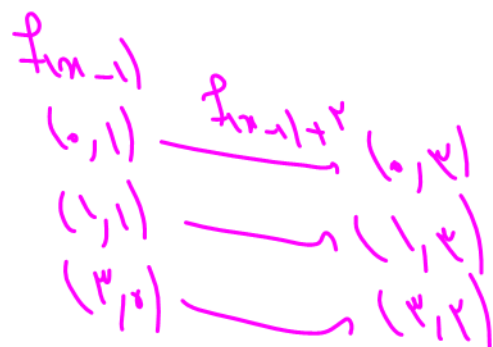
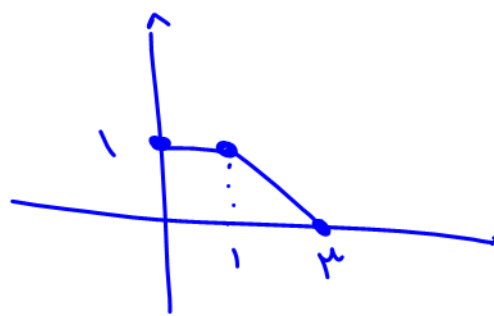
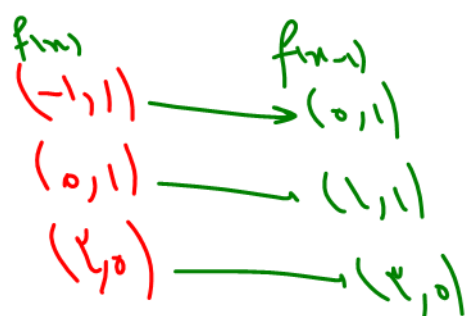
روش



روش



تکلیف





۴- درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

(خرداد ۹۷ و مشابه شهریور ۹۸ خارج از کشور)

(دی ۹۵)

(خرداد ۹۴)

(دی ۹۹)

(خرداد ۹۹ و دی ۹۸ خارج از کشور و مشابه دی ۹۸)

(شهریور ۹۹)

تابع $f(x) = \sqrt{x}$ روی دامنه اش صعودی اکید است. ص

تابع $y = 2x^2 + 4x - 1$ در بازه $[-2, 5]$ صعودی است. X

تابع $y = x^2 - 1$ در بازه $(-\infty, 0)$ صعودی است. X

تابع $f(x)$ در بازه شامل a و b صعودی است. اگر $f(a) \leq f(b)$ آنگاه $a < b$. ص

اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد آنگاه اکیداً صعودی نیز خواهد بود. ع

۱۴

اگر تابع f در یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز هست. ص

تابع $f = \{(2, 3), (0, 1), (-2, 1), (-3, 0)\}$ یک تابع صعودی است. ص

(شهریور ۹۹ و مشابه دی ۹۹ و ۹۸ خارج از کشور)

(خرداد ۹۹ شهریور ۹۸ و مشابه دی ۹۹ خارج از کشور)

نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد. ص

۵- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

تابع $y = x^3$ روی $\mathbb{R}$ صعودی اکید است.

اگر f و g توابعی صعودی باشند، تابع $f + g$ تابعی می باشد.

اگر f تابعی صعودی باشد و $k < 0$ ، آنگاه تابع $y = kf$ تابعی می باشد.

به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا نزولی باشد، می گوئیم.

برای آنکه $y = ax + b$ تابع در دامنه اش هم صعودی و هم نزولی باشد، مقدار a باید برابر با باشد.

۶- نمودار توابع سوالات زیر را رسم کنید و دامنه، برد و وضعیت صعودی و نزولی آن ها را مشخص کنید.

• $f(x) = -x^3 + 2$

• $f(x) = (x+2)^3 - 1$

• $f(x) = -(x-1)^3 - 1$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

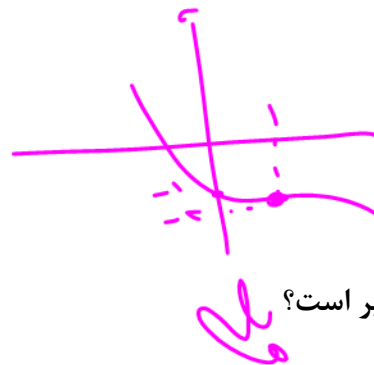
۷- تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ را در نظر بگیرید.

• نمودار تابع f را به کمک نمودار $y = x^3$ رسم کنید.

$$-(\lambda^2 - 2\lambda^p + \lambda + 1)$$

$$-(x-1)^w + y = -(x-1)^w - y$$

$$\begin{aligned} & -x - 4x + 12x - 6 \\ & (x-2)^2 + 2 \end{aligned}$$



• آیا f وارون پذیر است؟

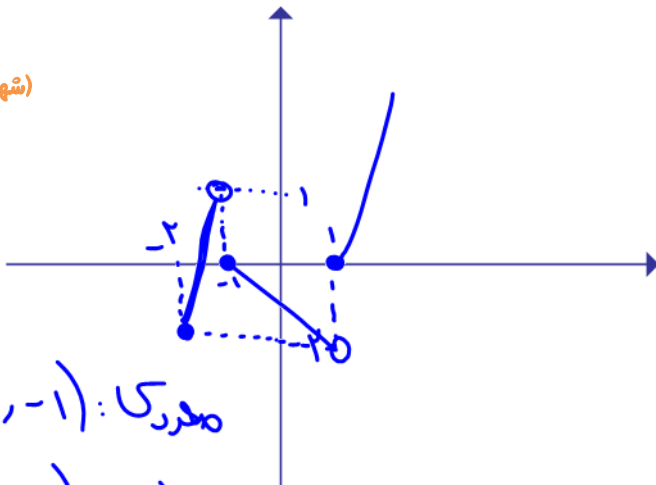
- در صورت وارون پذیری f ، ضابطه f^{-1} را بیابید.

$$y = -(x-1)^2 - 2 \rightarrow (x-1)^2 = -y-2 \rightarrow x-1 = \sqrt{-y-2} \rightarrow x = \sqrt{-y-2} + 1$$

با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & -2 \leq x < -1 \\ -x - 1 & -1 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & x \geq 1 \end{cases}$ تعیین کنید تابع در چه بازه‌های صعودی و در چه بازه‌های

نزولی می باشد.

(شہرپور ۱۴۰۰)



$(-2, -1)$: مرکز

$$(-1, 1): \text{مُزبَن}$$
$$(1, 200) : 5 \text{ مئة}$$

بخش پذیری

(۱) تقسیم چند جمله‌ای‌ها

$$\begin{array}{r}
 2x^4 - 6x^2 + 2x + 1 \quad | \quad 2x - 4 \\
 \underline{2x^4 - 4x^3} \\
 4x^3 - 6x^2 + 2x + 1 \\
 \underline{4x^3 - 8x^2} \\
 2x^2 + 2x + 1 \\
 \underline{2x^2 - 4x} \\
 6x + 1 \\
 \underline{6x - 12} \\
 13
 \end{array}$$

* محاسبه باقی‌مانده: $\frac{13}{2x-4}$ را در مقسوم‌الیه قرار بده

(۲) بخش پذیری های عبارات توانی

باقی‌مانده صفر است.

۹- درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

(خرداد ۹۸ خارج از کشور مشابه خرداد ۹۹ خارج از کشور)

• باقی‌مانده تقسیم $x^3 + 2x^2 + 3$ بر $x + 2$ برابر ۳ است. ص

(خرداد ۹۶)

• چند جمله‌ای $x^2 + a^2$ بر $x + a$ بخش پذیر است. ×

(خرداد ۹۵)

• چند جمله‌ای $x^n - a^n$ همواره بر $x - a$ بخش پذیر است. ص

(خرداد ۹۷)

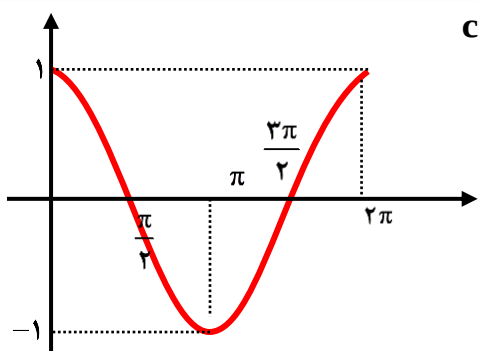
۱۰- مقدار m را چنان بیابید که چند جمله‌ای $p(x) = 2x^3 - mx + 5$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد.

باقی‌مانده : ۰

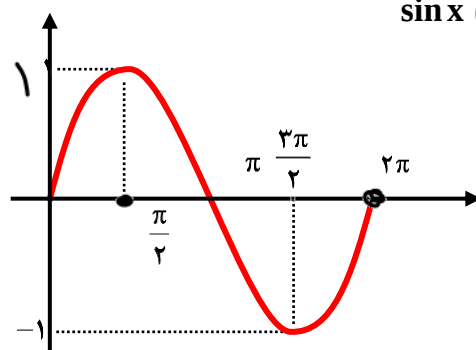
$$P(-1) = 0 \rightarrow -2 + m + 5 = 0 \rightarrow m = -3$$

نمودار توابع مثلثاتی و دوره تناوب

نمودار توابع مثلثاتی

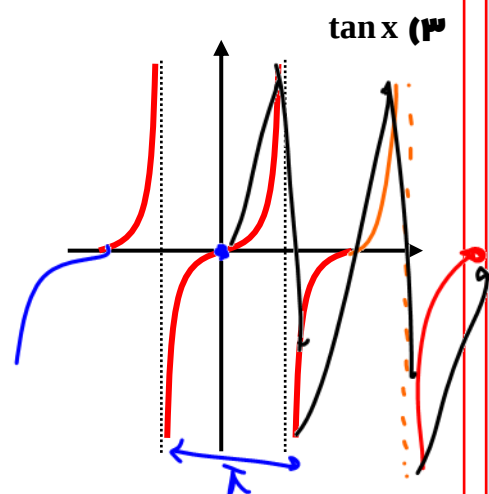


$\cos x$ (۲)



$\sin x$ (۱)

	T	Max	Min
$\sin x$	2π	1	-1
$\cos x$	2π	1	-1
$\tan x$	π	∞	$-\infty$



$\tan x$ (۳)

$$a \sin(bx) + c$$

$$\begin{aligned} \text{Max: } |a| + c \\ \text{Min: } -|a| + c \\ T = \frac{2\pi}{|b|} \end{aligned}$$

$$f(x + kT) = f(x)$$

$$\tan(x + \pi) = \tan x$$

خاصیت ریاضی دوره تناوب:

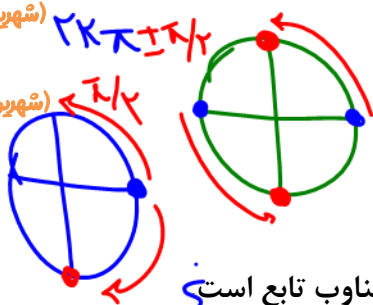
۱۱- کدامیک از عبارات‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟

• در تابع $y = a \cos(bx) + c$ ، ضریب a در دوره تناوب تابع بی‌تأثیر است اما در مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع تأثیرگذار است. ص

(خرداد ۹۸ و مشابه دی ۱۳۰۱ خارج)

(شهریور ۹۹)

(شهریور ۹۸)



• دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر 2π است. X

• برد تابع $y = \tan x$ برابر $[-1, 1]$ است. X

• دامنه تابع $y = \tan x$ برابر $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$ است. ص

• تابع $y = \tan x$ روی مجموعه‌ی $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] - \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}$ ، اکیداً صعودی است. X

• اگر به ازای هر $x \in D_f$ ، $x \pm 2 \in D_f$ و $f(x \pm 2) = f(x)$ ، آن‌گاه $T = 2$ دوره تناوب تابع است. X

$$\begin{aligned} \tan(x + 2\pi) &= \tan x \\ \sin(x + 2\pi) &= \sin x \end{aligned}$$

$$f(x + T) = f(x)$$

معمولاً T



۱۲- در سؤالات زیر، در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب قرار دهید.

- دوره تناوب تابع $y = \sin(6x)$ است. $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$
- بیشترین مقدار تابع $y = -3\cos(2x) + 1$ و کمترین مقدار تابع $y = 4\sin x + 2$ است. 5 و -2
- تابع $y = \cos x$ در بازه $(0, \pi)$ است. (یکنوا، غیریکنوا) $4\pi + 1$
- دوره تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ برابر است. π
- تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، است. $\frac{\pi}{2}$
- برد تابع $y = \tan x$ برابر است. $\mathbb{R}$

(دی ۹۸ و شهریور ۱۳۰۰ خارج)

(خرداد ۹۹ خارج)

۱۳- دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع زیر را به دست آورید.

• $y = -1 + \sqrt{3}\cos(3\pi x)$

Max: $|\sqrt{3}| - 1 = \sqrt{3} - 1$

Min: $-|\sqrt{3}| - 1 = -\sqrt{3} - 1$

$T = \frac{2\pi}{|3\pi|} = \frac{2}{3}$

• $y = 3\cos(\pi x) + 2$

(شهریور ۱۳۰۱ و مشابه شهریور ۹۸)

Max: $|\pi| + 2 = 5$

Min: $-|\pi| + 2 = -1$

$T = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2$

• $y = \sqrt{3} - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

(خرداد ۹۹)

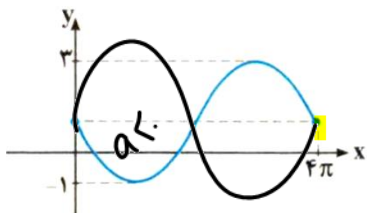
Max: $1 - 1 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$

Min: $-1 - 1 + \sqrt{3} = -2 + \sqrt{3}$

$T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$

(خرداد ۱۳۰۲)

۱۴- نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a\sin(bx) + c$ است. حاصل ab را بیابید.



$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 1$

$|b| = 1/2$

$\begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -1 \end{cases}$

$\xrightarrow{c=1} |a| + 1 = 3 \rightarrow |a| = 2 \rightarrow a = \pm 2$

$0 + 2c = 2 \rightarrow c = 1$

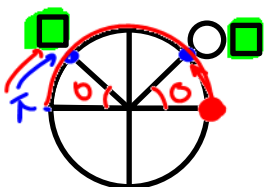
$a = -2$

$b = 1/2$

$-2 \times 1/2 = -1$

معادله مثلثاتی خاص

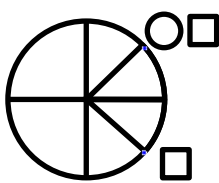
$$\sin \alpha = \sin \beta$$



$$\beta = 2k\pi + \alpha$$

$$\beta = 2k\pi + \pi - \alpha$$

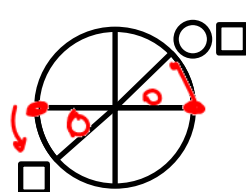
$$\cos \alpha = \cos \beta$$



$$\beta = 2k\pi + \alpha$$

$$\beta = 2k\pi - \alpha$$

$$\tan \alpha = \tan \beta$$



$$\beta = k\pi + \alpha$$

۱۵- هر یک از معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

• $\cos 2x = \cos x$

$$2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi$$

$$2x = 2k\pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

• $\tan 2x = \tan x$

$$2x = k\pi + x \rightarrow x = k\pi$$

• $\sin 2x = \sin x$

$$2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi$$

$$2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

• $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos \frac{\pi}{6}$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

$[0, 2\pi]$

(خرداد ۱۳۰۱)

(خرداد ۹۹ خارج)



$$\bullet 2 \sin x - \sqrt{2} = 0$$

(شهریور ۹۱)

$$\sin x = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \sin \frac{\pi}{4}$$

$$x = 2k\pi + \pi/4$$

$$x = 2k\pi + \pi - \pi/4 \Rightarrow x = 2k\pi + 3\pi/4$$

$$\bullet \sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

(دی ۹۹ و خرداد ۱۳۰۰)

$$\frac{1}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} \sin 2x = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \sin \pi/4$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\div 2} x = k\pi + \frac{\pi}{8}$$

$$2x = 2k\pi + \pi - \pi/4 \Rightarrow 2x = 2k\pi + 3\pi/4 \xrightarrow{\div 2} x = k\pi + \pi/8$$

$$\bullet 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \xrightarrow{\sin x = A} 2A^2 - 3A + 1 = 0 \begin{cases} A = 1 \\ A = 1/2 \end{cases}$$

(دی ۹۹)

$$\sin x = 1 \Rightarrow \sin \pi/2 \rightarrow x = 2k\pi + \pi/2$$

$$\sin x = \left(\frac{1}{2}\right) \sin \frac{\pi}{6} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\bullet \cos x (2 \cos x - 9) = 0$$

(خرداد ۹۹)

$$2 \cos^2 x - 9 \cos x = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x - 0 = 0$$

$$\cos x = A \xrightarrow{\quad} 2A^2 - 9A - 0 = 0 \begin{cases} A = -\frac{1}{2} \\ A = 0 \end{cases}$$

$$\cos x = \left(-\frac{1}{2}\right) \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$



$$\bullet \cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$$

(شهریور ۹۹)

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{5}{4} = 0$$

$$\sin x = A \rightarrow A^2 + A - \frac{5}{4} = 0 \begin{cases} A = \frac{1}{4} \rightarrow \sin x = \frac{1}{4} \\ A = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\bullet \cos^2 x - 3 \sin x + 2 = 0 \rightarrow 1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2 = 0$$

(شهریور ۱۴۰۱ و مشابه دی ۱۴۰۰ و خرداد ۹۸)

$$1 - 2 \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

$$2A^2 + 3A - 2 = 0 \begin{cases} A = 1 \\ A = -\frac{2}{4} \end{cases}$$

$$\cos^2 x = \begin{cases} \cos^2 x - \sin^2 x \\ 2 \cos^2 x - 1 \end{cases}$$

$$\sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\bullet \cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

(دی ۹۸)

$$2 \cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0 \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\bullet \sin^2 x - 3 \cos x - 3 = 0$$

$$1 - \cos^2 x$$





حدهای نامتناهی و مجانب ها

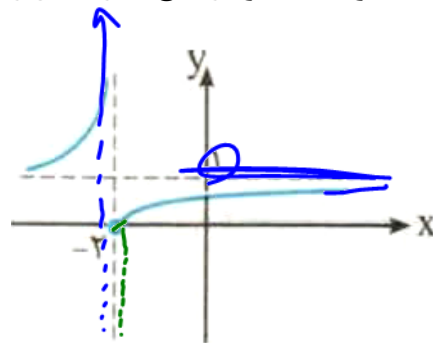
$$\frac{\infty^{\text{عدد}}}{\infty^{\text{عدد}}} = \infty \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \pm \infty$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صغری: } \begin{array}{l} 0^+ \rightarrow 0^+ \\ 0^- \rightarrow 0^- \end{array} \\ \text{بزرگی: } \begin{array}{l} 0^+ \rightarrow 0^- \\ 0^- \rightarrow 0^+ \end{array} \end{array} \right\}$$

$$\frac{\infty}{\infty} \rightarrow \text{هم‌انرژی} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x^2 + 4x + 1}{12x^3 + 9x^2 - 7x + 12} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3}{12x^3} = \frac{1}{6}$$

(شهریور ۹۸ و دی ۹۹ خارج از کشور)

۱۶- با توجه به نمودار تابع f در شکل زیر حاصل حدود زیر را بیابید.



$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$$

۱۷- حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{4x+1}{(2x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{0^+}{0^+} = -\infty$$

(شهریور ۱۴۰۰ خارج)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} \frac{[x]}{|3x+1|} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

(خرداد ۱۴۰۰ و خرداد ۹۹ خارج)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{10}{0^-} = -\infty$$

(خرداد ۹۹ خارج)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

(دی ۹۷، خرداد و دی ۹۹)



$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{[x] + 2}{x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

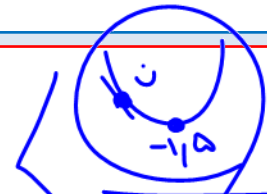
$$\bullet \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{0^-} = -\infty$$

یعنی

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

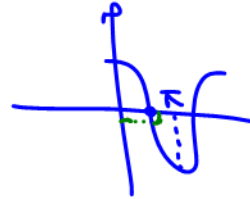
یعنی

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{0^+} = +\infty$$

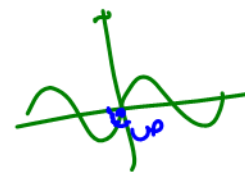


$$x(x+3) = -3 \times 0^+ = 0^-$$

(شهریور ۱۳۹۱)



(خرداد ۹۹ خارج)



(شهریور ۹۸)

۱۸- حاصل هریک از حدهای زیر را به دست آورید.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^2 - x} \sim \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x} = 0$$

(خرداد ۱۳۹۲)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{6x^3} = \frac{1}{3}$$

(شهریور ۹۹)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{6x+2}}{4x^2 + 5x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{4x^2} = \frac{3}{4}$$

(خرداد ۹۹ خارج)

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{7 + 5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt{x^2}}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + |x|}{5x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - x}{5x} = \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5}$$

(شهریور ۹۰)

