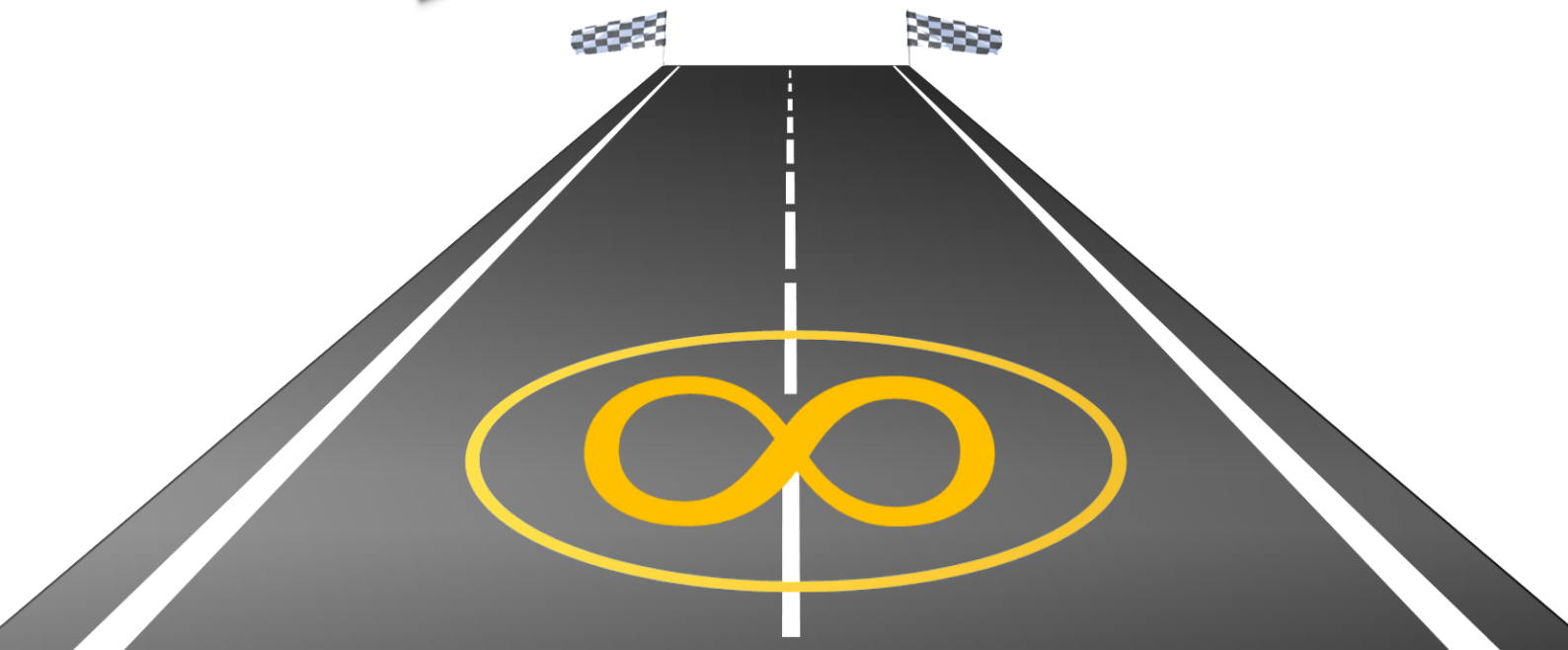




خفن ترين جمع بندي ترم دوّم رياضى و آمار ۲





حل نمونه سوال از مباحث نیمسال دوم

۱- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) شاخص بهای کالا و خدمات به واحد اندازه گیری بستگی **ندارد**.....

(ب) نصف میانه درآمد افراد جامعه برابر با **خط فقر**..... است.

(پ) **شاخص** یک معیار آماری است تغییرات نسبی را در جامعه نشان می دهد.

(ت) **مجموعه داده‌هایی** که در طول زمان با فواصل منظم گردآوری شوند را **سری**..... گویند.

شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی
Consumer Price Index

CPI
توسط **سازمان آمار** و **سازمان برنامه و بودجه** تهیه می شود.
نشان دهنده تغییرات قیمت کالاها و خدمات مصرفی در طول زمان است.
مبنای **قیمت** **سال پایه** است.

$$CPI = \frac{\text{هزینه های سال جاری}}{\text{هزینه های سال پایه}} \times 100$$

خط فقر ← **مکسimum** درآمد **نوبت اول** **بیمه** زندگی
میانه ۱
میانه ۲
در مصرف وجود دارد در اشاره

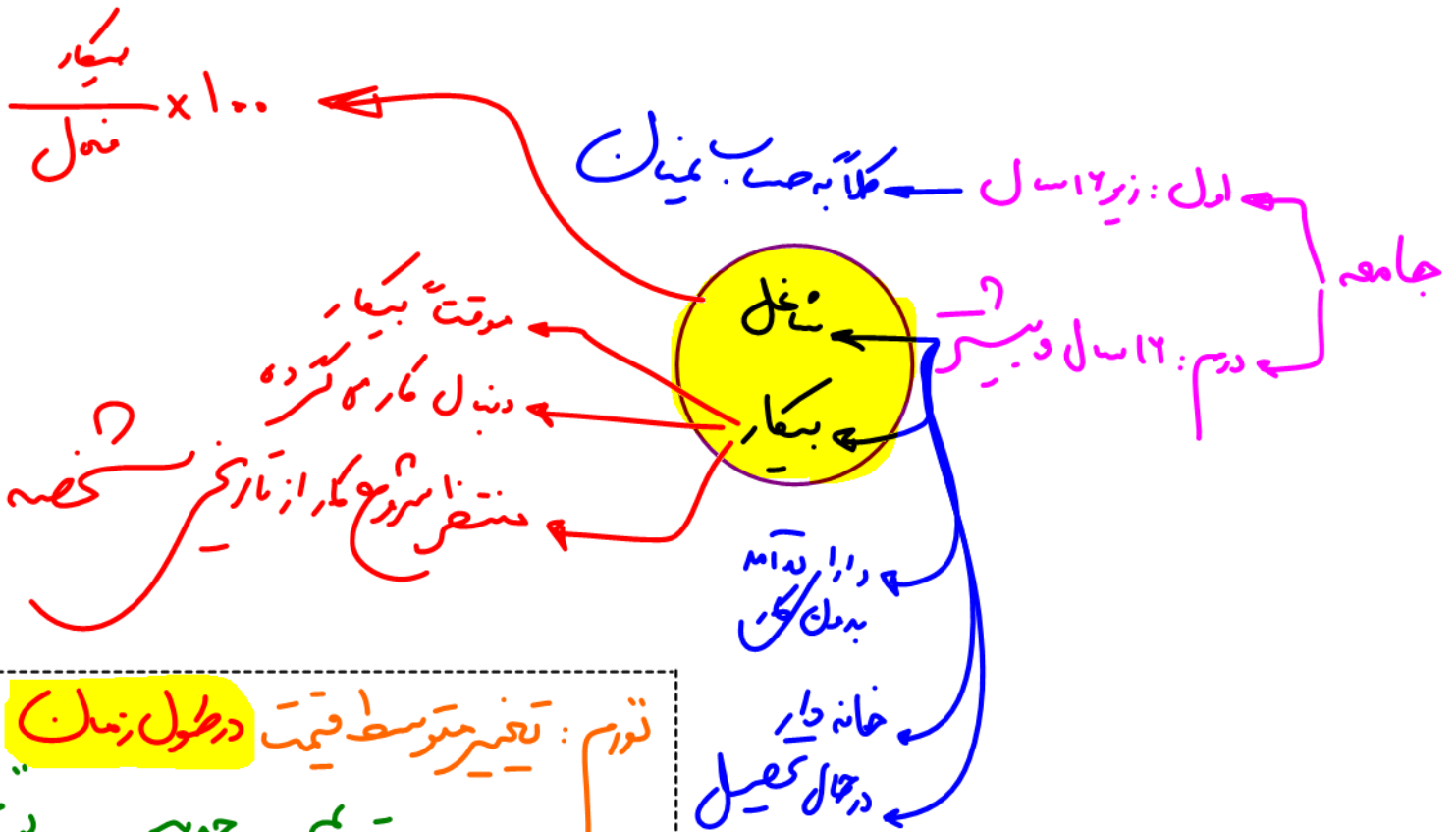
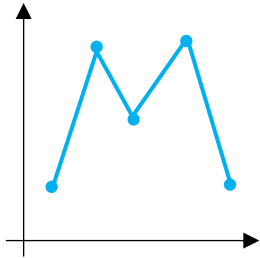


۲- درستی یا نادرستی موارد زیر را مشخص کنید.

(الف) دانش آموزان جزء جمعیت بیکار محسوب می شوند. ~~X~~

(ب) تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می گویند. ✓

(پ) نمودار پراکنش نگاشت زیر برای تخمین داده ها به روش درونیابی مناسب است. ~~X~~



تورم: تغییر متوسط قیمت در طول زمان

$$\text{تورم} = \frac{\text{قیمت جدید} - \text{قیمت قدیم}}{\text{قیمت قدیم}} \times 100$$

تورم ۲۰٪ ← قیمت ها ۲۰٪ گران تر شده است

تورم ۲۰٪ ← سطح قیمت ها ۲۰٪ برابر شده

$$100 - 20 = 80 = \text{تورم}$$



۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید.

(الف) خط فقر درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک مورد نیاز است.

(۱) کمینه - سال (۲) بیشینه - ماه (۳) کمینه - ماه (۴) بیشینه - سال

(ب) در یک بررسی آماری سال پایه ۱۳۹۰ و شاخص ۱۰۰ در نظر گرفته شده است. اگر شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در سال ۱۴۰۲ برابر ۲۸۷ باشد. تورم در بازه‌ی

۱۳۹۰ تا ۱۴۰۲ چقدر است؟

۱۰۰ → ۲۸۷ ^{۲۸۷ برپایه}

۰/۸۷(۴)

۸۷(۳)

۱۸۷(۲)

۲۸۷(۱)

$$287 - 100 = 187\%$$



۴- با توجه به توابع f و g ، توابع زیر را مشخص کنید.

$f = \{(-3, 2), (-2, 6), (-1, 4), (2, 5)\}$ $D_f = \{-3, -2, -1, 2\}$

$g = \{(-3, 8), (-2, -6), (-1, -4), (5, 2)\}$ $D_g = \{-3, -2, -1, 5\}$

$D_f \cap D_g = \{-3, -2, -1\}$

الف) $f + g$

ب) $g - f$

$f + g = \{(-3, 10), (-2, 0), (-1, 0)\}$ $R_{f+g} = \{10, 0, 0\}$

$g - f = \{(-3, 6), (-2, -12), (-1, -8)\}$ $R_{g-f} = \{6, -12, -8\}$

تابع هزینه سنیارفتن تو و مخاص خاصین تو

$تو = \{(90000, \text{کله}), (90000, \text{کسنا}), (35000, \text{باشک})\}$

$مخاص خاصین تو = \{(90000, \text{کله}), (35000, \text{باشک})\}$

$تو + مخاص خاصین تو = \{(70000, \text{باشک})\}$

اعمال جبری روی توابع در دامنه مشترک برسد برد



۵- اگر $f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 3)\}$ و $g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 2)\}$ باشد. توابع زیر

$D_f \cap D_g = \{2, -1\}$

را مشخص کنید:

الف) $f + g = \{(2, 5), (-1, 5)\}$

ب) $\frac{g}{f}$

$R_{f+g} = \{5\}$

دامنه مشترک ۲ عضو داره
 $-x +$ هریدل باشه آنا عنصر داره
 :- یعنی کمتر از آنا باشه!

$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x=2\}$ (جائز حذفه)
 $\{2, -1\} - \{2\} = \{-1\}$
 $\frac{g}{f} = \{(-1, \frac{3}{-1})\}$ (با $(2, \frac{0}{2})$ خط خورده)

* دقتی و منها ترتیب مهم!

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x=2\}$ (جائز حذفه) = $\{2, -1\}$

$\frac{f}{g} = \{(2, \frac{0}{5}), (-1, \frac{3}{-1})\}$



۶- اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 1$ و $g(x) = |x|$ با دامنه $0 \leq x \leq 2$ ضابطه‌ی تابع زیر را بنویسید و آن را رسم کنید.

$$s(x) = f(x) + g(x)$$

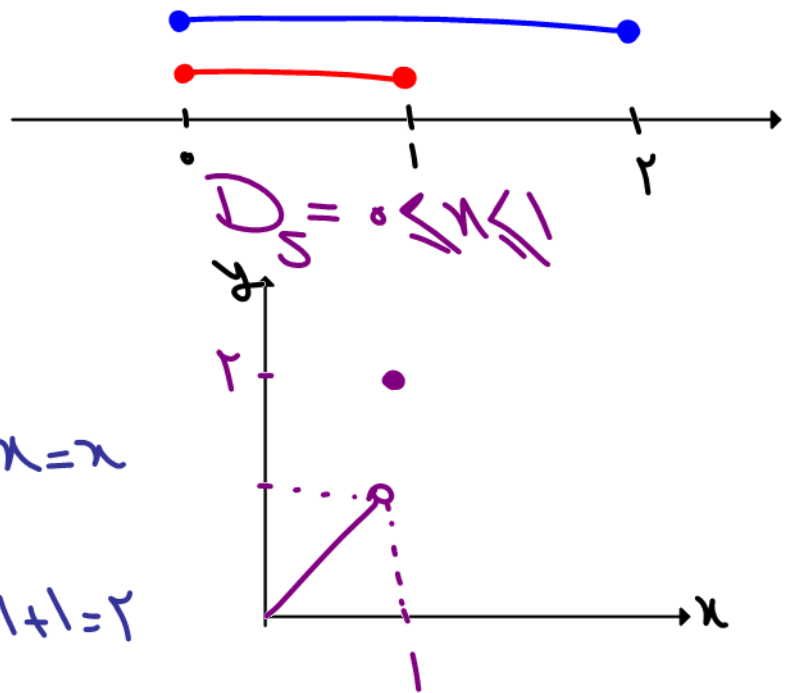
$$S(x) = [x] + |x|$$

$$S(x) = [x] + |x|$$

$$D_s = 0 \leq x \leq 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x < 1 : S(x) = 0 + x = x \\ x = 1 : [1] + |1| = 1 + 1 = 2 \end{array} \right.$$

$$x = 1 : [1] + |1| = 1 + 1 = 2$$





۷- اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = \frac{x^3}{x-1}$ باشند، دامنه و ضابطه تابع fg را مشخص کنید.

$D_f = \mathbb{R}$ (in red)

$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ (in blue)

توجه: $x-1=0$
 $x=1$

$D_{fg} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} - \{1\}$

$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ (in pink)

$(fg)(x) = f(x) \times g(x) = (x^2 - 1) \times \frac{x^3}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1) \times x^3}{x-1} = x^3(x+1) = x^4 + x^3$



اگر $f(x) = \sqrt{5x + 4}$ و $g = \{(1,2), (4,5), (9,10)\}$ باشند آنگاه حاصل

$f(1) = \sqrt{5(1) + 4} = \sqrt{9} = 3$
را بیابید. $(f - g)(1)$

$(f - g)(1) = f(1) - g(1) = 3 - 2 = 1$



~~$(f - g)(1) \rightarrow \lambda = 1$~~

منابع $f - g$ $\lambda = 1$
منابع $f - g$ $\lambda = 1$



۱۰- اگر $f(x) = \frac{3x+1}{2}$ و $g(x) = x^2 - 3x$ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $(f + g)(1)$

$$f(1) + g(1) = 2 + (-2) = 0$$

$$\frac{3(1)+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$1^2 - 3(1) = 1 - 3 = -2$$

ب) $(f \times g)(3) = f(3) \times g(3) = 5 \times 0 = 0$

$$\frac{3(3)+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$3^2 - 3(3) = 9 - 9 = 0$$



۱۱- اگر توابع درآمد و هزینه برای تولید x تن کاشی در کارخانه A به ترتیب $-2x^2 + 14x$ و $8x + 6$ واحد باشد (هر واحد معادل یک میلیون تومان). ضابطه‌ی تابع سود شرکت هولدینگ را بدست آورید.

هزینه - درآمد = سود

$$-2x^2 + 14x - (8x + 6)$$

$$-2x^2 + 14x - 8x - 6 = -2x^2 + 6x - 6$$

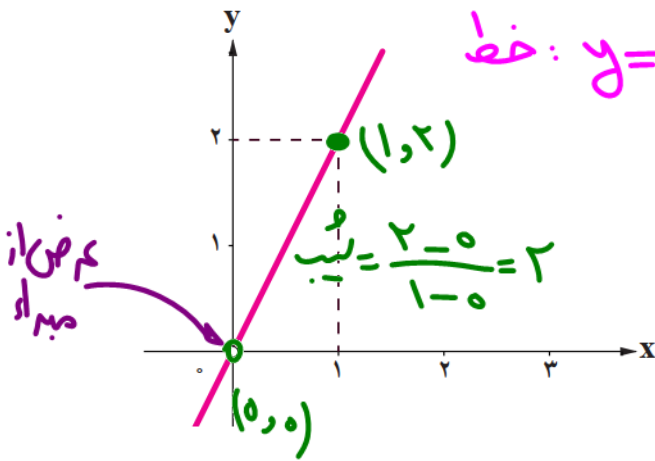
$$-2(1.0)^2 + 6(1.0) - 6 = -2$$



۱۲- اگر $f(x) = x^2$ و تابع $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت نمودار زیر باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را

به دست آورید؟

خط: $y = ax + b \rightarrow y = 2x$



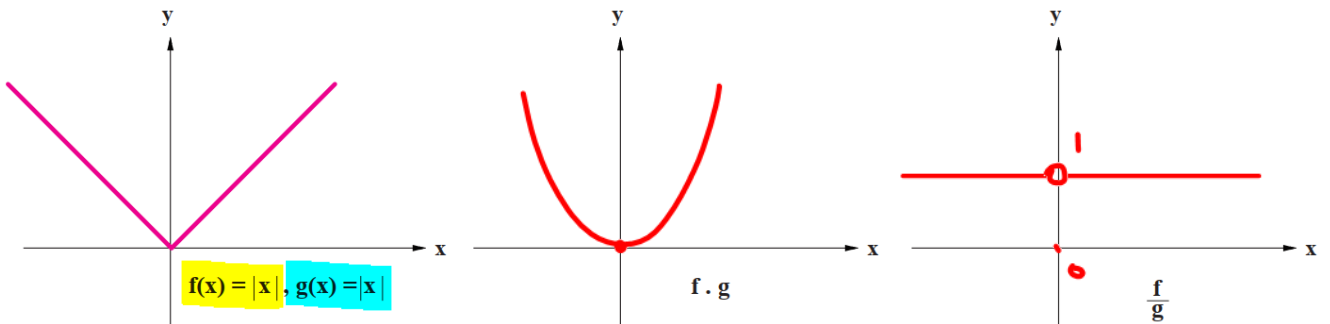
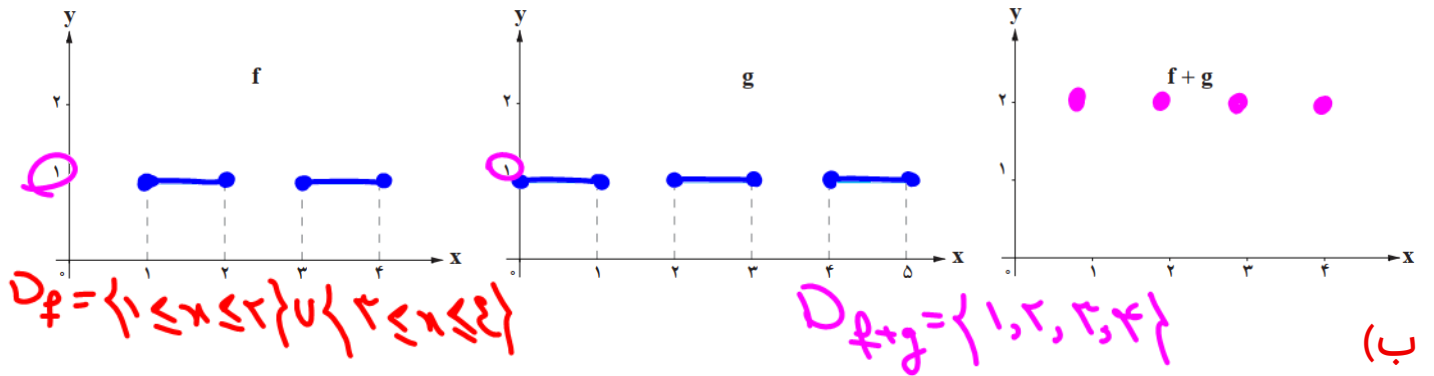
$$\frac{f(x)}{g(x)} = 2x \rightarrow \frac{x^2}{g(x)} = 2x$$

$$\frac{x^2}{2x} = g(x) = \frac{x}{2}$$



۱۳- در هر حالت با توجه به نمودار توابع f و g ، نمودار توابع خواسته شده را رسم کنید.

(الف) $D_g = \{0 \leq x \leq 1\} \cup \{2 \leq x \leq 3\} \cup \{4 \leq x \leq 5\}$



$f(x) = |x|, g(x) = |x|$

$f \cdot g$

$\frac{f}{g}$

$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = |x|^2 = x^2$
 $|x| \times |x|$

$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{|x|}{|x|} = 1$

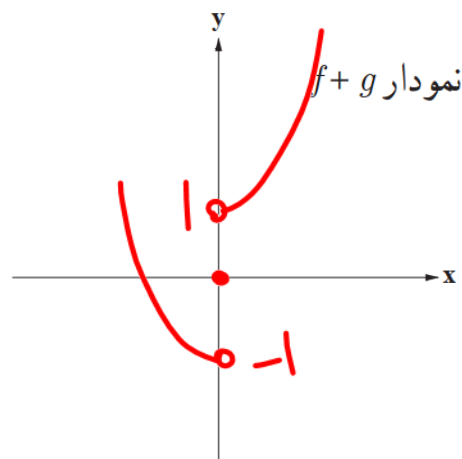
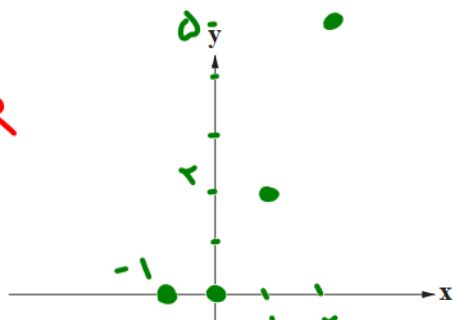
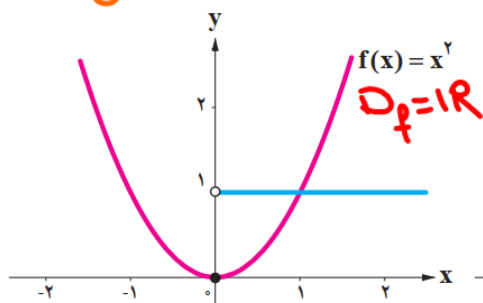
$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$



$D_{f+g} = \mathbb{R}$

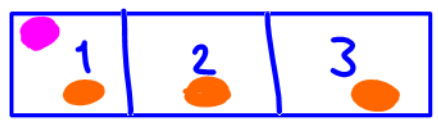
(پ)



$g(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$
 $D_g = \mathbb{R}$

$x = -1 = (-1)^2 + (-1) = 0$
 $x = 0 = 0^2 + 0 = 0$
 $x = 1 = 1^2 + 0 = 1$
 $x = 2 = 2^2 + 1 = 5$

$(f+g)(x) = \begin{cases} 1+x^2 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1+x^2 & x < 0 \end{cases}$



۱:... ۱۴:...

رضیق + تو



۱۴- درآمد ۵ نفر ماهانه ۱۴, ۱۳, ۱۹, ۱۷, ۲۰ میلیون تومان است. خط فقر را به هر دو روش بدست آورید. سپس بررسی کنید چند نفر زیر خط فقر هستند.

میانگین : $13, 14, 17, 19, 20$ میانگین = $\frac{17}{4} = 8,5$ میلیون

↓
میانگین

میانگین : $\frac{13}{5} = 14,4$ میانگین = $\frac{14,4}{2} = 8,3$ میلیون



۱۵- خانواده‌ای ۳ نفره در یکی از کشورهای در حال توسعه زندگی می‌کنند. با توجه به تعریف خط فقر بین‌المللی، حداقل درآمد ماهانه این خانواده باید چند دلار باشد تا زیر خط فقر نباشد؟ (ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید)

خط فقر بین‌المللی = هر نفر ۱۲۵ دلار در روز

$$1,25 \times 3 \times 30 = 112,5$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 3 \\ \hline 1125 \end{array}$$



۱۶- حقوق کارمندان یک شرکت به صورت $7, a, 6, 8, 4$ میلیون تومان می باشد. اگر خط فقر به روش نصف میانگین برابر ۳ میلیون تومان باشد، مقدار a را محاسبه کنید.

میلون تومان
میانگین = ۳

$$\frac{7 + a + 6 + 8 + 4}{5} = 3 \Rightarrow 7 + a + 6 + 8 + 4 = 15$$

میلون تومان
 $a = 5$



۱۷- اگر در شاخص بهای کالا و خدمات، واحد اندازه گیری ۲ برابر شود، آنگاه تغییرات

مقدار این شاخص، کدام است؟
تغییری ندارد، زیرا این شاخص به واحد اندازه گیری

بستگی ندارد.



۱۸- در سال ۱۴۰۲ شاخص بهای تحصیل ۴۸۰ می باشد. اگر هزینه‌ی تحصیل در این سال برابر ۳۶ میلیون تومان باشد، هزینه‌ی تحصیل در سال پایه چند میلیون تومان است؟

$$\frac{\text{هزینه بهای تحصیل سال جاری}}{\text{هزینه بهای تحصیل سال پایه}} = \frac{480}{36}$$

$$\frac{?}{100} = \frac{480}{36}$$

$$? = \frac{480 \times 100}{36} = 1333.33$$

میلیون تومان



۱۹- اگر قیمت هر کیلو برنج و گوشت مصرفی خانوار در سال پایه به ترتیب ۲۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ تومان باشد و این قیمت ها در سال جاری به ۳۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ تومان رسیده باشد با فرض آنکه مقادیر مصرفی برنج و گوشت خانوار در سال جاری و پایه به ترتیب ۵۰ و ۳۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای این دو کالا کدام است؟

$$CPI = \frac{4000000 + 150000}{300000 + 100000} \times 100 = \frac{4500000}{400000} \times 100 = 1125$$



۲۰- یک سبد کالایی از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده است. قیمت این دو کالا به ترتیب ۱۵۰۰ و ۲۰۰۰۰ تومان و در سال مورد نظر ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰۰ تومان می باشد. اگر مقادیر مصرفی نان و گوشت به ترتیب ۲۰۰ قرص و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای نان و گوشت را به دست آورید.

$$CPI = \frac{10 \times 20000 + 200 \times 2000}{10 \times 30000 + 200 \times 1500} \times 100 = \frac{21800}{1900} \times 100 = 1147,3$$



۲۱- شاخص بهای کالاها و خدمات در دو سال غیر متوالی نسبت به سال پایه ۲۲۰ و ۲۲۶ می باشد. مقدار تورم در این مدت چند درصد است؟

$$\text{تورم} = \frac{226 - 220}{220} \times 100 = 2.7\%$$



۲۲- در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغلند. در این منطقه ۲۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار می باشند.

$$\left. \begin{aligned} \text{فعال} &= 1200 \\ \text{بیگانه} &= 200 \\ \text{شغل} &= 1200 \end{aligned} \right\}$$

الف) نرخ بیکاری در این منطقه چه قدر است؟

ب) حداقل چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برابر با ۵ درصد باشد؟

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{200}{1200} \times 100 = 16,67\%$$

* فعال تغییر نمی کند

$$0 = \frac{200 - x}{1200}$$

~~1200~~

$$\rightarrow 200 - x = 70$$

$$200 - 70 = x = 130$$



۲۳- اگر در جامعه‌ای نرخ بیکاری ۳۰ درصد و جمعیت فعال آن جامعه ۲۲ میلیون نفر باشد، تعداد شاغلین را محاسبه کنید.

۷۰ درصد شاغل \rightarrow ۳۰ درصد بیکار

$$\text{تعداد شاغلین} = \frac{70}{100} \times 22,000,000 = 15,400,000$$

$$\text{تعداد بیکارها} = \frac{30}{100} \times 22,000,000 = 6,600,000$$

$$22,000,000 - 6,600,000 = 15,400,000$$



۲۴- شاخص توده‌ی بدنی فردی با قد ۱۵۰ سانتی متر و وزن ۴۵ کیلوگرم کدام است؟

$$BMI = \frac{\text{وزن}}{\text{قد}^2}$$

body mass index

کیلوگرم

متر

متر ۱۵۰

$$BMI = \frac{45}{1.5^2} = 20$$



۲۵- کتابی دارای جملات ۱۰ کلمه‌ای است و ۱۷% کلمات آن دشوار می‌باشد.
شاخص پایه‌ی آموزش کدام است؟ این کتاب مناسب کدام پایه است؟

$$\text{شاخص پایه آموزش} = \left(\frac{0.17}{10 + 17} \right) = 0.17(271) = (10, 18) = 11$$

پایه دهم



۲۶- یک متن انگلیسی شامل جملات ۱۲ کلمه‌ای است و درصد کلمات دشوار آن ۱۶ می‌باشد. شاخص پایه‌ی آموزش آن را محاسبه کنید.

$$\left(\frac{1}{12} (12 + 14) \right) = (11, 2) = 11 \quad \text{بازگرم}$$



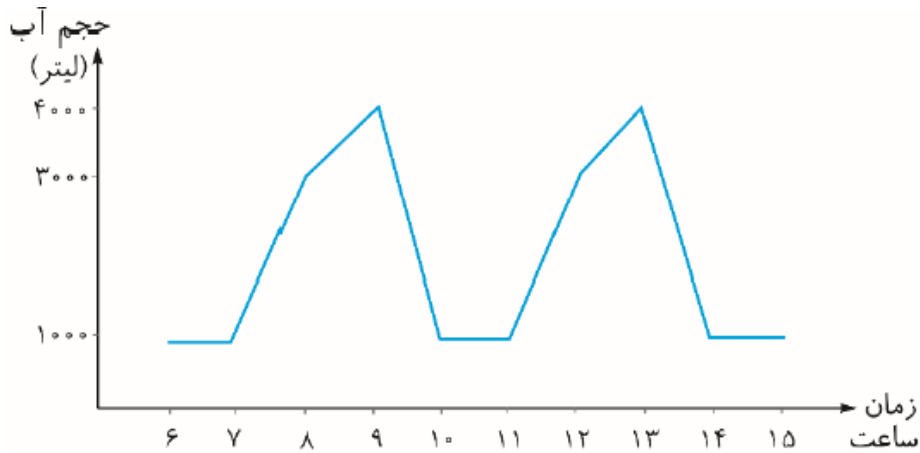
۲۷- شاخص پوسیدگی دندان از عدد ۳ به ۹ از سال ۱۳۶۰ تا ۱۳۹۸ تغییر یافته است. درصد افزایش تعداد دندان های پر شده کدام است؟

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\text{مقدار جدید} - \text{مقدار قدیم}}{\text{مقدار قدیم}} \times ۱۰۰ = \frac{۹ - ۳}{۳} \times ۱۰۰ = \frac{۶}{۳} \times ۱۰۰ = ۲ \times ۱۰۰ = ۲۰۰\%$$





۲۸- سری زمانی حجم آب پمپ شده به یک مخزن آب در طی روز، مطابق الگوی مقابل است. بر این اساس در ساعت ۲۱ چند لیتر آب به مخزن پمپ خواهد شد؟





۲۹- جدول زیر تعداد مشتریان یک فروشگاه را در ساعات روز را نشان می دهد،
تعداد مشتریان در ساعت ۱۳ را با روش درون یابی بدست آورید.

۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	ساعت x
۳۵	۴۰	۲۰	۱۰	۳۰	مشتری y



۳۰- جدول زیر میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیون تومان را نشان می دهد.

۱	۲	۳	۴	۵	سال x
۴	۸	۱۰	۱۶	۳۲	فروش y

الف) سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) مقدار فروش در سال ششم را برون یابی کنید.



امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲

<p>۰/۷۵</p>	<p>۱ درست یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: (۱-۱) جمله «سیب قرمز، از سیب زرد خوش مزه تر است.» یک گزاره است. X (۱-۲) اگر دامنه یک تابع همانی، مجموعه اعداد حقیقی باشد، آنگاه $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است. (۲-۱) تخمین داده های بعد یا قبل از داده های ثبت شده، را درون یابی می گویند.</p>	<p>۱</p>																														
<p>۰/۷۵</p>	<p>۲ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: (۲-۱) ارزش گزاره $(p \vee \sim p)$، همواره است. <u>درست</u> (۲-۲) $sign(-۱۰۰۰) = \dots = -1$ (۲-۳) تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را <u>تورم</u> گویند.</p>	<p>۲</p>																														
<p>۰/۷۵</p>	<p>۳ گزینه درست را انتخاب کنید: (۳-۱) کدام گزاره هم ارز گزاره $p \Rightarrow q$ است؟ (۳-۲) اگر $[x] = -2$ باشد، آنگاه محدوده x کدام است؟ (۳-۳) متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان را برای مجموعه ای از تعداد زیادی کالا و خدمات در طول یکسان را گویند. (۴) شاخص بهای کالا و خدمات</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $p \Rightarrow q$ $\sim q \Rightarrow \sim p$ $[x] = -2$ $-2 \leq x < -1$ $p \Leftrightarrow q$ $\sim p \Leftrightarrow \sim q$ $\sim q \Rightarrow \sim p$ $-2 \leq x \leq -1$ $-2 < x < -1$ $-2 < x \leq -1$ $-2 \leq x < -1$</p>	<p>۳</p>																														
<p>۱/۲۵</p>	<p>۴ اگر گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(\sim p \vee q)$ را مشخص کنید.</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $F \vee T \equiv T$ $p = T$ F $F \equiv T$</p>	<p>۴</p>																														
<p>۱/۵</p>	<p>۵ درستی هم ارزی های زیر با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید: $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$</p> <p><i>Handwritten notes:</i> $p \wedge \sim q$ $p \Rightarrow q$ $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ <table border="1"> <tr><td>p</td><td>q</td><td>$\sim q$</td><td>$p \wedge \sim q$</td><td>$p \Rightarrow q$</td><td>$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$</td></tr> <tr><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr> </table></p>	p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$	T	T	F	F	T	T	T	F	T	T	F	T	F	T	F	F	T	T	F	F	T	F	T	T	<p>۵</p>
p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$																											
T	T	F	F	T	T																											
T	F	T	T	F	T																											
F	T	F	F	T	T																											
F	F	T	F	T	T																											
<p>۰/۷۵</p>	<p>۶ الف) گزاره «<u>مکعب یک عدد</u>، بزرگ تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است.» را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید. $x^3 > 7x + 5$ ب) درستی یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید. اگر استدلال بکار رفته نادرست است آنرا اصلاح کنید. گزاره: اگر طول و عرض مستطیلی را ۳ برابر کنیم، آنگاه مساحت آن ۳ برابر می شود. استدلال: $S = x \cdot y$ مساحت اولیه \Rightarrow عرض اولیه y و طول اولیه x $S' = (3x)(3y) = 9xy = 9S$ مساحت جدید \Rightarrow عرض جدید $3y$ و طول جدید $3x$</p>	<p>۶</p>																														



ضابطه تابع و نمودار آنرا کامل کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \geq 0 \\ 2 & -1 < x < 0 \\ 2x - 5 & -4 < x \leq -1 \end{cases}$$

$y = -2x + b$
 $-1 = -2(-2) + b$
 $-5 = b$
 $\frac{3 - (-1)}{-4 - (-2)} = \frac{4}{-2} = -2$

اگر تابع $f = \{(2, a-1), (0, 2), (3, 2b)\}$ یک تابع ثابت باشد، حاصل ab را بدست آورید.

$a-1=2 \Rightarrow a=3$
 $2b=2 \Rightarrow b=1$
 $3 \times 1 = 3$

با توجه به نمودارهای زیر کدام نمودار تابع «الف» و کدام نمودار تابع «ب» را نشان می دهد.

الف) $y = -|x| + 1$
 ب) $y = -|x+1|$

نامتق (مبتداً یا منتر)

در تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \geq 0 \\ x+1 & x < 0 \end{cases}$ حاصل عبارات زیر را بیابید.

$f(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}^2 = -2$
 $f(1) = -1^2 = -1 \rightarrow f(-1) = -1 + 1 = 0$
 $f(f(1))$ (ب) $f(\sqrt{2})$ (الف)

اگر $f = \{(1, 0), (-1, 2), (3, 7)\}$ و $g = \{(-1, 4), (2, 5), (1, 8)\}$ باشد، توابع زیر را مشخص کنید:

$f-g = \{(-1, -2), (1, -8)\}$
 $\frac{g}{f} = \{(-1, 2)\}$

به کمک نمودارهای رسم شده f و g ، نمودار تابع $f+g$ را در نقاط $x=0$ و $x=1$ مشخص کنید. سپس تابع $f+g$ را رسم کنید.

$x=0: f(0) + g(0) = 0 + 1 = 1$
 $x=1: f(1) + g(1) = 1 + 1 = 2$



۱۲۵	<p>اگر درآمد ماهیانه ۹ نفر از افراد یک اداره (برحسب میلیون تومان) بصورت زیر باشد، با توجه به تعریف خط فقر بر اساس نصف میانه، چند نفر زیر خط فقر قرار دارند.</p> <p>۵, ۷, ۱۰, ۸, ۵, ۶, ۱۰, ۱۱, ۱۵</p> <p style="text-align: center;"> $\overbrace{5, 5, 6, 7, 8, 10, 10, 11, 15}$ \downarrow $\text{میانه} = \frac{8}{2} = 4$ </p>	۱۳												
۲	<p>در یک منطقه ۱۸۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. در این منطقه ۴۰۰ نفر بالای ۱۶ سال و بیشتر جویای کار می باشند:</p> <p>(الف) نرخ بیکاری در این منطقه چقدر است؟ (ب) حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری در این منطقه کمتر از سه درصد باشد.</p> <p>شغل = ۱۸۰۰ بیگار = ۴۰۰</p> <p>شغل = ۲۲۰۰</p> <p>$3 = \frac{400 - x}{2200} \times 100$</p> <p>$44 = 400 - x \rightarrow x = 400 - 44 = 356$</p> <p>$\frac{400}{2200} \times 100 = 18,18\%$</p>	۱۴												
۱	<p>برای کتابی با متوسط طول جملات ده کلمه ای و ۱۷ درصد کلمه سخت:</p> <p>(الف) شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید. (ب) این کتاب مناسب چه پایه ای است؟</p> <p style="text-align: center;"> $\left(\frac{17}{100} (10 + N) \right) = (10, 17) = 11$ </p> <p style="text-align: center;">باززم</p>	۱۵												
۲	<p>میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی بر حسب میلیارد تومان به صورت زیر است:</p> <table border="1" data-bbox="231 1272 762 1377"> <tr> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>سال x</td> </tr> <tr> <td>۹</td> <td>۶</td> <td>۱۱</td> <td>۱۵</td> <td>۱۹</td> <td>فروش y</td> </tr> </table> <p>(الف) سری زمانی را رسم کنید. (ب) فروش در سال هفتم را برون یابی کنید.</p>	۱	۲	۳	۴	۵	سال x	۹	۶	۱۱	۱۵	۱۹	فروش y	۱۶
۱	۲	۳	۴	۵	سال x									
۹	۶	۱۱	۱۵	۱۹	فروش y									
۲۰														



امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳

<p>۱</p> <p>$p \Rightarrow q$ $T \equiv T \Rightarrow \dots$ $F \Rightarrow \dots \equiv T$</p>	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) گزاره‌ی $p \wedge \sim p$ همیشه نادرست است. درست ب) ارزش گزاره‌ی شرطی $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم، همواره درست است. درست پ) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد، آن تابع را همانی می‌گویند. نادرست ت) اگر تابع علامت به صورت $f(x) = \text{sing}(x)$ باشد، در این صورت $\text{sign}(-200) = +1$ نادرست</p>																									
<p>۱</p> <p>$f(x) = c$</p>	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) گزاره‌ای که به صورت «اگر p آنگاه q و برعکس» بیان می‌شود، دارای ترکیب دستی است. ب) اگر f تابعی ثابت باشد، حاصل $f(5) - f(3)$ برابر صفر است. پ) اگر $n = 2$ باشد، زوج مرتب $(\dots, n+1, \dots)$ روی نیمسایز ناحیه اول و سوم قرار دارد. ت) تغییر متوسط کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌نامند.</p>																									
<p>۱</p> <p>$(p \wedge q) \equiv \sim(p \vee \sim q)$ $(p \vee q) \equiv \sim(p \wedge \sim q)$</p> <p>$[x] + [-x] = 0$ $x \in \mathbb{Z}$ -1 $x \notin \mathbb{Z}$</p>	<p>در سوالات زیر گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) کدامیک از جملات زیر گزاره است؟ ۱) لطفاً در را باز کن X چه هوای سرد است! X شما اهل کجایی؟ X عدد ۷ عدد اول است ✓ ب) هم ارز گزاره‌ی $(p \wedge q) \sim$ کدام گزاره است؟ ۱) $(p \vee q) \sim$ ۲) $(p \vee \sim q)$ ۳) $(\sim p \vee \sim q)$ ۴) $(p \wedge \sim q)$ پ) حاصل عبارت $[1/5] + [-1/5]$ برابر کدام گزینه است؟ ([] نماد جزء صحیح است) ۱) صفر ۲) $+1$ ۳) -1 ۴) -2 ت) کدام شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد؟ ۱) بهای کالا و خدمات ۲) تورم ۳) خط فقر ۴) توده بدنی</p>																									
<p>۱</p>	<p>ارزش گزاره‌ی «عدد ۹ مربع کامل است» را مشخص کرده، سپس نقیض آن را بنویسید. درست عدد ۹ مربع کامل نیست.</p>																									
<p>۰/۵</p>	<p>اگر گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش گزاره‌ی $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$ را مشخص کنید. $(T \Leftrightarrow F) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow r \equiv T$ انتفای استم</p>																									
<p>۲</p>	<p>با استفاده از جدول ارزش‌ها درستی هم‌ارزی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ را نشان دهید. <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$\sim p$</th> <th>$p \Rightarrow q$</th> <th>$\sim p \vee q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr> </tbody> </table> هم‌ارزی برقرار است</p>	p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$	T	T	F	T	T	T	F	F	F	F	F	T	T	T	T	F	F	T	T	T
p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$																						
T	T	F	T	T																						
T	F	F	F	F																						
F	T	T	T	T																						
F	F	T	T	T																						
<p>۱</p>	<p>گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بنویسید. الف) اگر از مکعب عددی یک واحد کم کنیم، حاصل برابر با ۲۶ می‌شود. ب) حاصل ضرب عددی در خودش، به علاوه ۵ بزرگتر از خود آن عدد است. $x^3 - 1 = 26$ $x^2 + 5 > x$</p>																									



8 به کمک قیاس استثنایی، استدلال زیر را کامل کنید.
 مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آنگاه ماه کامل است.
 مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است.
 نتیجه:

Handwritten notes:
 $P \rightarrow Q$
 $P \rightarrow Q$
 P
 Q
 نتیجه: P
 معالجه

9 عکس نقیض گزاره‌ی شرطی « اگر عددی زوج باشد، آنگاه n عددی زوج است » را بنویسید. ($n \in \mathbb{Z}$)

Handwritten note: اگر n عددی فرد باشد آنگاه n^2 عددی فرد است. ($n \in \mathbb{Z}$)

10 اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 + 1$ برابر $D = \{-1, 0, 2\}$ باشد، برد تابع را به دست آورید.

Handwritten calculations:
 $f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$
 $f(0) = 0^2 + 1 = 1$
 $f(2) = 2^2 + 1 = 5$
 $R = \{0, 1, 5\}$

11 اگر $f = \{(5, a+1), (6, c), (2b, 10)\}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $\frac{a+c}{b}$ را بیابید.

Handwritten calculations:
 $a+1 = 5 \rightarrow a = 4$
 $4 = c$
 $2b = 10 \rightarrow b = 5$
 $\frac{4+4}{5} = \frac{8}{5} = 1.6$

12 در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x > 0 \\ 2x + 1 & , x \leq 0 \end{cases}$ حاصل عبارت $f(\sqrt{2}) + f(-1)$ را به دست آورید.

Handwritten calculations:
 $\sqrt{2}^2 = 2$
 $2(-1) + 1 = -1$
 $2 + (-1) = 1$

13 جدول مالیاتی که توسط هیئت مدیره یک شرکت برای سال مالی جدید آماده و تصویب شده، به صورت زیر است:

نرخ مالیات (درصد)	حقوق ماهیانه (بر حسب تومان)
معاف از مالیات	حقوق تا ۸,۰۰۰,۰۰۰
۱۰	مزداد بر ۸,۰۰۰,۰۰۰ تا ۱۲,۰۰۰,۰۰۰
۱۵	مزداد بر ۱۲,۰۰۰,۰۰۰

کارمندی با حقوق ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان، چقدر مالیت باید بپردازد؟

Handwritten calculation: $0 + 2 - 1,000,000 = 2,000,000$

Handwritten formula: $(10,000,000 - 8,000,000) \times \frac{10}{100} = 2,000,000$

14 ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را رسم کرده و به کمک آن نمودار تابع $y = |x| + 1$ را رسم نمایید.

Handwritten graphs showing $y = |x|$ and $y = |x| + 1$.

15 اگر $f = \{(2, 5), (3, 7)\}$ و $g = \{(2, 2), (3, 6)\}$ باشد:

الف) توابع $f - g$ و $f \times g$ را مشخص کنید.
 ب) مقدار $(\frac{f}{g})(2)$ را حساب کنید.

Handwritten calculations:
 $f - g = \{(2, 3), (3, 1)\}$
 $f \times g = \{(2, 10), (3, 42)\}$

Handwritten calculation: $(\frac{f}{g})(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{5}{2} = 2.5$



$$(f+g)(x) = x + 1$$

<p>۰/۷۵</p>		<p>۱۶ نمودار تابع f به صورت مقابل داده شده است. اگر $g(x) = 1$ باشد، ابتدا ضابطه‌ی تابع $f + g$ را نوشته، سپس نمودار آن را رسم کنید.</p>
<p>۰/۷۵</p>	<p>درآمد ماهیانه ۷ نفر از کارمندان یک شرکت بر حسب میلیون تومان به صورت زیر است:</p> <p>۲۰, ۱۰, ۵, ۱۲, ۴, ۳۰, ۱۲</p> <p>خط فقر را به روش نصف میانه، محاسبه کنید.</p> <p>نیم خط منفر -</p> <p>۴, ۵, ۱۰, ۱۲, ۱۳, ۲۰, ۳۰</p> <p>میانه ما</p> <p>$\frac{12}{2} = 6$ خط منفر -</p>	<p>۱۷</p>
<p>۱/۵</p>	<p>اگر سبد هزینه خانواده‌ای شامل دو کالای برنج و گوشت باشد و قیمت این دو کالا (بر حسب هزار تومان) در سال پایه به ترتیب ۸۰ و ۵۰۰ باشد و در سال موردنظر به ۱۲۰ و ۷۰۰ برسد، با فرض اینکه مقادیر مصرفی برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۴۰ و ۶۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای این دو کالا را به دست آورید.</p> <p>$CPI = \frac{700 \times 60 + 120 \times 40}{500 \times 60 + 80 \times 40} \times 100 = \frac{56000}{32000} \times 100 = 175$</p>	<p>۱۸</p>
<p>۰/۷۵</p>	<p>در یک منطقه از میان افراد ۱۶ ساله و بیشتر، تعداد ۱۲۰۰ نفر شاغل و ۳۰۰ نفر بیکار هستند. نرخ بیکاری در این منطقه را به دست آورید.</p> <p>نرخ بیکاری = $\frac{300}{1200 + 300} \times 100 = 20\%$</p>	<p>۱۹</p>
<p>۲۰</p>		