

شعبہ امتحان

ریاضی نہم با استاد مسعود قویدل



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$

$$Q \cap Q' = \emptyset$$

$$Q \cup Q' = R$$



درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(الف) مجموعه اعداد صحیح، زیر مجموعه اعداد گویا است.

نادرست درست

نادرست درست

نادرست درست

نادرست درست

(ب) عددی گنگ است.

π عدد گنگ

(ج) سه برابر 3^{-2} برابر است با 3^{-3} .

$$3 \times 3^{-2} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

(د) اگر $a + b > 0$ آنگاه، a و b هر دو مثبت اند.

$$\left. \begin{matrix} a = 4 \\ b = -3 \end{matrix} \right\} +1$$

$|a| > |b|$ ، خلف العلامت



جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.

الف) به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه دهد، **انبات** می گوئیم.

ب) خط $x = 2$ موازی محور **عرضی** است. **عمودی**

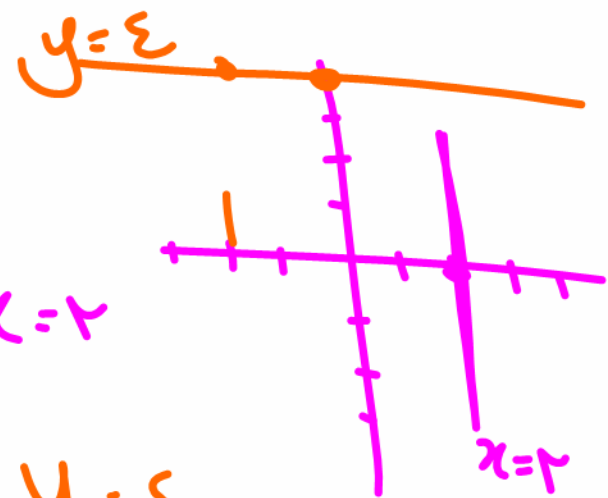
ج) مساحت رویه یک کره به شعاع R از دستور **$4\pi R^2$** به دست می آید.

د) با دوران دادن یک مستطیل حول ضلع آن **استوانه** پدید می آید.

$y = ax$ → مبدأ گذر
 $y = ax + b$ → غیرمبدأ گذر

$x = m$ → خط موازی محور عرضی ها → $\begin{bmatrix} m \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} m \\ 0 \end{bmatrix}$ → $x = 2$

$y = n$ → خط موازی محور طول ها → $\begin{bmatrix} 0 \\ n \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ n \end{bmatrix}$ → $y = 4$



در هر سوال گزینه صحیح را انتخاب کنید.

س
 درجه نسبت به a = ۷
 درجه نسبت به b = ۲
 درجه a = ۸
۸ (۴)

الف) درجه $2a^3b^2 - 4a^7b^8$ نسبت به متغیر a برابر است.
 ۷ (۴) ۵ (۲) ۳ (۱)



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

ب) کدام یک از شکل‌های زیر می‌تواند گسترده کلاه تولد مخروطی شکل رو به رو باشد؟

$$\frac{2(a-b)}{(a-b)}$$

Handwritten notes: 2(a-b) above the numerator, (a-b) below the denominator, and a checkmark with the number 2.

$$\frac{a+5}{b+5}$$

Handwritten notes: 'x' to the left, and circled '+' signs above 'a' and below 'b'.

$$\frac{a^2 + b^2}{a + b}$$

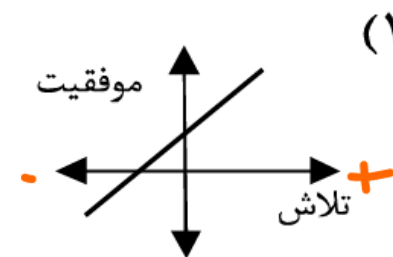
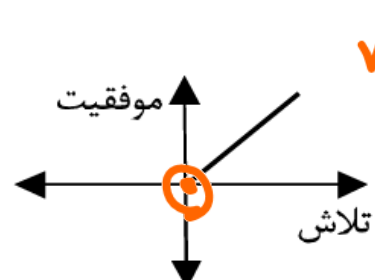
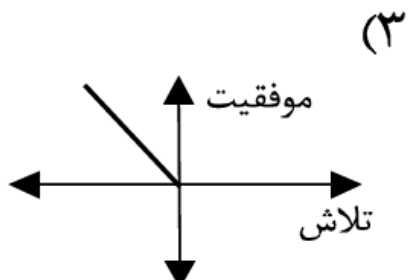
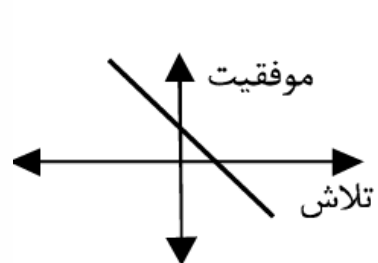
Handwritten notes: 'x' to the left, and a checkmark with the number 2.

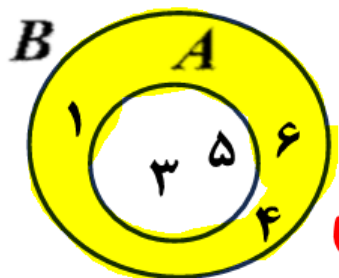
$$\frac{3a+4}{3a}$$

Handwritten notes: 'x' to the left.

ج) کدام یک از عبارتهای گویای زیر را می‌توان ساده کرد.

د) کدام یک از نمودارهای زیر رابطه تلاش و موفقیت یک دانش‌آموز را برای پیشرفت تحصیلی نشان می‌دهد.





تعداد اعضا

$$A \cap B = \{3, 5, 6\}$$

$$n(A \cup B) = 6$$

الف) در نمودار ون داده شده مجموعه $B - A$ را هاشور بزنیید.

(ب)

(ج)

$$A - B = \emptyset$$

$$B - A = \{1, 2, 4\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A \subseteq B \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$$

نشان

$$A = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 14\}$$

-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

$$A = \{-1, 0, 3, 8, 15\} \longrightarrow n(A) = 5$$



۵ کلاس پایه هفتم، ۴ کلاس پایه هشتم و ۳ کلاس پایه نهم از دبیرستان خلیج فارس در یک اردوی تفریحی شرکت کرده اند. قرار است تمامی کارهای اردو با مشارکت دانش آموزان به صورت قرعه کشی انجام شود. برای تعیین تیم برپا کننده چادرها، چقدر احتمال دارد یک کلاس پایه نهم انتخاب شود.



$$n(S) = 12 \quad \text{کل حالتها}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

۵ هفتم
۴ هشتم
۳ نهم

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$



$$|a| = \begin{cases} a > 0 \rightarrow |a| = a \\ a = 0 \rightarrow |a| = 0 \\ a < 0 \rightarrow |a| = -a \end{cases} \text{نقشه}$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

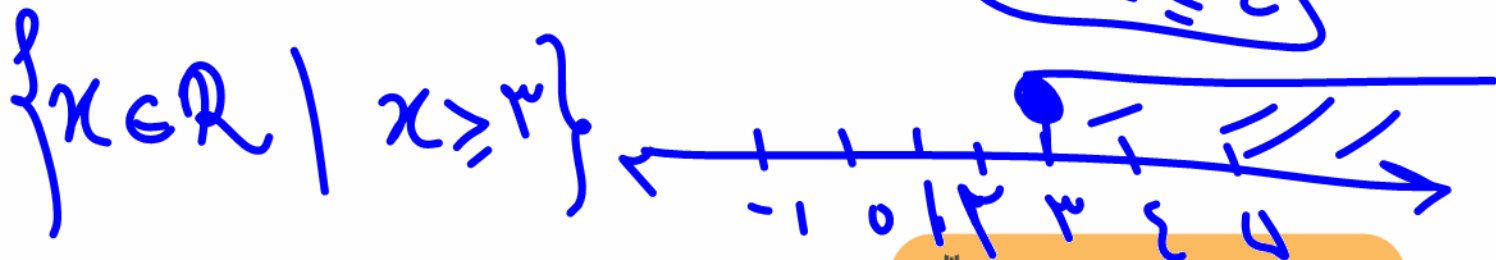
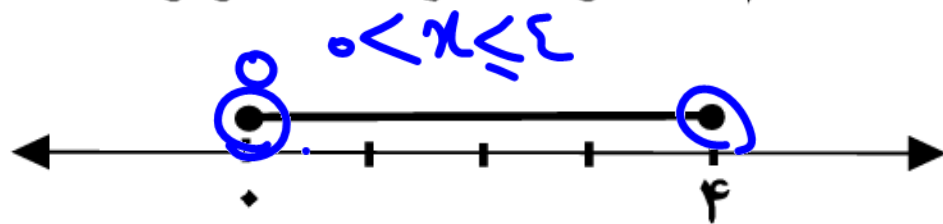
حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین شکل بنویسید.

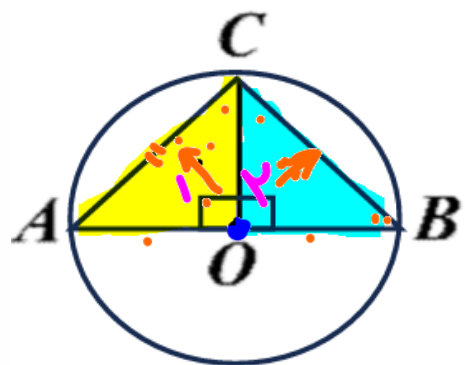
$$|2 - \sqrt{5}| + |4| = -2 + \sqrt{5} + 4 = \sqrt{5} + 2$$

کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه نقاط روی شکل زیر برابر است؟ چرا؟
 هیچکدام

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 \leq x \leq 4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$$





در شکل زیر O مرکز دایره است. نشان دهید دو مثلث AOC, BOC هم نهشت‌اند.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 90^\circ \text{ (فنی)} \\ \overline{AO} = \overline{BO} \text{ (شعاع)} \\ \overline{OC} = \overline{OC} \text{ (مشترک)} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle AOC \cong \triangle BOC \text{ (فنی)}$$

مرکز دایره O فنی
 $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = 90^\circ$

حکم: $\triangle AOC \cong \triangle BOC$

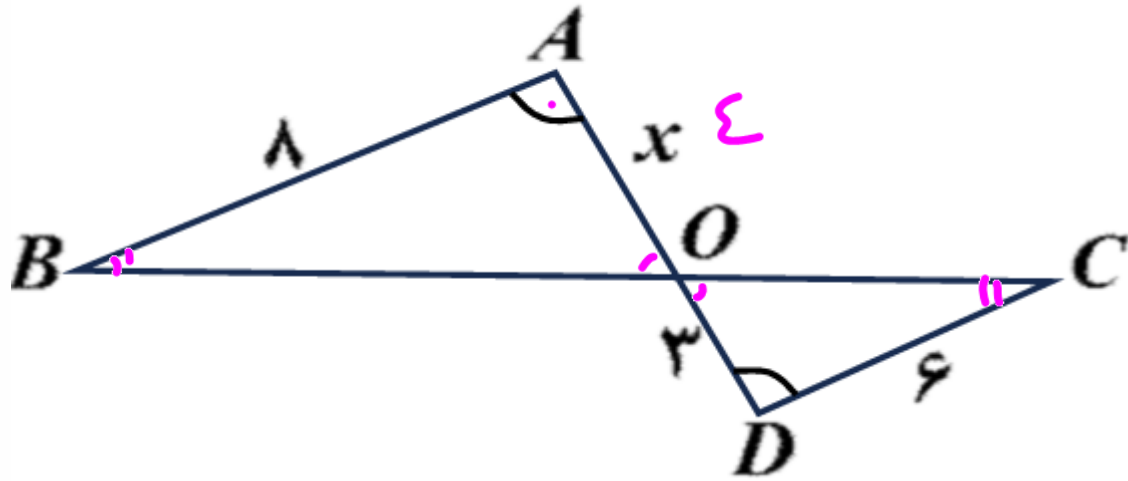
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ O_1 = O_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{BC} \checkmark \\ \overline{OC} = \overline{OC} \\ \overline{AO} = \overline{BO} \end{array} \right.$$

از هم نختی این دو مثلث نتیجه می‌گیریم که اجزا متناظر برابرند.



دو مثلث ODC, OAB متشابه‌اند، مقدار x را بیابید.



$$\triangle ABO \sim \triangle DCO$$

نسبت متساوی $\Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{AO}{OD} = \frac{BO}{OC}$ $\rightarrow \frac{1}{6} = \frac{x}{3}$ $\rightarrow x = \frac{3 \times 1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$



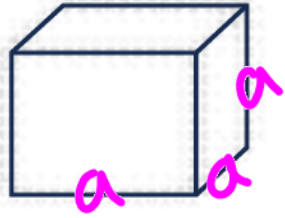
$$\sqrt{49 \times 25} = \sqrt{49} \times \sqrt{25} = 7 \times 5 = 35$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{25} - \sqrt{14} = 5 - \sqrt{14} = 1$$

$$\sqrt{25 - 14} = \sqrt{9} = 3$$

(الف) مدیر یک مجتمع مسکونی تصمیم گرفت برای ذخیره آب مورد نیاز ساکنین در مواقع ضروری، مخزنی به شکل



مکعب با حجم ۸ متر مکعب بسازد. حساب کنید طول ضلع این مخزن چقدر باید باشد؟ $2 =$

$$a^3 = 8 \rightarrow a = \sqrt[3]{8} = 2$$

(ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{4}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2 \times 2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(ج) حاصل عبارت زیر را ساده کنید.

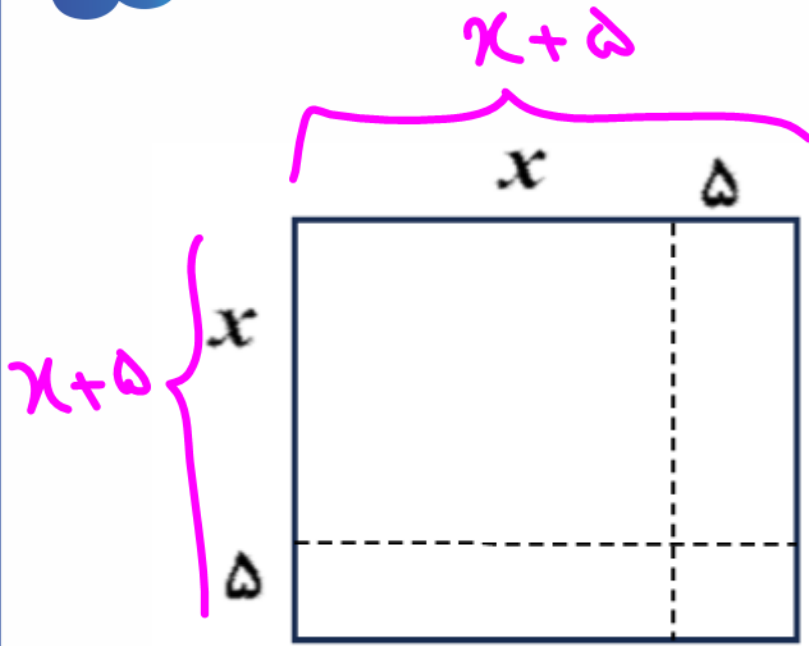
$$\sqrt{14} - 2\sqrt{5} - \sqrt[3]{121} = \sqrt{14} - 2\sqrt{5} - \sqrt[3]{11 \times 11 \times 11} = \sqrt{14} - 2\sqrt{5} - 11$$

$$\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{2} =$$

$$\sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3} - 3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2} - 3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \times 27} - 3\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} = 0$$



مساحت شکل رو به رو را به کمک اتحاد بنویسید.



$$(x+5)^2 = x^2 + 2(x)(5) + (5)^2$$
$$= x^2 + 10x + 25$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

۱- مربع دو جمله‌ای:

۲- مزدوج:

۳- جمله مشترک:

مثال \rightarrow

$$(2x+3)(2x-9) =$$
$$4x^2 - 12x - 27$$

$$(x-5)(x+5) = x^2 - 25$$



عبارت جبری زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 13x + 36 = (x + 4)(x + 9)$$

فیب جمع

۱- فالتو بر
۲- بر عدد اتحاد
۳- هر دو

۱- اگر دو جمله بود بین آنها \ominus بود و هر بتوان ۲ بودند مزدوج است.

$$x^2 - 14 = (x - 4)(x + 4)$$

۲- اگر سه جمله بود یا جمله منفر است یا مربع دو جمله است.

$$x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7)$$

فیب جمع



نامعادله زیر را حل کنید.

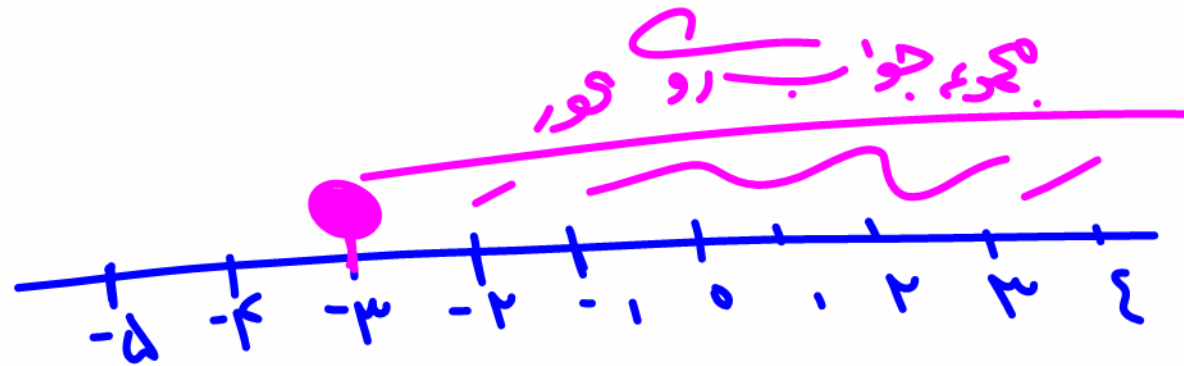
$$6x + 5 \geq 2x - 7$$

$$6x - 2x \geq -7 - 5$$

$$4x \geq -12$$

$$x \geq \frac{-12}{4}$$

$$x \geq -3$$





$$y = ax + b$$

شیب

عرض از مبدأ

[y] با خطوط

با توجه به نمودار داده شده

الف) عرض از مبدأ خط d_2 برابر است با ۵....

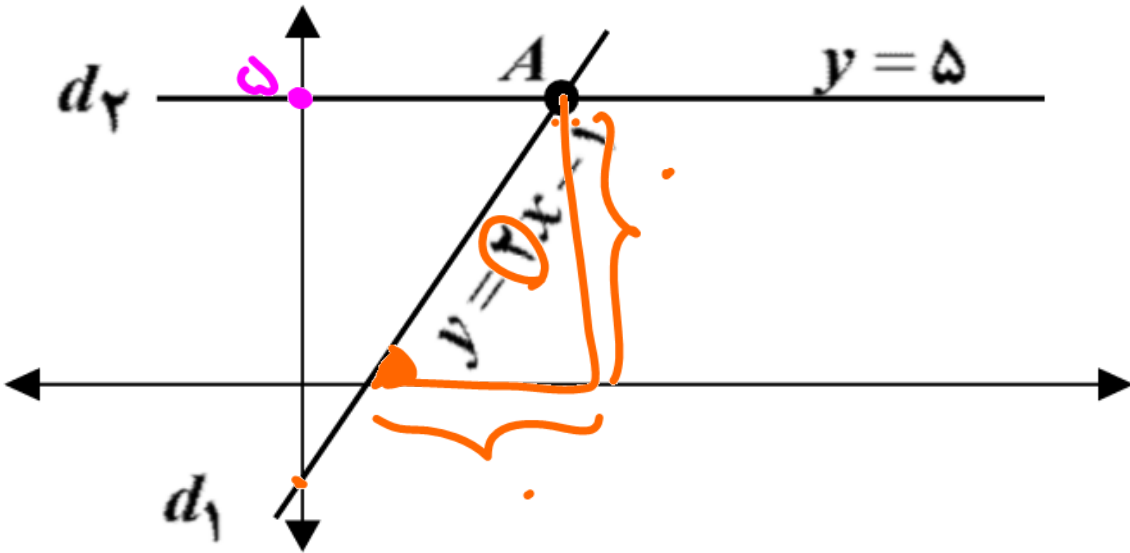
ب) شیب خط d_1 برابر است با ۲....

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

ج) مختصات نقطه A را بیابید.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 = 2x - 1 \\ 6 = 2x \end{cases}$$

$$\boxed{x = 3}$$





$$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

عرفی از مبدأ

مختصات محل برخورد خط $y = 5x + 10$ با محور طولها را بیابید.
جابجایی عرفی ضرر است.

$$0 = 5x + 10$$

$$-5x = 10$$

$$x = -2$$

مثال. معادله خطی بنویسید از دو نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ بلند.
 $y = ax + b$

$$\text{شیب} = \frac{4 - (-2)}{-2 - 0} = \frac{6}{-2} = -3 = a$$

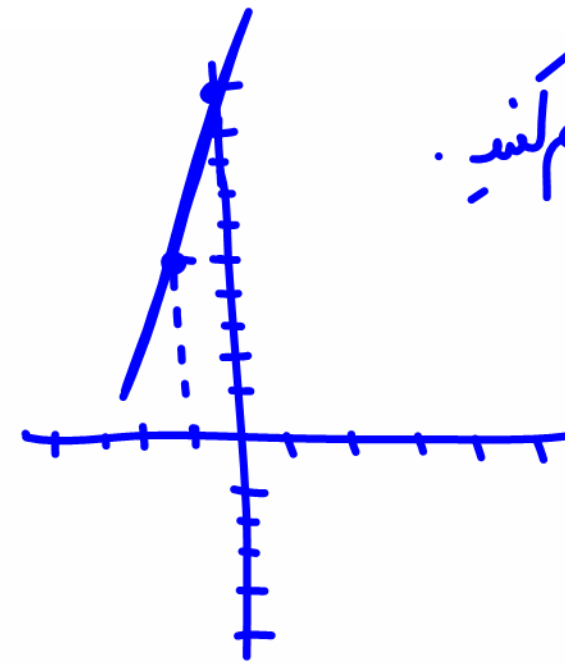
$$y = -3x - 2$$

عرفی از مبدأ = -2

$$y = -3x + b$$

$$-2 = -3(0) + b \Rightarrow b = -2$$

الف) معادله خط داده شده را رسم کنید.



x	0	-1
y	10	5

ب) آیا نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ در این خط قرار دارد؟

$$4 \neq 5(-2) + 10$$

خیر.



همواره تعریف نشده است چون هیچ عدد مثبتی وجود ندارد که L برابر هم و خرج و منفی L فرزند.

پل‌ها نقش اساسی در زندگی انسان دارند. انواع مختلفی از پل‌ها وجود دارند و در موارد زیادی نیروهای وارد بر آنها از فرمول‌هایی به دست می‌آید که با یک عبارت گویا بیان می‌شوند. مثلاً در مورد پل‌های عابر پیاده بار محاسباتی از دستور

به دست می‌آید که در آن L طول بارگذاری شده بر حسب متر است. این عبارت گویا به ازای چه مقادیری $L + 50$

از L تعریف نشده است. (طول نمی‌تواند منفی باشد)

تعریف نمی‌شود

عبارت خرج و منفی L فرزند تعریف نشده است.

$$L - 50 = 0$$

$$L = -50$$

$$L + 50 \leq 0$$

$$L < -50$$

همه هر طولی کوچکتر از -50 تعریف نشده است.

آر سوال این بود

$$L - 50 = 0$$

$$L = 50$$

و هر چه کوچکتر از 50 است



دستگاه معادله خطی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \quad \begin{array}{r} + \\ \hline \end{array} \quad \begin{cases} 4x - 2y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$
$$5x = 7$$
$$x = 1$$

$$1 + 2y = 5$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$



حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{\cancel{(x-3)}}{x^2-9} \times \frac{4\cancel{(x+3)} \cdot 6x+18}{3x} =$$

(Note: The denominator x^2-9 is factored as $(x-3)(x+3)$ and the $4(x+3)$ in the numerator is crossed out.)

$$\frac{\cancel{4} \cdot 6x+18}{\cancel{3}x} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{2(x-3)}{(x+3)x(x-3)} \cdot \frac{x-1}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x-2-x+1}{(x-3)(x+3)} = \frac{x-1}{x^2-9}$$

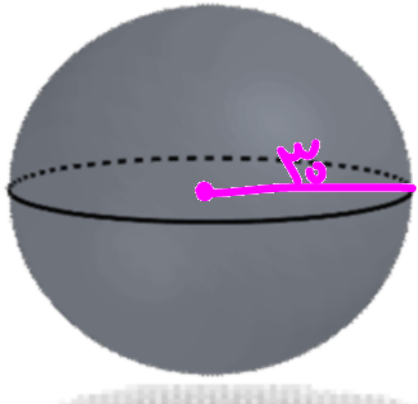
$$\frac{1}{(x-5)} \cdot \frac{(x-4)}{(x-5)} = \frac{1-x+4}{x-5} = \frac{-x+5}{x-5} = \frac{-(x-5)}{(x-5)} = -1$$



$$\begin{aligned} \text{حجم کره} &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ \text{مساحت کره} &= 4 \pi R^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حجم} &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ \text{توکل مساحت} &= 2 \pi R^2 \\ \text{توپر} &= 2 \pi R^2 + \pi R^2 = 3 \pi R^2 \end{aligned}$$

برای یکی از مراحل مسابقه مردان آهنین در نظر است وزنه‌هایی از جنس بتن به شکل کره ساخته شود، اگر قطر هر یک از کره‌های بتنی ۶۰ سانتی‌متر باشد، حجم آن چقدر خواهد بود؟



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

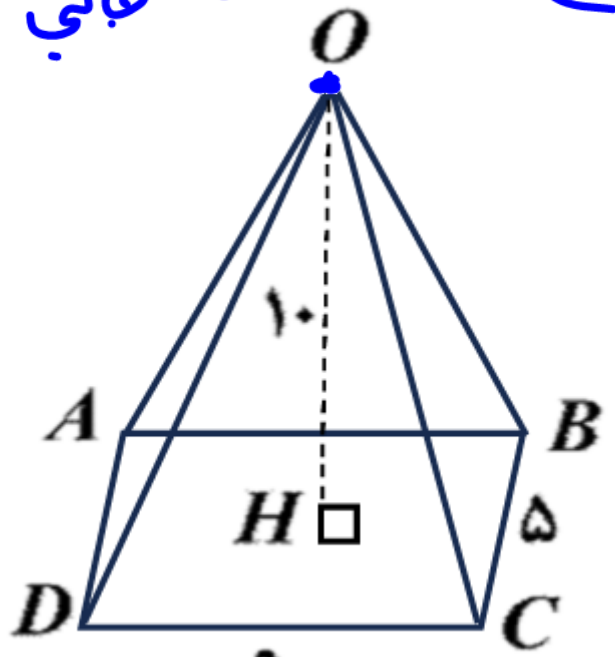
$$V = \frac{4}{3} \pi (30)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \times 30 \times 30 \times 30 = 36000 \pi$$

$$\text{مساحت کره} = 4 \pi R^2$$

$$4 \pi (30)^2 = 36000 \pi$$

ارتفاع × مساحت قاعده = حجم منشور
 ارتفاع × محیط قاعده = مساحت جانبی



در هرم زیر که قاعده آن به شکل مستطیل است:

الف) تعداد وجه‌های جانبی را بنویسید. **موجب جانبی دارد.**

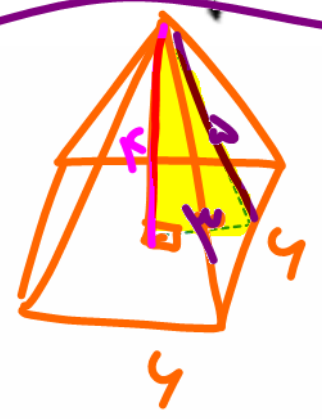


ب) حجم آن را با توجه به اندازه‌های داده شده حساب کنید.

(اندازه‌ها بر حسب سانتی‌متر است)

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} S \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \times (5 \times 5) \times 10 = 150 \text{ cm}^3$$



مساحت جانبی = $\frac{4 \times 5}{2} = 10$ (مساحت جانبی هر وجه جانبی) → $4 \times 10 = 40$

حجم کل = $40 + 54 = 94$