

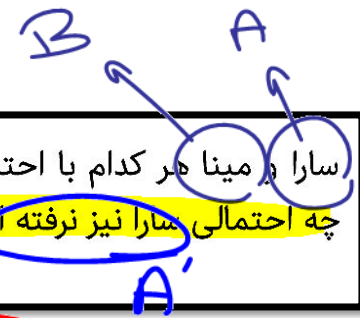
دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم اعداد روشده مثل هم هستند، با چه احتمالی حاصل ضرب آن‌ها زوج خواهد بود؟

شرطی

$$P(\text{اعداد مانند هم باشد} \mid \text{ضرب زوج}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \checkmark$$

$$S = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

B'



سارا در مینا هر کدام با احتمال‌های ۰/۴ و ۰/۳ برای دیدن یک تئاتر می‌روند. اگر مینا به تئاتر رفته باشد، سارا با احتمال ۰/۸ به تئاتر رفته است. اگر مینا به تئاتر نرود، با چه احتمالی سارا نیز نرفته است؟

$P(A) = 0,4$ ، $P(B) = 0,3$ ، $P(A|B) = 0,8$

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{1 - P(A \cup B)} = \frac{1 - P(B)}{1 - P(A \cup B)}$$

$$= \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - 0,46}{0,7} = \frac{0,54}{0,7} = \frac{54}{70}$$

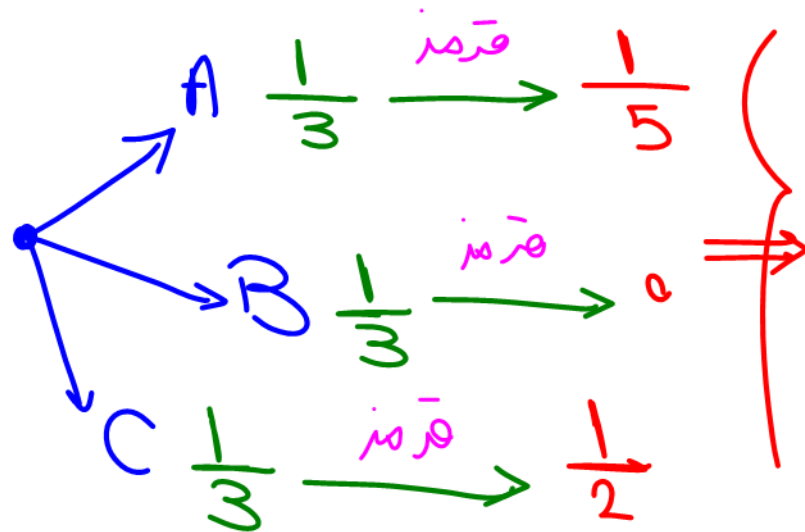
$$\left. \begin{aligned} P(A \cap B) &= 0,8 \times 0,3 \\ &= 0,24 \end{aligned} \right\}$$

A کس: ۱۵
قرمز: ۳

B کس: بی‌دوم
قرمز: ۰

C کس: ۱۲
قرمز: ۶

سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف، ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تایی آن‌ها قرمز است. در ظرف دوم، هیچ مهره قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم، ۱۲ مهره داریم که ۶ تایی آن‌ها قرمز است. با چشم بسته، یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی، این مهره، قرمز است؟



قرمز از A یا قرمز از B یا قرمز از C یا قرمز از A

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

در یک دانشگاه ۱۲۰۰ نفر از ۸۰۰ دانشجوی دختر وجود دارند و بقیه پسر هستند. اگر ۶۰٪ دختران و ۷۰٪ پسران در یک درس قبول شده باشند:

الف) با چه احتمالی یک دانشجو که به دلخواه از دانشکده انتخاب شده است، در این درس قبول نشده است؟

ب) اگر فرد انتخابی در این درس قبول نشده باشد، با چه احتمالی پسر است؟

$$\frac{8}{12}$$

قبول نشده و پسر > $\frac{2}{3}$ > $\frac{40}{100}$

قبول نشده و پسر یا قبول نشده و دختر

قبول نشده و پسر > $\frac{1}{3}$ > $\frac{30}{100}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{40}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{30}{100} = \frac{11}{30}$$

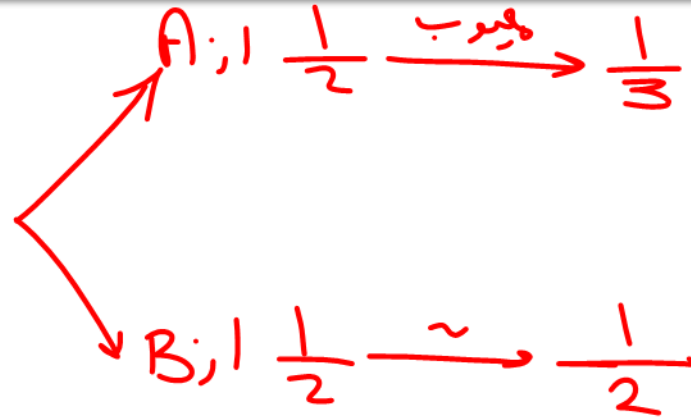
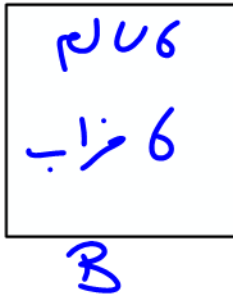
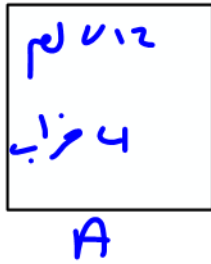
$$P(\text{قبول نشده و پسر} | \text{پسر}) = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{30}{100}}{\frac{11}{30}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{11}{30}} = \frac{3}{11}$$

قانون بیز

بیز برای بیز، قانون احتمال

قانون بیز هم بیزیم

دو ظرف همانند داریم. در ظرف اول ۱۲ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب و در ظرف دوم ۶ لامپ سالم و ۶ لامپ معیوب موجود است. یکی از ظرفها را به تصادف انتخاب کرده و لامپی از داخل آن خارج می‌کنیم. اگر این لامپ معیوب باشد، با چه احتمالی از ظرف اول خارج شده است؟



$$P(\text{معیوب از A}) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{12}} = \frac{2}{5}$$

پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع هر یک از آنها در احتمال وقوع دیگری بی‌تأثیر باشد. به عبارت دیگر پیشامدهای A و B مستقل اند اگر و تنها اگر:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

❶ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، متمم هر یک نسبت به دیگری و همچنین متمم‌های آنها نسبت به هم نیز مستقل اند:

$$P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$$

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$$

❷ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، در این صورت احتمال وقوع هر پیشامد به شرط دیگری برابر است با:

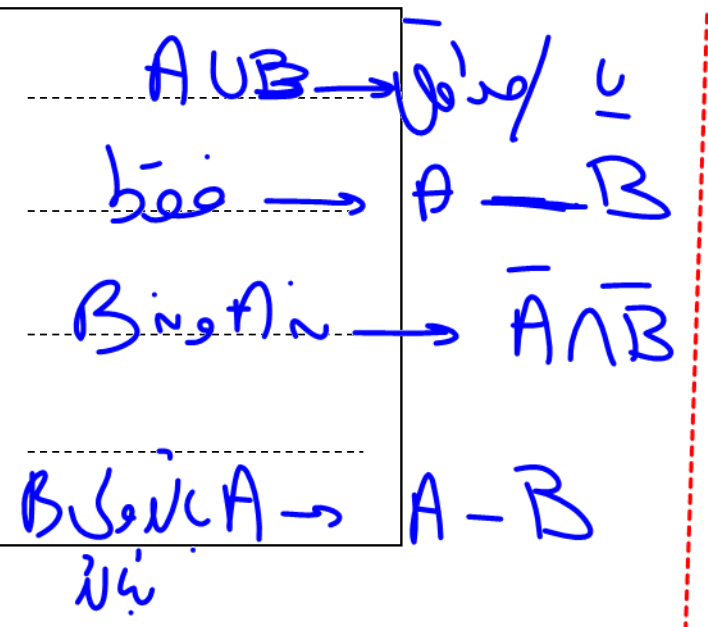
$$P(B | A) = P(B)$$

$$P(A | B) = P(A)$$

$$\begin{aligned} P(A|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} \\ &= P(A) \checkmark \end{aligned}$$



فرض کنید در یک سال، احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا، برابر ۰/۶ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا، برابر ۰/۷ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از این تیمها قهرمان آسیا خواهد شد.



$$P(A) = 0.6 \quad P(B) = 0.7$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.6 + 0.7 - 0.6 \times 0.7 = 0.88$$

با چه احتمالی فقط فوتبال برنده شود؟

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.6 - 0.42 = 0.18$$

فقط فوتبال برنده
والیبال نباشد

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B') = 0.6 \times 0.3 = 0.18$$

دو تیرانداز A و B هر کدام یک تیر به هدفی می‌اندازند. احتمال اینکه تیرانداز A به هدف بزند $\frac{8}{10}$ و همین احتمال برای تیرانداز B برابر $\frac{6}{10}$ است. احتمالات زیر را حساب کنید.

$$P(A \cap B') = \frac{8}{10} \times \frac{4}{10} = 32\%$$

فقط تیرانداز A به هدف بزند.

هیچ‌کدام به هدف نزنند.

$$P(A' \cap B') = \frac{2}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{8}{100} \checkmark$$

دو تیرانداز A و B هر کدام یک تیر به هدفی می‌اندازند. احتمال اینکه تیرانداز A به هدف بزند $\frac{8}{10}$ و همین احتمال برای تیرانداز B برابر $\frac{6}{10}$ است. احتمالات زیر را حساب کنید.

فقط تیرانداز A به هدف بزند.

هیچ‌کدام به هدف نزنند.

در کیسه‌ای ۸ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. دو مهره به تصادف، پشت سر هم و با جایگذاری مجدد برمی‌داریم. چقدر احتمال دارد مهره‌ها هم‌رنگ باشند؟

دومرله و اولرله ۱
دومرله و اولرله ۲

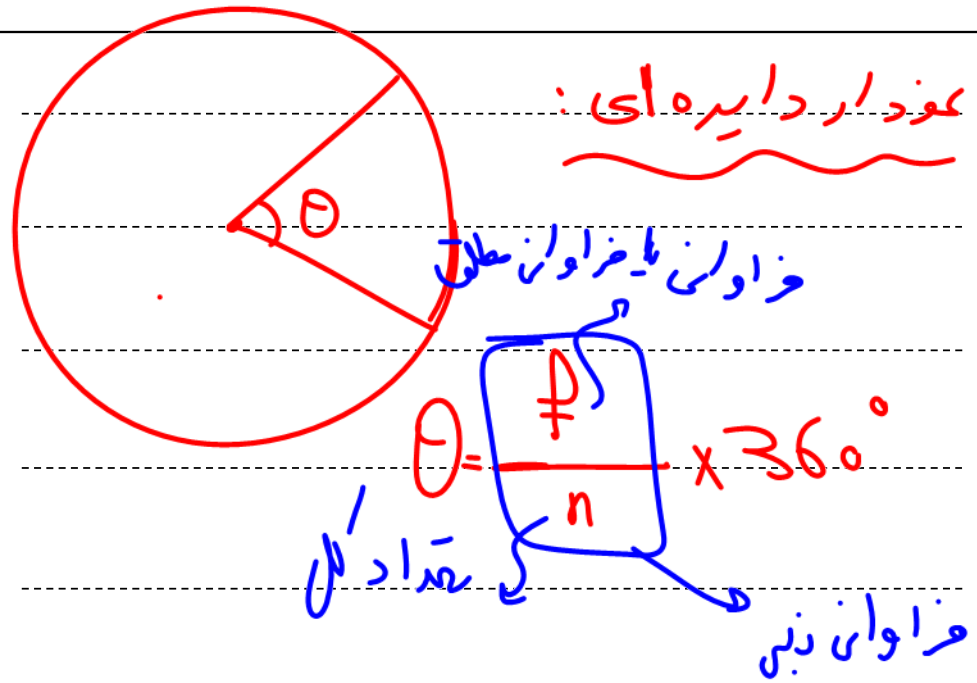
$$\frac{8}{12} \times \frac{8}{12} + \frac{4}{12} \times \frac{4}{12}$$

بدون جایگذاری

$$\frac{8}{12} \times \frac{7}{11} + \frac{4}{12} \times \frac{3}{11}$$

آمار	مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات
علم آمار	مجموعه روش‌هایی که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازمان‌دهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌شود.
جامعه	مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد.
اندازه جامعه	تعداد اعضای جامعه
نمونه	بخشی از جامعه که برای مطالعه انتخاب می‌شود.
اندازه نمونه	تعداد اعضای نمونه
داده	واقعیت‌هایی درباره یک شیء یا فرد که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌روند.
متغیر	هر ویژگی از اشیاء یا اشخاص، که در اعضای جامعه یکسان نیست و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند.
مقدار متغیر	عددی که به ویژگی یک عضو جامعه نسبت داده می‌شود.

مقدار دایره‌ای:



$\theta = 360^\circ \times \text{زاوانی زنی}$

زاوانی زنی $\frac{20}{100}$ باشد زاوانی آن در مقدار دایره‌ای 72° است.

$\theta = 360^\circ \times \text{زاوانی زنی} \rightarrow \theta = \frac{20}{100} \times 360 = \frac{1}{5} \times 360 = 72$

انواع متغیر

پیوسته	متغیرهایی که قابل اندازه گیری هستند. مثل قد، وزن، تعداد انگشتان یک دست و تعداد فرزندان یک خانواده	مقیاس
گسسته	اگر دو مقدار a و b را اختیار کند، آن گاه مقداری بین آنها وجود دارد که نمی تواند اختیار کند. مثل تعداد فرزندان	مقیاس
ترتیبی	متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند. مثل میزان رضایت، گروه	مقیاس
اسمی	بدون ترتیب است، مثل گروه خونی و رنگ لباس	مقیاس

* در مقدار دایره ای زاویه مرکزی 15° است درصد فراوانی بنی را بیابید؟

$360 \times \frac{\theta}{360} = \theta$

$\frac{\theta}{360} = \frac{15}{360}$ = فراوانی بنی

$\frac{15}{36} \times 100 = 41.67\%$ درصد فراوانی بنی

اگر n داده x_1, x_2, \dots, x_n را داشته باشیم به طوری که این داده‌ها به ترتیب دارای فراوانی w_1, w_2, \dots, w_n باشند، میانگین موزون داده‌ها که با نماد \bar{x}_w نشان داده می‌شود، برابر است با:

$$\bar{x}_w = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

نتیجه اگر میانگین n داده برابر \bar{x} و میانگین m داده برابر \bar{y} باشند، میانگین کل داده‌ها برابر است با:

$$\frac{n\bar{x} + m\bar{y}}{n + m}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\text{مجموع داده‌ها} = n \times \bar{x}$$

اگر میانگین داده‌های آماری x_1, \dots, x_n برابر ۸ باشد، میانگین داده‌های آماری $2x_1 - 3, \dots, 2x_n - 3$ را بیابید.

$$2\bar{x} - 3 = 2 \times 8 - 3 = 13$$

است

معدل شش درس یک دانش آموز برابر ۱۷ بوده است. اگر دو نمره ۱۵ و ۱۹ را به نمرات او اضافه کنیم، معدل جدید دانش آموز چقدر است؟

Blank box with horizontal dashed lines for writing.

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6} = 17$$

$$6 \times 17 = 102$$

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_6 + 15 + 19}{8} = \frac{136}{8}$$

اند میانگین ۱۲ داده‌ی آماری ۸ و میانگین ۸ داده‌ی آماری ۱۴ باشد، میانگین کل داده‌ها

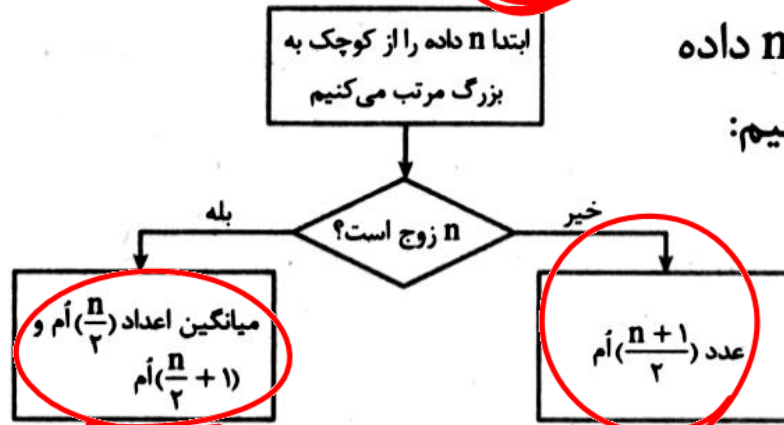
$$12 \times 8 = 96$$

$$8 \times 14 = 112$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{12} + y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_8}{20} = \frac{208}{20} = 10,4$$

به عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها که از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند، میانه داده‌ها می‌گوییم و آن را با Q_2 نشان می‌دهیم.

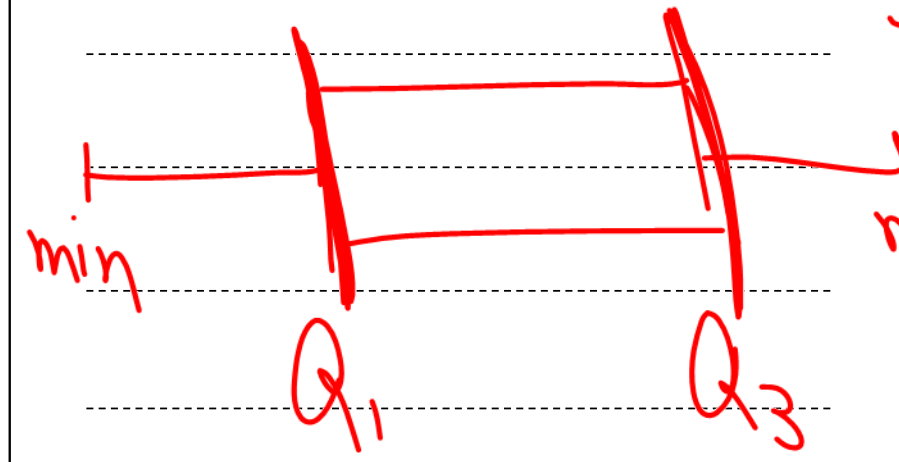
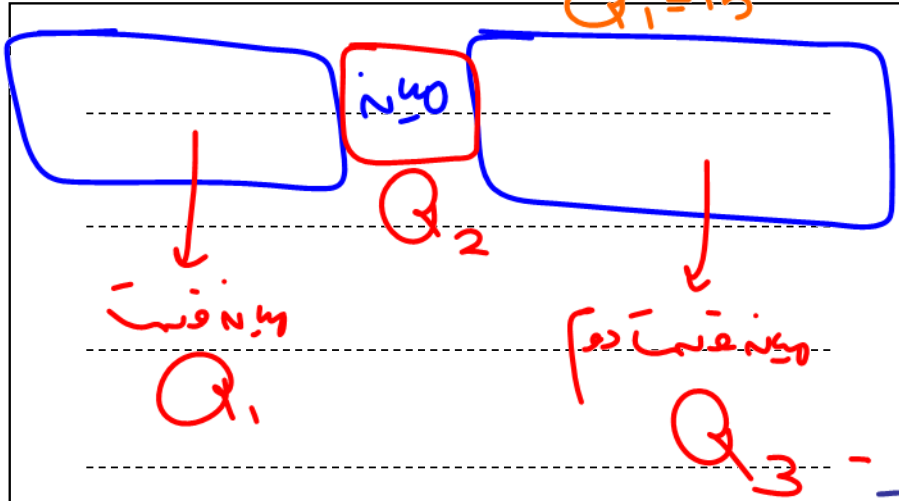
برای به دست آوردن میانه n داده به صورت مقابل عمل می‌کنیم:



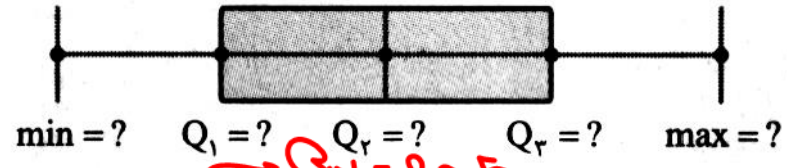
به طور کلی سه چارک اول، دوم و سوم وجود دارد که برای به دست آوردن هر یک مطابق جدول زیر عمل می‌کنیم:

چارک اول (Q_1)	چارک دوم (Q_2)	چارک سوم (Q_3)
میانه $[\frac{n}{4}]$ داده ابتدایی	میانه کل داده‌ها	میانه $[\frac{n}{4}]$ داده پایانی

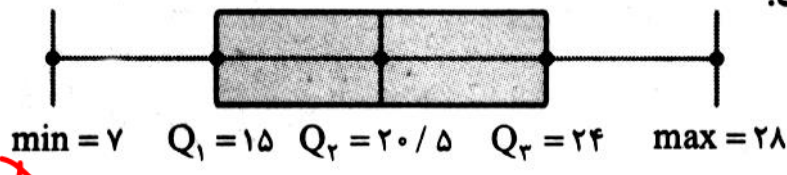
7 و 11 و 19 و 20 و 21 و 22 و 26 و 28
 $Q_1 = 15$ $Q_3 = 24$



برای رسم نمودار جعبه‌ای ابتدا مقادیر max ، min ، Q_1 ، Q_2 و Q_3 که به ترتیب بزرگ‌ترین داده، کوچک‌ترین داده، چارک اول، چارک دوم و چارک سوم هستند را مشخص کرده و سپس مطابق شکل زیر نمودار را رسم می‌کنیم.



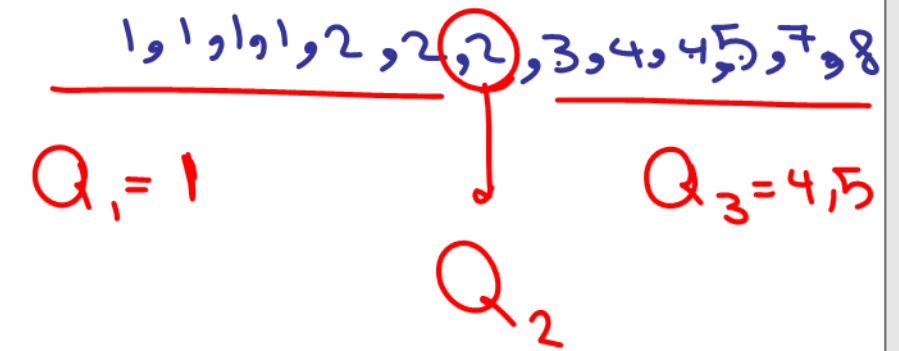
مثال نمودار جعبه‌ای داده‌های 7، 11، 19، 20، 21، 22، 26، 28 را به صورت مقابل است:



به حاصل $Q_3 - Q_1$ دامنه میان‌چارکی می‌گوییم و آن را با IQR نشان می‌دهیم.
 همان‌طور که در نمودار فوق مشاهده می‌کنید، مقادیر Q_1 و Q_3 لزوماً عضوی از داده‌ها نیستند.

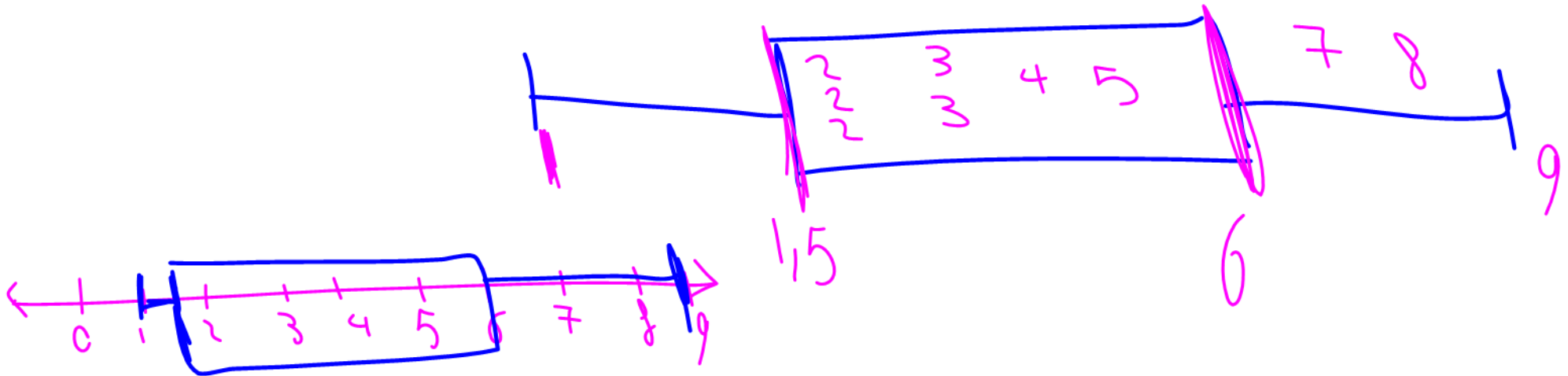
داده‌های $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$ مفروض اند، **مد**، میانه و چارک‌های اول و سوم را به دست آورید.

داده‌ای که بیشترین
تعداد تکرار دارد.



نمودار جعبه‌ای داده‌های $1, 5, 4, 2, 1, 2, 3, 7, 1, 2, 1, 7, 8, 9$ را رسم کنید.

$1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 7, 8, 9$
 $Q_1 = 1.5$ $Q_3 = 6$



واریانس

انحراف معیار

مندیب تقیرات

اگر n داده x_1, x_2, \dots, x_n با میانگین \bar{x} داشته باشیم، واریانس این داده‌ها که با نماد σ^2 نشان داده می‌شود، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

جذر مثبت واریانس داده‌ها را انحراف معیار داده‌ها می‌نامیم، یعنی:

$$\text{انحراف معیار} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

$$\sigma^2 = \frac{(\text{مندیب} - \text{داده})^2}{\text{تعداد}}$$

از تقسیم انحراف معیار داده‌ها (σ) به میانگین داده‌ها (\bar{x})، ضریب تغییرات

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

داده‌ها به دست می‌آید که آن را با CV نمایش می‌دهیم:

$$C_v = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$$

12 داده‌ی آماری 72 باند و واریانس آن‌ها 25 باند ضریب تغییرات =

$$C_v = \frac{5}{\frac{72}{12}} = \frac{5}{6}$$

* این مجموع
نسبت است

برای داده‌های ۱۰، ۱۵، ۵، ۷ و ۳، انحراف معیار را محاسبه کنید.

$$\begin{array}{r} 59 \\ 29 \\ \hline 88 \end{array}$$

$$\bar{x} = \frac{3+7+5+15+10}{5} = \frac{40}{5} = 8 \checkmark$$

$$s^2 = \frac{(3-8)^2 + (7-8)^2 + (5-8)^2 + (15-8)^2 + (10-8)^2}{5} = \frac{25 + 1 + 9 + 49 + 4}{5} = \frac{88}{5} = 17,6$$

$$s = \sqrt{17,6}$$

C_{VB} / C_{VA}

100 5 9 25

A : 22, 23, 24, 27, 29

B : 21, 24, 25, 27, 28

قیمت یک کالا در دو بازار A و B به صورت زیر است. در کدام بازار پراکندگی کمتری مشاهده می شود؟ بهتر است از کدام بازار خرید کنیم؟

$$\bar{x}_A = \frac{125}{5} = 25$$

$$s_A^2 = \frac{(22-25)^2 + (23-25)^2 + (24-25)^2 + (27-25)^2 + (29-25)^2}{5} = \frac{34}{5}$$

$$C_{VA} = \frac{\sqrt{\frac{34}{5}}}{25} = \frac{\sqrt{34}}{25\sqrt{5}}$$

$$C_{VB} = \frac{\sqrt{\frac{30}{5}}}{25} = \frac{\sqrt{30}}{25\sqrt{5}}$$

$$\bar{x}_B = \frac{125}{5} = 25$$

$$s_B^2 = \frac{(21-25)^2 + (24-25)^2 + (25-25)^2 + (27-25)^2 + (28-25)^2}{5} = \frac{30}{5}$$

$$\frac{\sqrt{30}}{25\sqrt{5}}$$

انواع روش‌های نمونه‌گیری احتمالی را می‌توانید در جدول زیر ببینید.

تصادفی ساده	تعدادی از اعضای جامعه آماری را با احتمال برابر به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم.
خوشه‌ای	واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها هستند و همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب‌شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.
طبقه‌ای	جامعه را به تعدادی زیرمجموعه طبقه‌بندی کرده و سپس از هر طبقه یک نمونه تصادفی متناسب با تعداد اعضای آن طبقه انتخاب می‌کنیم.
سامانمند (سیستماتیک)	نوعی نمونه‌گیری طبقه‌ای است که در آن اندازه طبقه با هم برابرند. از طبقه اول، واحد آماری به تصادف انتخاب می‌شود و با همان رویه از طبقات دیگر، این کار انجام می‌شود.

مزایا و معایب انواع روش‌های نمونه‌گیری به صورت جدول زیر است:

روش نمونه‌گیری	مزیت	محدودیت
تصادفی ساده	هر چه اندازه جامعه کوچک‌تر باشد نمونه‌گیری ساده‌تر است.	نیاز به فهرست همه واحدهای آماری دارد.
خوشه‌ای	سرعت زیاد و هزینه کم	عدم وجود دقت بالا
طبقه‌ای	دقت بالا	زمان بر و پر هزینه بودن
سامانمند	عدم نیاز به فهرست اعضای جامعه	در هر جامعه‌ای قابلیت اجرا ندارد.

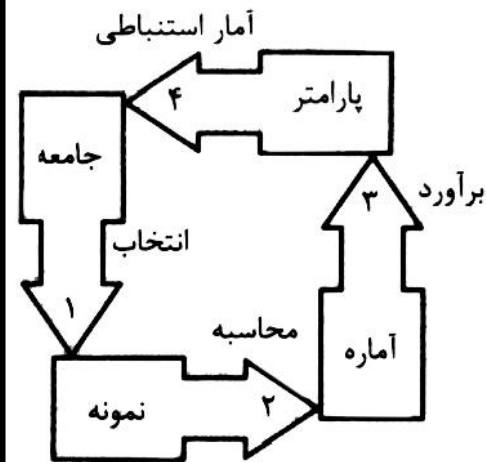
احتمال انتخاب هر عضو در روش‌های مختلف نمونه‌گیری مطابق جدول صفحه بعد به دست می‌آید:

خوشه‌ای	تصادفی ساده
$P = \frac{\text{تعداد خوشه‌های انتخاب‌شده}}{\text{تعداد کل خوشه‌ها}}$	$P = \frac{\text{تعداد اعضای نمونه}}{\text{تعداد اعضای جامعه}}$
سامانمند	طبقه‌ای
$P = \frac{\text{تعداد اعضای نمونه}}{\text{تعداد اعضای جامعه}}$	$P = \frac{\text{تعداد اعضای نمونه}}{\text{تعداد اعضای جامعه}}$

در یک جامعه n عضوی اگر بخواهیم با روش طبقه‌ای یک نمونه m عضوی انتخاب کنیم، تعداد افرادی که باید از یک طبقه k عضوی انتخاب شوند برابر $k \times \frac{m}{n}$ است.

پارامتر	یک مشخصه عددی که توصیف کننده یک ویژگی از جامعه است.
آماره	یک مشخصه عددی که توصیف کننده یک ویژگی از نمونه است.
آمار استنباطی	فرایند نتیجه گیری درباره پارامترهای جامعه براساس نمونه است.

❶ برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر. به بیان دیگر مقدار عددی آماره را برآورد یا برآورد نقطه‌ای می‌نامند.



❷ برآورد بازه‌ای یا بازه اطمینان پارامتر جامعه عبارت است از بازه‌ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان شهرت دارد.

❶ انحراف معیار برآورد میانگین یک جامعه ($\sigma_{\bar{x}}$) برابر با حاصل تقسیم

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

انحراف معیار جامعه بر جذر اندازه نمونه است، یعنی:

❷ اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان

بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم $\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ که در آن μ

میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

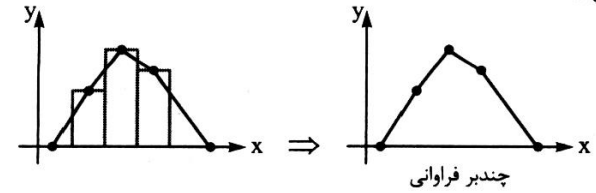
$$\bar{x} = 6$$
$$\sigma = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{5}} = \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{5}}$$

2, 4, 6, 8, 10

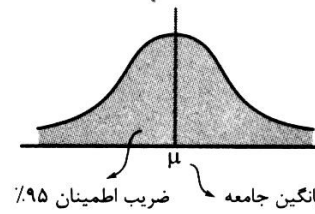
$$6 - \frac{2 \times \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}} \leq \mu \leq 6 + \frac{2 \times \frac{\sqrt{38}}{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}}$$

Blank writing area with horizontal dashed lines for notes.

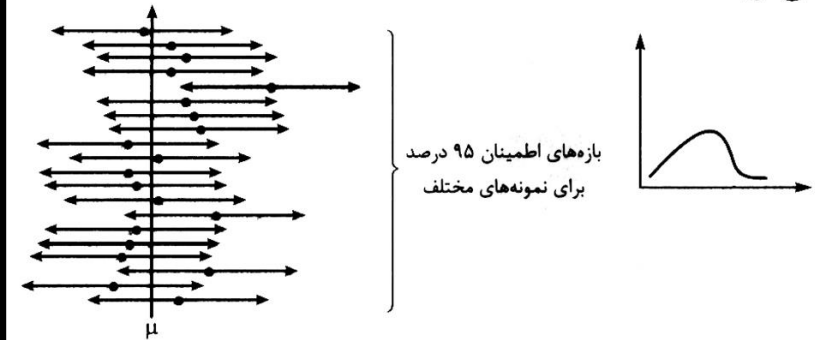
نمودار چند فراوانی اگر در نمودار مستطیلی یا هیستوگرام، مراکز دسته‌ها را به هم و مرکز دسته اول و آخر را به محور افقی وصل کنیم، نمودار چندبر فراوانی به دست می‌آید.



❗ اگر داده‌ها زیاد باشد و داده‌ها به صورت یکنواخت نزدیک به میانگین باشند، نمودار چندبر فراوانی به نمودار زیر تبدیل می‌شود.



❗ اگر داده‌ها یکنواخت نباشند، نمودار نامتقارن می‌شود که به آن چوله می‌گویند.



مجموعه آموزشی گویا

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

احتمال شرطی:



در این دو ارزشه حالات فیزیکی دو می باشد

اول ببینیم!

$$P(\text{هدفت بالای ۱۰} | \text{گویی صخره})$$

بدانیم که / بدانیم که / بدانیم که
مشاهده می شود که ---

تاس را در ترتیب می کشیم و برد آمد زرفع باشد، با کدام احتمال تاس عدد اول است؟

$$P(\text{زوج} | \text{عدد اول}) = \frac{1}{3} \checkmark$$

$$S = \{2, 4, 6\}$$

دو تاس را با هم در ترتیب می کشیم، اگر مجموع اعداد رو شده کمتر از ۸ باشد، با کدام احتمال هر دو زوج است؟

$$P(\text{مجموع کمتر از ۸} | \text{هر دو زوج}) = \frac{3}{21}$$

- S = { (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)
 (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5)
 (3,1) (3,2) (3,3) (3,4)
 (4,1) (4,2) (4,3)
 (5,1) (5,2)
 (6,1) }

مجموعه آموزشی گویا

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

$$\frac{P(A|B) \times P(B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$$

قانون ضرب احتمال

$P(A - B)$ حاصل $P(B|A) = 0,3$ و $P(B) = 0,4$ و $P(A) = 0,2$ $\frac{P(A)}{P(B)}$ *
و $P(A \cup B)$ ؟

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,2 - 0,06 = 0,14 \checkmark$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) = 0,3 \times 0,2 = 0,06$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 + 0,4 - 0,06 = 0,54 \checkmark$$



مجموعه آموزشی گویا



امیر و بابک هر کدام با احتمال های 2 و 4 در یک آزمون شرکت می کنند. احتمال آنکه امیر و بابک هر دو با احتمال 3 شرکت می کنند، احتمال آنکه امیر و بابک هر دو با احتمال 2 شرکت می کنند؟

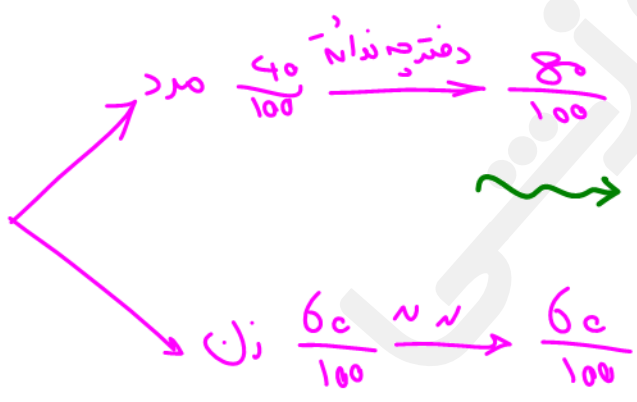
$P(A) = 0.2$ *A با احتمال 2 شرکت می کند*

$P(B) = 0.4$

$P(B|A) = 0.3$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0.2 - 0.06}{1 - 0.4} = \frac{0.14}{0.6} = \frac{14}{60} = \frac{7}{30}$$

* در یک روستا 40 درصد مردند، 20 درصد مردان و 40 درصد زنان دفترچه روستایی داده باشند با احتمال فرد انتخاب شد، دفترچه زیاد داد؟

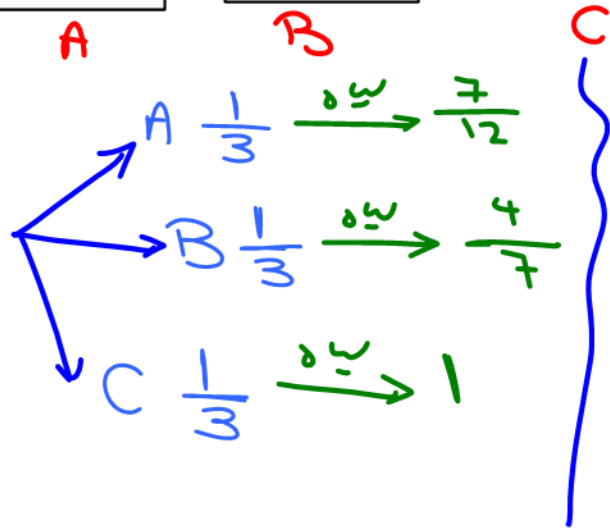


دفترچه وزن یا دفترچه زیاد داد

$$\frac{40}{100} \times \frac{80}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{60}{100} = \frac{68}{100}$$

س مجموعه آموزشی گویا

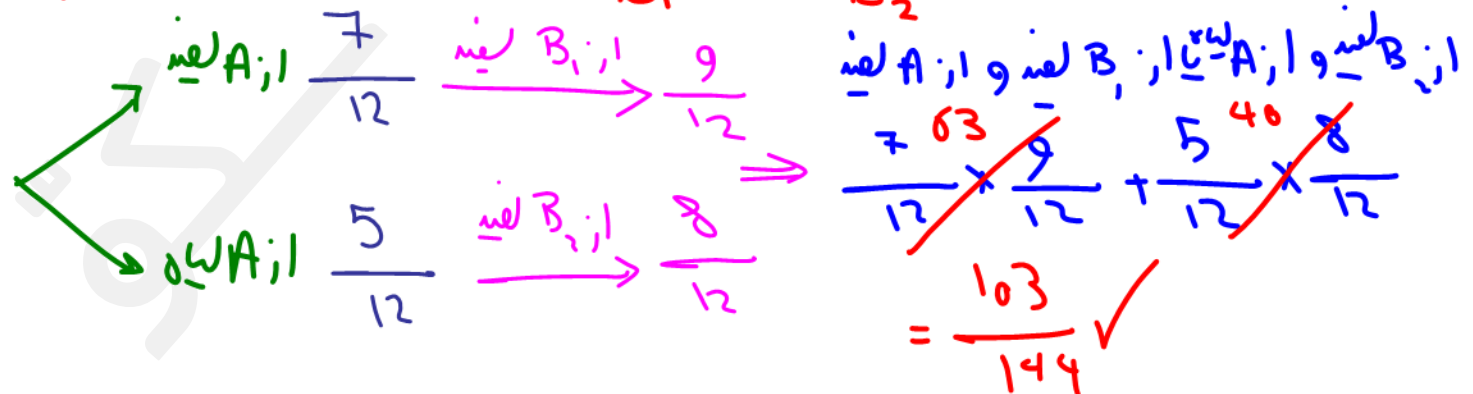
* سه جعبه یکسان در اوکی 5 مهره سفید و 7 سیاه در دوم 3 مهره سفید و 4 سیاه و در سوم فقط سیاه داریم، با کدام احتمال مهره برداشته شده از یکی از جعبه‌ها سیاه است؟



سیاه و از C سیاه و از B یا سیاه و از A

$$\frac{1}{3} \times \frac{7}{12} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \times 1$$

در دو طرف یکسان، در اوکی 7 سفید و 5 سیاه و در دوم 8 سفید و 3 سیاه داریم از اوکی یکی برداشته و در دوم قرارش دهیم، با کدام احتمال مهره‌ی انتخابی از طرف دوم، سفید است؟



مجموعه آموزشی گویا

در دو جبهه در اوی 18 و در دوس 24 نامید داریم، در اوی 6 و در دوس 4 لامپ

معیوب هستند، از اوی 7 و از دوس 5 لامپ برداشته و در جبهه جدید قرار می‌دهیم
 لامپ‌های انتخابی از جبهه جدید میوب باشند، با کدام احتمال از جبهه اول آمده است؟

کل: 18
 خراب: 6
 A

کل: 24
 خراب: 4
 B

A: 7
 B: 5
 C

$$P(A | \text{میوب}) = \frac{\frac{7}{12} \times \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \times \frac{1}{6}}{\frac{7}{12} \times \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \times \frac{1}{6}} = \frac{\frac{7}{36} + \frac{5}{72}}{\frac{7}{36} + \frac{5}{72}} = \frac{14}{19}$$

یک بهای گذار، مشتریان خود را به دو گروه کم خطر و پرخطر تقسیم بندی کرده است
 اگر احتمال تصادفی گروه کم خطر 2 و 2 و گروه پرخطر 4 و 4 باشد و حد این که
 $\frac{2}{3}$ مشتریان در گروه کم خطر هستند این تصادفی صورت بگیرد، به چه احتمالی

مشتری پرخطر بود. $\frac{2}{10} = 2$ تصادفی $\frac{2}{3}$ کم خطر

$\frac{4}{10} \sim \frac{1}{3}$ پرخطر

$$P(\text{تصادف اتفاق بوقدر} | \text{پرخطر}) = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{10}}{\frac{2}{3} \times \frac{2}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{10}} = \frac{\frac{4}{30}}{\frac{8}{30} + \frac{4}{30}} = \frac{1}{2}$$

مجموعه آموزشی گویا

۸۰ درصد واجدین رأی بابت سکر A و ۶۰ درصد واجدین رأی بابت سکر B در رأی گیری شرکت کنند و مقدار واجدین رأی بابت سکر A برابر سکر B است. با انتخاب یک رأی دهنده با کدام احتمال از سکر A استفاده می‌کند؟

$$A+B=1$$

$$3B+B=1$$

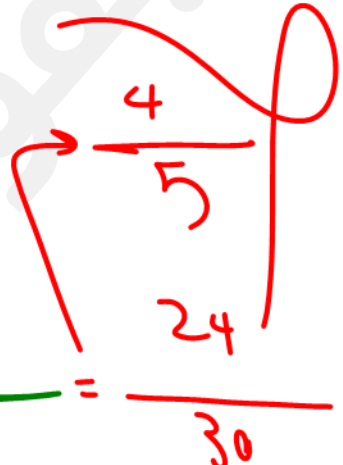
$$4B=1$$

$$B=\frac{1}{4}$$

رأی دهنده از A: $\frac{3}{4}$ \rightarrow $\frac{80}{100}$

از B: $\frac{1}{4}$ \rightarrow $\frac{60}{100}$

$$P(A; \text{رأی دهنده}) = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{80}{100}}{\frac{3}{4} \times \frac{80}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{60}{100}} = \frac{24}{30}$$



مجموعه آموزشی گویا

* در بیست و دو تاس، A (پنجاه و دو عدد اول) و B (پنجاه و دو عدد اول) است، A و B چگونه اند؟

① $P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

B = { (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) }

② $P(B) = \frac{1}{6}$

③ $P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

④ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

~~$\frac{1}{12} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$~~
 * وابسته اند *

مجموعه آموزشی گویا

مجموعه آموزشی گویا

۱۲ لامپ یکسان داریم که ۳ تای آن معیوب است، اگر به صورت متوالی و بدون جایگزینی خارج کنیم تا تمام آنها:

۱۲ لامپ
۳ معیوب

هر سه معیوب به نوبت
نوع معیوب و دوم معیوب و اول معیوب

$$\frac{3}{12} \times \frac{2}{11} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{220}$$

② احتمال می معیوب است.

$$\begin{aligned}
 \text{احتمال می معیوب} &= 1 - P(\text{همه سالم}) \\
 &= 1 - \frac{9}{12} \times \frac{8}{11} \times \frac{7}{10} = \frac{34}{55}
 \end{aligned}$$

گویا

مجموعه آموزشی گویا

میانگین جدول زیر را محاسبه کنید؟

داده	6	8	10	12
تعداد	3	2	7	3
	$3 \times 6 = 18$	$2 \times 8 = 16$	$7 \times 10 = 70$	$3 \times 12 = 36$
$\bar{x} =$	$\frac{18 + 16 + 70 + 36}{15} = \frac{150}{15} = 10$			

* اگر نمره‌ی استاد درس به همراه نمره‌ی آن‌ها به صورت زیر باشد، نمره‌ی زبان را محاسبه کنید. میانگین جدول 56 در صداست.

نمره	60	30	50	x
تعداد	4	3	2	2
درس	ادبیات	عربی	دینی	زبان
	240	90	100	

$$56 = \frac{4 \times 60 + 3 \times 30 + 2 \times 50 + 2x}{11}$$

$$616 = 240 + 90 + 100 + 2x$$

$$x = 11$$

مجموع

x	8	9	10	11	12
f	3	2	12	6	1

$\bar{x} = \frac{3 \times 8 + 2 \times 9 + 12 \times 10 + 6 \times 11 + 1 \times 12}{24} = \frac{240}{24} = 10$

$$C_v = \frac{1}{10}$$

$$s^2 = \frac{3(8-10)^2 + 2(9-10)^2 + 12(10-10)^2 + 6(11-10)^2 + 1(12-10)^2}{24} = 1$$

$\sqrt{s^2} = s = 1$

ک واحد اضافه	ک برابر	
\bar{x}	ک برابر	ک واحد اضافه می شود
میانه	~ ~	~ ~
s	~ ~	~ ~
s^2	k^2 برابر	افزونی نمی کند
s	ک برابر	~ ~
C_v	$\frac{s}{\bar{x} + k}$	$\frac{s}{\bar{x} + k}$

واریانس و میانگین x_1, x_2, \dots, x_n به ترتیب 3 و 7 است آنه داره $\bar{x} = 7$ پس نصف کنه واریانس و میانگین $\frac{3}{4}$ و $\frac{11}{2}$ است $\bar{x} = 7 \rightarrow \bar{x}_{\text{new}} = \frac{11}{2}$ $s^2 = 3 \rightarrow s^2_{\text{new}} = \frac{3}{4}$

ک واحد اضافه کنه