

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	ریاض و فیزیک	رشته:	شماره صفحه: ۲	هندسه (۳)	سؤالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۳	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳

سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

**سؤالات فصل اول**

الف) اگر  $A$  ماتریس اسکالر و  $B$  ماتریس هم مرتبه  $A$  باشد، آنگاه حاصلضرب آنها تعویض پذیر است. (درست-نادرست)

ب) اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$  باشد آنگاه  $A^{1403} = I$ . (درست-نادرست)

ج) دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$  برابر ۱۴ است.

د) از تساوی ماتریسی  $A \times B = A \times C$  که در آن  $A$  یک ماتریس مربعی است، با شرط  $A \neq 0$  نتیجه می شود  $B = C$ .

*Handwritten notes:*  $A \times B = B \times A$ ,  $A \neq 0$ ,  $A$  وارون پذیر نیست.

۱.۵ اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  به صورت  $\begin{cases} -1 & |i-j| > 1 \\ 0 & |i-j| = 1 \\ 1 & |i-j| < 1 \end{cases}$  باشد، ماتریس  $A^2 - 2I$  را به دست آورید.

۱ اگر  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  و  $|A^3| = -8$  باشد، حاصل  $\frac{|A-1|}{|3A|}$  را بیابید.

*Handwritten notes:*  $|A| = -8 \rightarrow |A| = -8 \rightarrow |A| = -2$ ,  $\frac{-1}{9 \times (-2)} = \frac{1}{36}$

۱.۵ دستگاه معادلات  $\begin{cases} 3x + 7y = -4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

*Handwritten notes:*  $\frac{-4}{2} \neq \frac{m-3}{-2} \neq -2$

۱ به ازای چه مقادیری از  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} -4x + (m-3)y = 3 \\ 2x - \frac{m-3}{2}y = 1 \end{cases}$  یک جواب منحصر به فرد دارد.

*Handwritten notes:*  $2 \neq -2$ ,  $m$  از این معادله

**سؤالات فصل دوم**

۰.۵ دایره‌هایی که مرکز آنها روی سهمی به معادله  $(y-1)^2 = -8(x+1)$  واقع است و از کانون سهمی می‌گذرند، بر خط به معادله  $x=1$  مماس هستند. **ظهادی**

*Handwritten notes:*  $a=2$ ,  $F_1(1, 1)$ ,  $F_2(1, -1)$

۱.۲۵ دو نقطه  $A$  و  $B$  و خط  $d$  که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروضند، نقطه‌ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله بوده و از  $d$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد.

۱ وضعیت دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 20 = 0$  نسبت به دایره‌ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع ۳ واحد را مشخص کنید.

*Handwritten notes:*  $d = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5} = \sqrt{45} = 6.7$

$R_1 = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 144 - 80} = 5$

$R_2 = 3$

$O_1(3, -6)$

مقطع

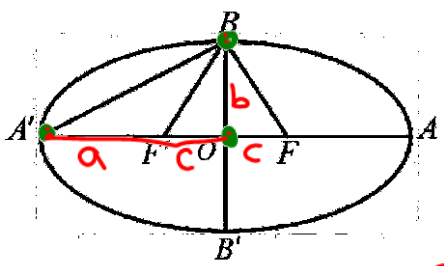
صفحه ۱ از ۲

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.	نمره
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطهای $x+y=1$ و $x-y=3$ شامل قطرهایی از آن باشند و روی خط به معادله $x+y=2$ وتری به طول $2\sqrt{2}$ ایجاد می‌کند.	۱
۱۰	نقاط $B(-1, 2)$ و $B'(-1, -4)$ دو سر قطر کوچک یک بیضی با فاصله کانونی $2\sqrt{3}$ واحد است. طول قطر بزرگ بیضی را بیابید.	۱
۱۱	یک بیضی به مرکز $O$ و کانون‌های $F$ و $F'$ مطابق شکل روبرو مفروض است. اگر $S_{\triangle FBF'} = S_{\triangle BA'O}$ باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.	۱



$2c = 2\sqrt{3} \rightarrow c = \sqrt{3}$   
 $a^2 = 9 + 3 = 12 \rightarrow a = \sqrt{12} \rightarrow 2a = 2\sqrt{12}$   
 $BB' = 2b = 6 \rightarrow b = 3$   
 $4 \times \frac{1}{2} \times b \times 2c = \frac{1}{2} \times b \times a$   
 $8c = a \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{8}$

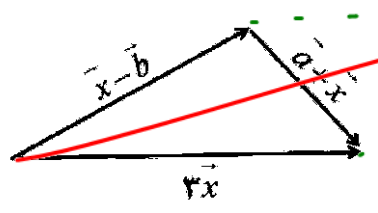
۱۲	معادله سهمی را بنویسید که خط هادی آن $y = -2$ و کانون آن $F(1, -4)$ باشد.	۱
۱۳	یک شعاع نورانی در امتداد خط $x = 4$ بر سهمی $x^2 = 8y$ می‌تابد. معادله خط بازتاب را بنویسید.	۱.۲۵

**سؤالات فصل سوم**

$$\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

۱۴	(الف) خط به معادله $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ بر صفحه $xOz$ عمود است. (درست - نادرست) (ب) معادله صفحه‌ای که موازی صفحه $yoZ$ است و از نقطه $A(2, -1, 3)$ می‌گذرد، برابر با $x=2$ است. (ج) حاصل عبارت $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$ برابر $\vec{0}$ است. (د) در شکل زیر بردار $\vec{x}$ بر حسب $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر با ..... است.	۱.۲۵
----	--	------



$$a + x = x + b \rightarrow a = b$$

۱۵	اگر $\vec{a} = -\vec{i} - \sqrt{3}\vec{k}$ و $\vec{b} = (\sqrt{3}, 2, 1)$ باشد. تصویر قائم بردار $\vec{b}$ بر $\vec{a}$ و اندازه بردار تصویر را به دست آورید.	۱.۵
۱۶	اگر مساحت متوازی الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود $6\sqrt{3}$ باشد و $ \vec{a}  = 4$ ، $ \vec{b}  = 3$ ، حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ را به دست آورید.	۱.۲۵
۱۷	دو بردار $\vec{a} = (-m, -1, -2)$ و $\vec{b} = (0, -3, m+1)$ مفروض‌اند. اگر دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ بر هم عمود باشند، آنگاه حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود را بدست آورید.	۱.۵

$$a+b = (-m, -4, m)$$

$$a-b = (-m, +2, -m-4)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -m & -1 & -2 \\ 0 & -3 & m+1 \end{vmatrix} = \vec{i}(-m-3) - \vec{j}(-m-2) + \vec{k}(3m+3)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-m-3, m+2, 3m+3)$$

$$m^2 - 8 - 4m = 0$$

$$m = -2$$

$$D = \begin{vmatrix} -2 & -1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -3 \\ -6 & 0 & 6 & -6 & 0 \end{vmatrix} = (36) - (-36) = 72 \checkmark$$

راه  
دا:  
پای:  
رد:  
۱  
۲

۳	$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A^T - 2I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ <p>(۵/۵) (۵/۵) (۲۵/۵) (۲۵/۵) <u>ص ۱۱</u></p>	۲
۱	$ A^T  =  A ^T = -8 \Rightarrow  A  = -2 \quad (۵/۲۵), \quad \frac{ A^{-1} }{ A } = \frac{1}{ A } = \frac{1}{-2} \quad (۵/۷۵)$	۳
۱	$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ <p>(۵/۵) (۵/۵) <u>ص ۲۳</u></p>	۴
۱	<p>روش اول: به ازای هیچ مقدار <math>m</math> (۵/۵)</p> <p>روش دوم: به ازای هیچ <math>m</math> ای دترمینان زیر مخالف صفر نمی شود. (۵/۵)</p> $\begin{vmatrix} -4 & m-3 \\ 2 & -\frac{m-3}{2} \end{vmatrix} = -4\left(-\frac{m-3}{2}\right) - 2(m-3) = 0 \quad (۵/۵)$ $\frac{-4}{2} \neq \frac{m-3}{-(m-3)} \Rightarrow -2 \neq -2 \quad (۵/۵) \quad \text{ص ۲۶}$	۵
۰/۵	$x = 1 \quad (۵/۵)$	۶
۱/۲۵	<p>مکان هندسی نقاطی که از <math>A</math> و <math>B</math> به یک فاصله اند، عمودمنصف <math>AB</math> (۵/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از خط <math>d</math> به فاصله <math>۳\text{cm}</math> باشد، دو خط موازی <math>d</math> به فاصله <math>۳\text{cm}</math> از آن هستند. (۵/۲۵) بنابراین نقطه برخورد عمودمنصف <math>AB</math> و دو خط موازی <math>d</math>، جواب مسئله است. (توجه: به رسم دقیق شکل با ذکر تعداد جواب ها، نمره کامل داده شود.) <u>ص ۲۸</u></p> <p>(۵/۲۵) (۵/۲۵) (۵/۲۵)</p> <p>مسئله فاقد جواب است.      مسئله بی شمار جواب دارد.      مسئله دو جواب دارد.</p>	۷
۱	$O(3, -6), R = 5 \quad (۵/۵)$ $O'(0, 0), R' = 3$ $OO' = 3\sqrt{5},  R - R'  < OO' < R + R' \Rightarrow$ دو دایره متقاطع هستند. <u>ص ۴۶</u> (۵/۲۵) (۵/۲۵)	۸
۱	$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow O(2, -1) \quad (۵/۲۵) \Rightarrow OH = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (۵/۲۵), \quad r^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{5}{2} \quad (۵/۲۵)$ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{5}{2} \quad (۵/۲۵)$	۹

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۱۳	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
		تعداد صفحه: ۳	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	$BB' = 2b = 6 \rightarrow b = 3 \quad (\circ/25)$ , $2c = 2\sqrt{3} \rightarrow c = \sqrt{3} \quad (\circ/25)$ $a^2 = b^2 + c^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12 \quad (\circ/25) \rightarrow a = 2\sqrt{3} \rightarrow AA' = 2a = 4\sqrt{3} \quad (\circ/25)$	۴۸ ص
۱۱	$\frac{S_{BB'F'}}{S_{BA'O}} = \frac{\frac{1}{2} \times 2c \times b}{\frac{1}{2} \times a \times b} = \frac{1}{4} \quad (\circ/75) \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{8} \quad (\circ/25)$	۴۹ ص
۱۲	$S = (1, -3) \quad (\circ/25)$ , $a = 1 \quad (\circ/25) \Rightarrow (x-1)^2 = -4(y+3) \quad (\circ/5)$	۵۴ ص
۱۳	$(x=4 \rightarrow y=2) \Rightarrow A(3, 2) \quad (\circ/5)$ $(4a=8 \rightarrow a=2) \Rightarrow F(0, 2) \quad (\circ/25)$ , $y=2 \quad (\circ/25)$ خط بازتاب از کانون می‌گذرد. $(\circ/25)$	۵۶ ص
۱۴	الف) نادرست $(\circ/25)$ ب) $x=2 \quad (\circ/25)$ ج) بردار صفر یا $\vec{0}$ $(\circ/25)$ د) $\vec{x} = \vec{a} - \vec{b}$ $(\circ/5)$ ص ۶۷ و ۸۲	
۱۵	$\vec{a} = (-1, 0, -\sqrt{3}) \quad (\circ/25)$ $\vec{b}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b} -  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta}{ \vec{a} } = \frac{-2\sqrt{3}}{4} (-1, 0, -\sqrt{3}) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{3}{2})$ , $ \vec{b}'  = \sqrt{3}$ $(\circ/75)$ $(\circ/25)$ $(\circ/25)$	۷۲ ص
۱۶	$ \vec{a} \times \vec{b}  = 6\sqrt{3} \quad (\circ/25)$ , $\sin \theta = \frac{6\sqrt{3}}{4 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\circ/25) \rightarrow \cos \theta = \pm \frac{1}{2} \quad (\circ/25)$ $a \cdot (a-b) =  \vec{a} ^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 4^2 - 4 \times 3 \times (\pm \frac{1}{2}) = 16 \mp 6$ $(\circ/25)$ $(\circ/25)$ $(\circ/5)$	۸۴ ص
۱۷	بخش اول، ۷۵+ نمره دارد و به سه روش زیر قابل حل است: $\frac{83}{ص}$ $(\vec{a}-\vec{b}) \perp (\vec{a}+\vec{b}) \Rightarrow \begin{cases} (\vec{a}-\vec{b}) \cdot (\vec{a}+\vec{b}) = 0 \Rightarrow (-m, 2, -m-4) \cdot (-m, -4, m) = 0 \rightarrow m = -2 \quad (\circ/75) \\  \vec{a} ^2 -  \vec{b} ^2 = 0 \rightarrow  \vec{a}  =  \vec{b}  \rightarrow m = -2 \quad (\circ/75) \end{cases}$ چهارضلعی بنا شده روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ لوزی است $\rightarrow  \vec{a}  =  \vec{b}  \rightarrow m = -2 \quad (\circ/75)$ بخش دوم، ۷۵+ نمره دارد و به سه روش زیر قابل حل است: $V =  (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})  = 72 \quad (\circ/5)$ $\vec{a} \times \vec{b} = (-6, 0, -6) \quad (\circ/25) \Rightarrow \begin{cases} \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 0 \\ -6 & 0 & -6 \end{vmatrix} = 72 \rightarrow V = 72 \quad (\circ/5) \\ h = \vec{a} \times \vec{b} \rightarrow V = Sh =  (\vec{a} \times \vec{b}) ^2 = 72 \quad (\circ/5) \end{cases}$	

۲۰	<b>جمع نمره</b>
----	-----------------

همکاران گرامی، خدا قوت، تمام موارد درخور اهمیت جهت نمره‌گذاری در راهنمای تصحیح نوشته شده است، خواهشمند است جهت رعایت عدالت آموزشی، اوراق دانش آموزان، صرفاً بر اساس راهنمای مذکور تصحیح و بازبینی شوند. با سپاس از مساعدت همکاران بزرگوار