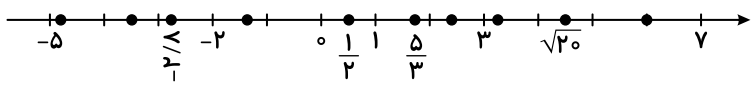
نام آزمون: ریاضی دهم ازمون ۱

تعداد صفحه: ۱۰

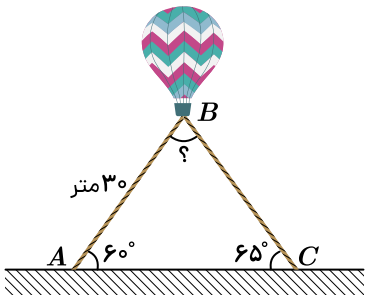
آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱	باتوجه به دنباله‌ی $۲, ۵, ۸, ۱۱, ۱۴, \cdots$: الف) نوع دنباله را مشخص کنید. ب) جمله عمومی دنباله را بدست آورید. پ) جمله دوازدهم دنباله را بدست آورید. ت) جمله چندم این دنباله برابر با ۲۰ است؟	
۲	اگر $a_n = ۵ + (n - ۱) \times ۳$ و $b_n = ۷ + (n - ۱) \times ۲$ باشد. جمله چندم این دو دنباله با هم برابر است؟	
۳	فرض کنید θ زاویه‌ای در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد و $\sin\theta = \frac{۲\sqrt{۶}}{۷}$، مقدار $\tan\theta$ را بدست آورید.	
۴	اگر داشته باشیم $\sin\theta\cot\theta < ۰$ و $\frac{\cos^۲\theta}{\sin\theta} < ۰$ ، آنگاه θ در کدام ربع است؟	
۵	با در دست داشتن $\cot\alpha = \frac{۲}{۳}$ ، $\cos\alpha$ را بدست آورید.	
۶	درستی اتحاد زیر را بررسی کنید. $\frac{(۱ + \tan^۲\alpha)\cos^۲\alpha}{\cot\alpha} = \tan\alpha$	
۷	اگر یکی از ریشه‌های چهارم عدد مثبت a، b باشد، آیا a ریشه‌ی چهارم دیگری دارد؟	
۸	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با ذکر دلیل بیان کنید. الف) $(-۲۷)^{\frac{۱}{۳}} = ۳$ ب) $\sqrt[۳]{-۲۷} = ۳$	
۹	توان‌های کسری زیر را در صورت امکان به صورت رادیکالی نشان دهید. الف) $۲^{\frac{۱}{۲}}$ ب) $۳^{\frac{۱}{۳}}$ ج) $(-۲)^{\frac{۱}{۲}}$ د) $(-۳)^{\frac{۱}{۳}}$	
۱۰	مجموعهٔ $\mathbb{R} - \{۳\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به‌صورت اجتماع دو بازه بنویسید.	
۱۱	اگر $\sin\alpha \times \cos\alpha < ۰$، آن‌گاه α در کدام یک از نواحی چهارگانه می‌تواند قرار بگیرد؟ چرا؟	
۱۲	حاصل $\sqrt{۷ + ۴\sqrt{۳}}$ را تا حد امکان تجزیه و ساده کنید.	
۱۳	هر یک از اعداد داده‌شده را در یکی از جاهای مشخص‌شده روی محور بنویسید. کدام‌یک از این شش عدد گنگ‌اند؟ زیر آنها خط بکشید. $۲/۴۵ , \frac{-۷}{۲} , ۶ , -۴/۹ , \pi , -\sqrt{۲}$  	

نام آزمون: ریاضی دهم ازمون ۱

تعداد صفحه: ۱۰

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱۴	در دنباله‌های هندسی زیر، قدرنسبت را مشخص کنید و دو جملهٔ بعدی را بنویسید. سپس جملهٔ عمومی هر دنباله را به‌دست آورید. $\overset{a_1}{۲}, ۶, ۱۸, ۵۴, \boxed{۱۶۲}, \boxed{۴۸۶}, \dots, a = ۲\times ۳^{n-1}$ $\times ۳ \quad \times ۳ = r$	
	الف $۵, ۱۰, ۲۰, ۴۰, \square, \square, \cdots, b_n =$	
	ب $۶, -۶۰, ۶۰۰, -۶۰۰۰, \square, \square, \cdots, c_n =$	
	پ $۴, ۲, ۱, \frac{۱}{۲}, \square, \square, \cdots, d_n =$	
۱۵	در راه‌پیمایی ۲۲ بهمن، یک بالن اطلاع‌رسانی توسط دو طناب به زمین بسته شده است. طول یکی از طناب‌ها ۳۰ متر است. می‌خواهیم طول طناب دوم را پیدا کنیم. الف) ابتدا اندازهٔ زاویهٔ B را به دست آورید. سپس ارتفاع وارد بر ضلع AC را رسم کنید و آن را BH بنامید. ب) طول BH را با استفاده از سینوس زاویهٔ A به دست آورید. پ) اکنون با استفاده از سینوس زاویهٔ ۶۵°، طول طناب دوم را پیدا کنید. $(\sin ۶۰^\circ \simeq ۰/۹)$  	
۱۶	جدول زیر را کامل کنید: مقدار: ۰° ، ۹۰° ، ؟ ، ۲۷۰° ، ۳۶۰° $\sin\theta$: ۰ ، ..... ، ۰ ، -۱ ، ۰ $\cos\theta$: ..... ، ..... ، -۱ ، ..... ، ..... $\tan\theta$: ..... ، تعریف نشده ، ۰ ، ..... ، ..... $\cot\theta$: ..... ، ..... ، تعریف نشده ، ..... ،	

نام آزمون: ریاضی دهم ازمون ۱

تعداد صفحه: ۱۰

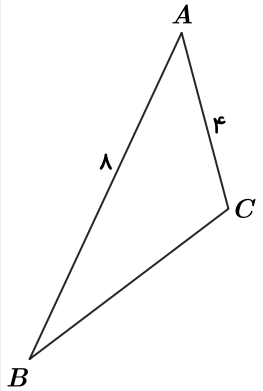
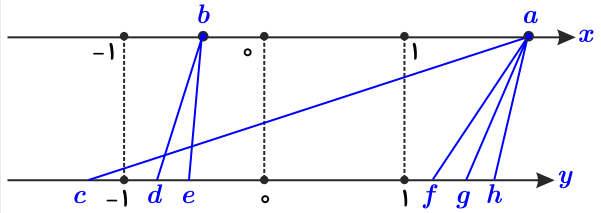
آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱۷	هر یک از عبارت‌های زیر را به شکل رادیکالی نوشته و در صورت امکان حاصل آنها را به دست آورید. $۶۴^{\frac{۱}{۶}} =$ $\quad$ $۳^{\frac{۱}{۲}} =$ $\quad$ $۲^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{۲}$ $۸۱^{\frac{۱}{۴}} =$ $\quad$ $۶^{\frac{۱}{۴}} =$ $\quad$ $۵^{\frac{۱}{۷}} =$	
۱۸	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.	
	الف) ریشهٔ پنجم عدد ۳۲ برابر عدد ۲ است.	
۱۹	در یک کلاس ۳۲ نفره، ۱۸ نفر عضو گروه سرود، ۱۵ نفر عضو گروه تئاتر و ۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند. تعداد نفراتی را که فقط عضو یکی از این دو گروه هستند، به دست آورید.	
۲۰	عبارت $a^۴ - b^۴$ را تا حد ممکن تجزیه کنید.	
۲۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر $A = [-۳, ۳]$، $B = (۰, ۴]$، آنگاه مجموعهٔ $A - B$ شامل ..... عدد صحیح است. ب) اگر $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$، آنگاه به دو مجموعهٔ A, B دو مجموعهٔ ..... می‌گویند. ج) دنبالهٔ خطی $t_n = ۵n - ۶۹$، تعداد ..... جملهٔ منفی دارد. د) اگر عدد x واسطهٔ حسابی دو عدد ۱۲ ,۴۰ و عدد y واسطهٔ هندسی دو عدد ۲ ,۵۰ باشد، مقدار $xy^۲$ برابر ..... است.	۲
۲۲	گزینهٔ درست را انتخاب کنید. الف) حاصل عبارت تعریف‌شدهٔ $\frac{\cos^۲ \theta}{۱ + \sin \theta} + \sin \theta$ کدام است؟ ۱) $\tan \theta$ $\quad$ ۲) ۱ $\quad$ ۳) ۲ $\quad$ ۴) $۲ \tan \theta$ ب) اگر $\tan x + \cot x = ۳$، حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟ ۱) $\frac{۱}{۳}$ $\quad$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ $\quad$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ $\quad$ ۴) $\frac{۴}{۹}$ ج) اگر ریشهٔ پنجم عدد a، ۶ واحد از ریشهٔ سوم عدد -۶۴ بزرگ‌تر باشد، آنگاه ریشهٔ ششم $۲a$ کدام می‌تواند باشد؟ ۱) $\sqrt[۶]{۲۴}$ $\quad$ ۲) -۲ $\quad$ ۳) $-\sqrt[۶]{۶}$ $\quad$ ۴) $\sqrt[۶]{۱۲}$	۱.۵

نام آزمون: ریاضی دهم ازمون ۱

تعداد صفحه: ۱۰

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۲۳	در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC برابر ۱۲ است. مقدار $\cos \widehat{A}$ را به دست آورید. ($\widehat{A}$ حاده است)  	۱.۲۵
۲۴	مطابق شکل اعداد b, a روی محور بالا، به ریشهٔ سوم، چهارم و پنجم خود روی محور پایین (در صورت وجود) وصل شده‌اند. جدول زیر را با توجه به اعداد محور پایین کامل کنید.  $\sqrt[۵]{b}$ | $\sqrt[۳]{a}$ | $-\sqrt[۴]{a}$ | $\sqrt[۵]{a}$ | $\sqrt[۳]{b}$ | $\sqrt[۴]{a}$ ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )	۱.۵
۲۵	در مدرسه‌ای ۵۰ نفر به فوتبال و ۳۰ نفر فقط به والیبال علاقه‌مند هستند و ۳۰ نفر به هیچ‌کدام از این دو رشتهٔ ورزشی علاقه ندارند. اگر تعداد کل شاگردان این مدرسه یازده برابر افرادی که به هر دو رشته علاقه‌مند هستند باشد، مطلوبست: الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط به یکی از این دو رشته علاقه‌مند هستند. ب) تعداد دانش‌آموزانی که حداقل به یکی از این دو رشته علاقه دارند.	۱

ردیف		نمره
۱	قدر نسبت : d ، جمله ی اول دنباله : a_1 ، جمله ی عمومی دنباله ی حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$ الف) حسابی (با توجه به اضافه شدن مقدار ثابت ۳ به تک تک جملات) ب) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + (n-1) \times 3 \Rightarrow a_n = 2 + 3n - 3 = 3n - 1$ پ) $a_{12} = 3 \times 12 - 1 = 36 - 1 = 35$ ت) هفتمین جمله $a_n = 20 = 3n - 1 \Rightarrow 3n = 21 \Rightarrow n = 7$	
۲	قدر نسبت : d ، جمله ی اول دنباله : a_1 ، جمله ی عمومی دنباله ی حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$ $a_n = b_n$ $3n - 3 + 5 = 2n - 2 + 7 \Rightarrow n = 3$ سومین جمله	
۳	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \to \cos^2\theta = 1 - \frac{24}{49} = \frac{25}{49}$ $\to \cos\theta = \pm\frac{5}{7}$ از آن‌جا که θ در ربع دوم است، کسینوس آن منفی است; پس: $\cos\theta = -\frac{5}{7} \to \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{7}}{-\frac{5}{7}} = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$	
۴	$\sin\theta \times \cot\theta < 0 \Rightarrow \cancel{\sin\theta} \times \frac{\cos\theta}{\cancel{\sin\theta}} < 0 \Rightarrow \cos\theta < 0$ $\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} < 0 \xrightarrow{\text{همواره مثبت } \cos^2\theta} \sin\theta < 0$ از منفی بودن سینوس و کسینوس نتیجه می‌شود θ در ربع سوم واقع است.	
۵	$\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \to \frac{1}{\cot^2\alpha} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\to \frac{1}{\frac{4}{9}} + 1 = \frac{9}{4} + \frac{4}{4} = \frac{13}{4} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \to \cos^2\alpha = \frac{4}{13}$ $\to \cos\alpha = \pm\frac{2}{\sqrt{13}} = \pm\frac{2\sqrt{13}}{13}$	
۶	$\frac{(1+\tan^2\alpha)(\cos^2\alpha)}{\cot\alpha} = \frac{\frac{1}{\cos^2\alpha} \times \cos^2\alpha}{\cot\alpha} = \frac{\frac{1}{1}}{\cot\alpha} = \frac{1}{\cot\alpha} = \tan\alpha$	
۷	بله، هر عدد مثبت دو ریشه‌ی چهارم دارد که قرینه‌ی یکدیگرند، عدد a دارای دو ریشه‌ی چهارم است، یکی از آنها b و باتوجه به آنچه گفته شد، دیگری $-b$ است.	
۸	$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^1}$ $n \geq 2 \ , \ a \geq 0$ الف) نادرست: اعداد با پایه منفی را نمی‌توان به‌صورت توان کسری نوشت. ب) درست.	

ردیف		نمره

۹

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$
$$n \geq 2 \ , \ a \geq 0$$

الف) $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

ب) $3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$

ج) $(-2)^{\frac{1}{3}}$

از آنجایی که پایه منفی است (-2) نمی‌توان $(-2)^{\frac{1}{3}}$ را به صورت رادیکالی نوشت.

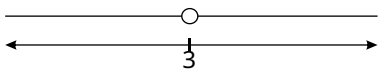
د) $(-3)^{\frac{1}{3}}$

از آنجایی که پایه منفی است (-3) نمی‌توان $(-3)^{\frac{1}{3}}$ را به صورت رادیکالی نوشت.

$(-3)^{\frac{1}{3}} \neq \sqrt[3]{-3}$

۱۰

$(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$



۱۱

می‌دانیم:

$$AB < 0 \Rightarrow \begin{cases} A < 0 \\ B > 0 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} A > 0 \\ B < 0 \end{cases}$$

ربع اول $\begin{cases} \sin\alpha > 0 \\ \cos\alpha > 0 \end{cases}$ ربع دوم $\begin{cases} \sin\alpha > 0 \\ \cos\alpha < 0 \end{cases}$ ربع سوم $\begin{cases} \sin\alpha < 0 \\ \cos\alpha < 0 \end{cases}$ ربع چهارم $\begin{cases} \sin\alpha < 0 \\ \cos\alpha > 0 \end{cases}$

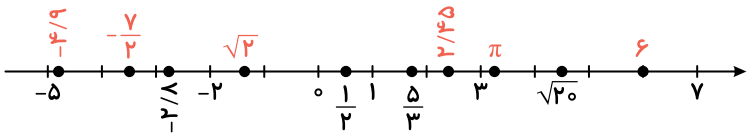
علامت $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ باید مختلف باشند.

$I) \begin{cases} \sin\alpha > 0 \\ \cos\alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow$ ربع دوم α $\qquad II) \begin{cases} \sin\alpha < 0 \\ \cos\alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow$ ربع چهارم α

۱۲

$$\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{4 + 3 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3}}$$
$$\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = |2 + \sqrt{3}| = 2 + \sqrt{3}$$

۱۳



اعداد $-\sqrt{2}$ و π اعدادی گنگ هستند.

۱۴

الف

$5, 10, 20, 40, \boxed{80}, \boxed{160}, \cdots, b_n = 5 \times 2^{n-1}$

ب

$6, -60, 600, -6000, \boxed{60000}, \boxed{-600000}, \cdots, c_n = 6 \times (-10)^{n-1}$

پ

$4, 2, 1, \frac{1}{2}, \boxed{\frac{1}{4}}, \boxed{\frac{1}{8}}, \cdots, d_n = 4 \times (\frac{1}{2})^{n-1}$

۱۵

ردیف		نمره

۱۶

الف)

$$\hat{B} = ۱۸۰^\circ - (۶۰^\circ + ۶۵^\circ) = ۵۵^\circ$$

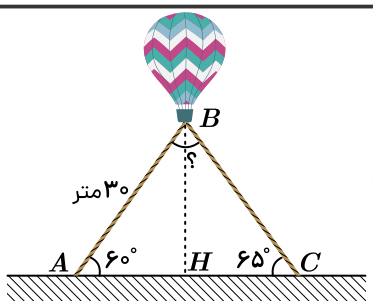
ب)

$$\sin A = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH + AB \times \sin A = ۳۰ \times \sin ۶۰^\circ = ۳۰ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳۰\sqrt{۳}}{۲} = ۱۵\sqrt{۳}$$

پ)

$$\sin C = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BC = \frac{BH}{\sin C} = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{\sin ۶۵^\circ} = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{۰/۹} \simeq ۲۸/۸۶$$

بنابراین طناب دوم تقریباً ۲۸/۸۶ متر است.



۱۶

مقدار	۰°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
$\sin\theta$	۰	۱	۰	-۱	۰
$\cos\theta$	۱	۰	-۱	۰	۱
$\tan\theta$	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰
$\cot\theta$	تعریف نشده	۰	تعریف نشده	۰	تعریف نشده

۱۷

$$۲^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{۲} \qquad ۳^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳} \qquad ۶۴^{\frac{۱}{۶}} = \sqrt[۶]{۶۴} = \sqrt[۶]{۲^۶} = ۲$$

$$۵^{\frac{۱}{۷}} = \sqrt[۷]{۵} \qquad ۶^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۶} \qquad ۸۱^{\frac{۱}{۴}} = \sqrt[۴]{۸۱} = \sqrt[۴]{۳^۴} = ۳$$

۱۸

الف درست

۱۹

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A' \cap B') = ۳۲ - ۵ = ۲۷$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = ۱۸ + ۱۵ - ۷ = ۶$$

$$n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A \cup B) - n(A \cap B) = ۲۷ - ۶ = ۲۱$$

۲۰

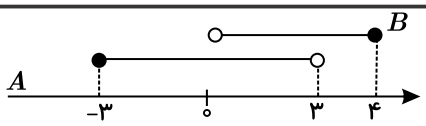
$$a^۴ - b^۴ = (a - b)(a + b)(a^۲ + b^۲)$$

۲۱ الف) ۴؛ با نمایش هندسی هر دو مجموعه داریم: ۲

ردیف		نمره

۲۲

$A - B = [-۳, ۰]$



پس مجموعه $A - B$ شامل چهار عدد صحیح $-۳, -۲, -۱, ۰$ است. (صفحهٔ ۴ و ۵ کتاب درسی)

ب) جدا از هم- مجزا؛ اگر $A \cap B = \varnothing$، آنگاه دو مجموعهٔ B, A را دو مجموعهٔ «جدا از هم» یا «مجزا» می‌گوییم.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} n(A \cup B) = n(A) + n(B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۰ \Rightarrow A \cap B = \varnothing$$

(صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی)

ج) ۱۳؛ باید نامعادله $t_n < ۰$ را حل کنیم:

$$۵n - ۶۹ < ۰ \Rightarrow ۵n < ۶۹ \Rightarrow n < \frac{۶۹}{۵} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = ۱, ۲, \cdots, ۱۳ \Rightarrow \text{دنباله ۱۳ جملهٔ منفی دارد}$$

(صفحهٔ ۱۸, ۱۹ کتاب درسی)

د) ۲۶۰۰؛

روش اول:

$$\left.\begin{array}{l} ۱۲, x, ۴۰ \xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} ۴۰ - x = x - ۱۲ \Rightarrow ۲x = ۵۲ \Rightarrow x = ۲۶ \\ ۲, y, ۵۰ \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} \frac{y}{۲} = \frac{۵۰}{y} \Rightarrow y^۲ = ۱۰۰ \end{array}\right\} \Rightarrow xy^۲ = ۲۶۰۰$$

روش دوم: اگر $b = \frac{a+c}{۲}$ باشد، b را واسطهٔ حسابی c, a می‌گوییم و اگر $y^۲ = x \cdot z$ باشد، y را واسطهٔ هندسی z, x می‌نامند.

$$\left.\begin{array}{l} ۴۰, ۱۲ \text{ واسطهٔ حسابی } x \Rightarrow x = \frac{۱۲ + ۴۰}{۲} = ۲۶ \\ ۵۰, ۲ \text{ واسطهٔ هندسی } y \Rightarrow y^۲ = ۲ \times ۵۰ = ۱۰۰ \end{array}\right\} \Rightarrow xy^۲ = ۲۶۰۰$$

(صفحهٔ ۲۳, ۲۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف) ۴ (۰٫۵ نمره)

ب) جدا از هم - مجزا (۰٫۵ نمره)

ج) ۱۳ (۰٫۵ نمره)

د) ۲۶۰۰ (۰٫۵ نمره)

۲

۲۲

الف) گزینهٔ ۲: با توجه به اتحاد مثلثاتی $\cos^۲ \theta = ۱ - \sin^۲ \theta$، عبارت داده‌شده را ساده می‌کنیم؛

$$\frac{\cos^۲ \theta}{۱ + \sin \theta} + \sin \theta = \frac{۱ - \sin^۲ \theta}{۱ + \sin \theta} + \sin \theta = \frac{(۱ - \sin \theta)(۱ + \sin \theta)}{۱ + \sin \theta} + \sin \theta = ۱ - \sin \theta + \sin \theta = ۱$$

پس حاصل عبارت تعریف‌شدهٔ بالا برابر یک است.

(صفحهٔ ۴۶ کتاب درسی)

ب) گزینهٔ ۱: با توجه به روابط $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ داریم؛

$$\tan x + \cot x = ۳ \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = ۳$$

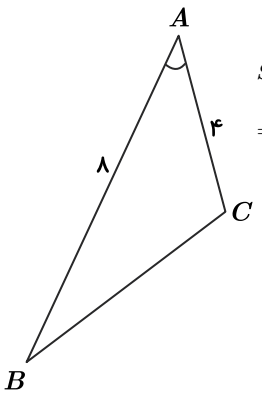
$$\Rightarrow \frac{\sin^۲ x + \cos^۲ x}{\sin x \cos x} = ۳ \Rightarrow \frac{۱}{\sin x \cos x} = ۳ \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{۱}{۳}$$

(صفحهٔ ۴۶ کتاب درسی)

ج) گزینهٔ ۲: می‌دانیم ریشهٔ پنجم عدد a برابر $\sqrt[۵]{a}$ و ریشهٔ سوم ۶۴- برابر $\sqrt[۳]{-۶۴}$ است.

بنابراین:

۱.۵

ردیف		نمره
	$\sqrt[۵]{a}=۶+\sqrt[۳]{-۶۴}\Rightarrow \sqrt[۵]{a}=۶+(\sqrt[۳]{(-۴)^۳})=۶-۴=۲$ $\sqrt[۵]{a}=۲\xrightarrow{\text{توان ۵}}(\sqrt[۵]{a})^۵=۲^۵\Rightarrow a=۳۲$ خواستهٔ سؤال، ریشهٔ ششم عدد $۲a$ یعنی ریشهٔ ششم عدد ۶۴ است که برابر ±۲ است و با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ ۲ پاسخ است. (صفحهٔ ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) گزینهٔ ۲ (۰٫۵ نمره) ب) گزینهٔ ۱ (۰٫۵ نمره) ج) گزینهٔ ۲ (۰٫۵ نمره)	۱.۵
۲۳	نکته: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آنها؛ بنابراین داریم:  $S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}\times AB\times AC\times \sin\widehat{A}$ $\Rightarrow ۱۲=\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۴\times \sin\widehat{A}\Rightarrow ۱۲=۱۶\sin\widehat{A}\Rightarrow \sin\widehat{A}=\frac{۳}{۴}$ اکنون مقدار $\cos\widehat{A}$ را به دست می‌آوریم: $\cos^۲\widehat{A}=۱-\sin^۲\widehat{A}\Rightarrow \cos^۲\widehat{A}=۱-\frac{۹}{۱۶}=\frac{۷}{۱۶}\xrightarrow{\text{حاده }\widehat{A}}\cos\widehat{A}=\frac{\sqrt{۷}}{۴}$ (صفحهٔ ۳۳ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\underbrace{۱۲=\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۴\times \sin\widehat{A}}_{(\text{۰٫۵ نمره})}\Rightarrow \sin\widehat{A}=\frac{۳}{۴}$ (۰٫۲۵ نمره) $\underbrace{\cos^۲\widehat{A}=۱-\sin^۲\widehat{A}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}\Rightarrow$ یا $\underbrace{\cos^۲\widehat{A}=۱-\frac{۹}{۱۶}}_{(\text{۰٫۲۵ نمره})}\Rightarrow \cos\widehat{A}=\frac{\sqrt{۷}}{۴}$ (۰٫۲۵ نمره)	۱.۲۵
۲۴	نکته: $۰<a<۱\Rightarrow a^n<\cdots<a^۳<a^۲<a<\sqrt{a}<\sqrt[۳]{a}<\cdots<\sqrt[n]{a}$ $a>۱\Rightarrow \sqrt[n]{a}<\cdots<\sqrt[۳]{a}<\sqrt{a}<a<a^۲<a^۳<\cdots<a^n$ یعنی اگر $a>۱$ باشد، با افزایش توان حاصل افزایش می‌یابد و با افزایش فرجه حاصل کاهش می‌یابد. با توجه به نمودار داریم: $a>۱\Rightarrow \sqrt[۵]{a}<\sqrt[۴]{a}<\sqrt[۳]{a}\xrightarrow{f<g<h}f=\sqrt[۵]{a}\,,\ g=\sqrt[۴]{a}\,,\ h=\sqrt[۳]{a}$ می‌دانیم ریشه‌های چهارم a به صورت $\pm\sqrt[۴]{a}$ هستند، پس $c=-\sqrt[۴]{a}$. از طرفی $-۱<b<۰$ است، پس ریشهٔ چهارم ندارد و داریم: $-۱<b<۰\Rightarrow \sqrt[۵]{b}<\sqrt[۳]{b}$ دقت کنید:	۱.۵

ردیف		نمره

۲۵

$$0 < -b < 1 \Rightarrow \sqrt[3]{-b} < \sqrt[5]{-b} \xrightarrow{\times(-1)} \sqrt[3]{b} > \sqrt[5]{b}$$

(صفحهٔ ۵۲ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

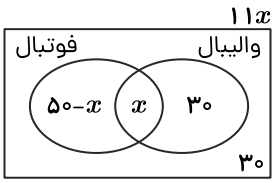
هر خانهٔ جدول (۰٫۲۵ نمره).

$\sqrt[5]{b}$	$\sqrt[3]{a}$	$-\sqrt[4]{a}$	$\sqrt[5]{a}$	$\sqrt[3]{b}$	$\sqrt[4]{a}$
d	h	c	f	e	g

۱.۵

فرض کنیم x نفر به هر دو رشته علاقه‌مند هستند، با توجه به نمودار ون داریم:

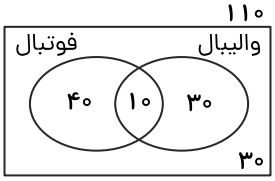
$$\Rightarrow (50 - x) + x + 30 + 30 = 11x \Rightarrow 110 = 11x \Rightarrow x = 10$$



الف) پس ۴۰ نفر فقط به فوتبال و ۳۰ نفر فقط به والیبال علاقه دارند؛ بنابراین ۷۰ نفر فقط به یک رشته علاقه دارند.

ب) تعداد $40 + 10 + 30 = 80$ نفر به هر دو رشته علاقه دارند.

(صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی)



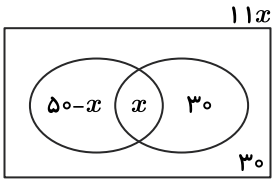
راهنمای تصحیح:

رسم نمودار ون (۰٫۲۵ نمره)

محاسبهٔ مقدار $x = 10$ (۰٫۲۵ نمره)

الف) ۷۰ نفر (۰٫۲۵ نمره)

ب) ۸۰ نفر (۰٫۲۵ نمره)

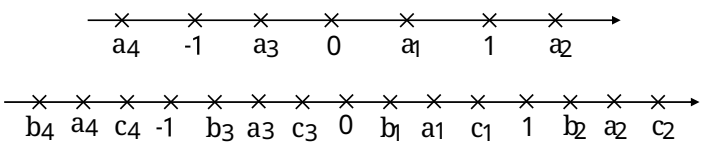


۱

نام آزمون: ریاضی دهم ازمون ۲

تعداد صفحه: ۱۰

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱	مکان تقریبی عدد $۳ - ۲\sqrt{۲}$ را روی محور اعداد مشخص کنید؟	
۲	اگر A دارای یک زیرمجموعه‌ی متناهی باشد، راجع به A چه می‌توان گفت؟	
۳	اگر $\mathbb{R}$ را مجموعه مرجع در نظر بگیریم و داشته باشیم $A = \{x \in R \mid ۱ \leq x \leq ۳\}$ ، A' را به صورت بازه نمایش دهید.	
۴	در یک مدرسه ۱۲۲ نفری، ۸۲ نفر ساعت در دست دارند و ۷۹ نفر عینک می‌زنند که ۵۴ نفر هم عینک می‌زنند و هم ساعت در دست دارند. چند نفر: الف) حداقل یکی از دو مورد را استفاده می‌کنند؟ ب) فقط ساعت در دست دارند؟ پ) دقیقاً یکی از دو مورد را استفاده می‌کنند؟ ت) نه ساعت می‌بندند و نه عینک می‌زنند؟	
۵	اگر $\sin\alpha = \frac{۱}{۵}$ و α زاویه‌ای در ربع دوم باشد، حاصل $\sqrt{۲۵ - \cot^۲\alpha}$ را بیابید.	
۶	درستی اتحاد زیر را بررسی کنید. $\frac{\sin^۲\alpha - \cos^۲\alpha}{\cos\alpha(\tan\alpha - ۱)} = \sin\alpha + \cos\alpha$	
۷	هر یک از اعداد مشخص شده روی محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه‌ی سوم آن عدد است وصل کنید.  	
۸	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.$(a \geq ۰)$ الف) $\sqrt[۵]{a^۵} = a$ ب) $\sqrt[۵]{(-a)^۵} = a$ پ) $\sqrt[۴]{(-a)^۴} = -a$ ت) $\sqrt{a^۲} = a$	
۹	تفاوت $(\sqrt{a})^۲ = a$ و $\sqrt{a^۲} = \lvert a \rvert$ در چیست؟	
۱۰	توان‌های کسری زیر را در صورت امکان به صورت رادیکالی نشان دهید. الف) $۲^{\frac{۱}{۲}}$ ب) $۳^{\frac{۱}{۳}}$ ج) $(-۲)^{\frac{۱}{۲}}$ د) $(-۳)^{\frac{۱}{۳}}$	
۱۱	عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن (حداکثر یک رادیکال) بنویسید. الف) $\sqrt[۲]{\sqrt[۳]{۲^۴}}$ ب) $\sqrt{\sqrt{۲۵۶}}$ ج) $\sqrt[۴]{\sqrt[۳]{۲۰۴۸}}$	

نام آزمون: ریاضی دهم ازمون ۲

تعداد صفحه: ۱۰

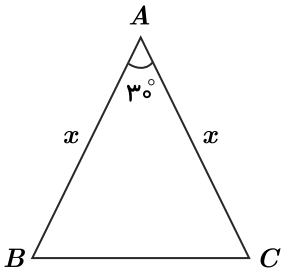
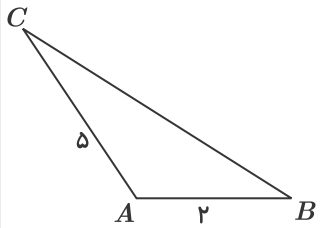
آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱۲	اگر $\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-۴}=۳$، حاصل عبارت $\sqrt{x+۲}-\sqrt{x-۴}$ را به‌دست آورید.	
۱۳	برای هریک از دنباله‌های درجهٔ دو زیر جملهٔ عمومی را به‌دست آورید و سپس برای هر کدام، یک الگولی هندسی نظیر کنید. الف) ۵, ۸, ۱۳, ۲۰, ۲۹ ب) ۵, ۱۲, ۲۲, ۳۵, ۵۱	
۱۴	الف) واسطهٔ حسابی بین ۵ و ۱۱ چه عددی است؟ ب) واسطهٔ حسابی بین ۲۰ و ۳۰ چه عددی است؟ پ) از دو قسمت قبل چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟	
۱۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را بررسی کنید. در صورت درست بودن توضیح دهید و در صورت نادرست بودن مثال نقض ارائه کنید. الف) هر دنباله، یا حسابی است یا هندسی. ب) دنباله‌ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.	
۱۶	حاصل‌ضرب بیست جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی مقابل را محاسبه کنید. ۲, ۴, ۸, ...	
۱۷	نقطهٔ P به طول $\frac{۱}{۳}$ روی دایرهٔ مثلثاتی و در ناحیهٔ چهارم مثلثاتی قرار دارد. اگر θ زاویهٔ بین نیم‌خط $\overrightarrow{OP}$ با محور $\overrightarrow{Ox}$ باشد، حاصل $\cos\theta+\tan^۲\theta$ را به دست آورید.	
۱۸	اگر $\sqrt[۳]{۲\sqrt{\sqrt{۲}}}=\sqrt[۱۲]{x}$ باشد، مقدار x را به دست آورید.	
۱۹	در یک دنبالهٔ هندسی با جملات مثبت، مجموع جملات اول و سوم برابر ۵ و جملهٔ پنجم، پانزده واحد بیشتر از جملهٔ اول است. جملهٔ عمومی دنباله را مشخص کنید.	
۲۰	با ضرب کردن طرفینِ اتحاد مثلثاتی $۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$ در $\cot\alpha$ یک اتحاد مثلثاتی بسازید؛ سپس درستی آن را اثبات کنید.	
۲۱	مخرج کسر روبه‌رو را گویا کنید. $\frac{۶}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}$	
۲۲	α زاویه‌ای در ربع دوم دایرهٔ مثلثاتی و $\tan\alpha=-\frac{۱۲}{۵}$ است. با استفاده از روابط بین نسبت‌های مثلثاتی، مقدار $\cos\alpha$ را به دست آورید.	

نام آزمون: ریاضی دهم ازمون ۲

تعداد صفحه: ۱۰

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۲۳	مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC برابر ۹ است. اندازهٔ x را به دست آورید.  	۰.۷۵
۲۴	الف) حاصل $\sqrt[۳]{۲} - \dfrac{۳}{\sqrt[۳]{۴} - \sqrt[۳]{۲} + ۱}$ را به دست آورید. ب) کسر تعریف شدهٔ $\dfrac{۲x^۳ + ۵۴}{(x^۲ - ۳x + ۹)(x^۲ - ۹)}$ را تا حد امکان ساده کنید.	۱.۵
۲۵	الف) اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴ باشد، مقدار $\tan \hat{A}$ را به دست آورید.  ب) با کمک اتحادهای مثلثاتی حاصل کسر تعریف‌شدهٔ $\dfrac{\sin^۴ x - ۱}{\cos^۲ x} - \dfrac{\tan x \cdot \cot x}{۱ + \tan^۲ x}$ را به دست آورید.	۱.۷۵

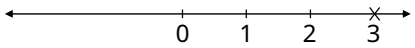
ردیف		نمره

۱

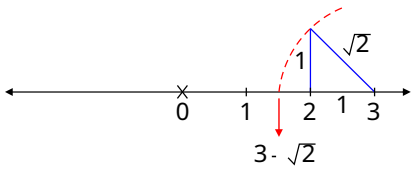
می‌خواهیم روی محور اعداد محل تقریبی $۳ - ۲\sqrt{۲}$ را مشخص کنیم. باید ابتدا ۳ واحد روی محور جلو رفته و سپس $۲\sqrt{۲}$ واحد به عقب برگردیم. بنا بر قضیه فیثاغورس طول وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اضلاع قائمه‌اش ۱ واحد باشد، $\sqrt{۲}$ واحد است. همچنین می‌دانیم $-۲\sqrt{۲}$ برابر است با $-\sqrt{۲} - \sqrt{۲}$

بنابراین در طی سه مرحله داریم:

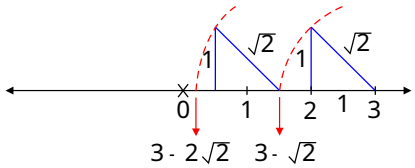
1)



2)



3)



۲

A می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد زیرا هم مجموعه‌های متناهی و هم مجموعه‌های نامتناهی توانایی در برگرفتن زیرمجموعه‌ای متناهی را دارند.

۳

راه اول: ابتدا باتوجه به A ، A' را به صورت زیر می‌نویسیم:

$A' = \{x \in R \,|\, x < ۱ \text{ یا } x > ۳\}$

و سپس آن را به صورت بازه نمایش می‌دهیم:

$A' = (-\infty, ۱) \cup (۳, +\infty)$

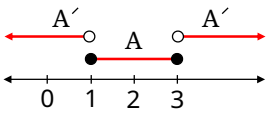
راه دوم: ابتدا A را به صورت بازه می‌نویسیم:

$A = [۱, ۳]$

سپس A' را بدست می‌آوریم:

$A' = (-\infty, ۱) \cup (۳, +\infty)$

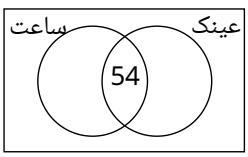
راه سوم: با توجه به محور اعداد:

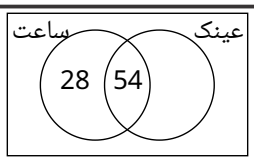
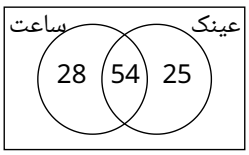
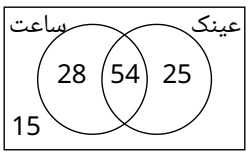
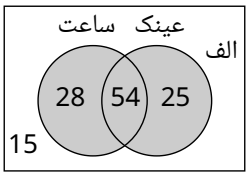
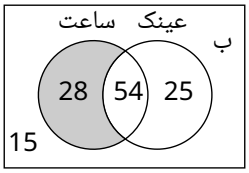
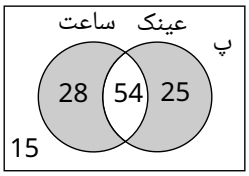
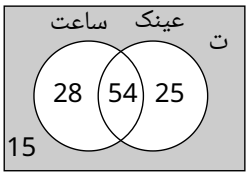


$A' = (-\infty, +۱) \cup (۳, +\infty)$

۴

باتوجه به نمودار ون:



ردیف		نمره
	۸۲ نفر ساعت دارند که ۵۴ نفرشان عینک هم می‌زنند و $۸۲ - ۵۴ = ۲۸$ نفر فقط ساعت دارند.  ۷۹ نفر عینک می‌زنند که ۵۴ نفرشان ساعت هم دارند و $۷۹ - ۵۴ = ۲۵$ نفر فقط عینک می‌زنند.  $۲۸ + ۵۴ + ۲۵ = ۱۰۷$ مجموع کسانی که ساعت، عینک یا هر دو را دارند ۱۰۷ نفر است که از ۱۲۲ نفر ۱۵ نفر باقی می‌مانند که نه ساعت دارند نه عینک می زنند.  الف) $۲۵ + ۲۸ + ۵۴ = ۱۰۷$ حداقل یکی یعنی یا ساعت یا عینک یا هر دو  ب) ۲۸  پ) $۲۸ + ۲۵ = ۵۳$ دقیقاً یکی از دو مورد یعنی یا ساعت یا عینک فقط یک کدام (نه هر دو)  ت) ۱۵ نفر  	
۵	$\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲۵} + \cos^۲\alpha = ۱ \Rightarrow \cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۱}{۲۵}$ $\cos^۲\alpha = \frac{۲۴}{۲۵} \Rightarrow \lvert\cos\alpha\rvert = \frac{\sqrt{۲۴}}{۵} \xrightarrow[\cos\alpha < ۰]{\alpha \text{ربع دوم}} \cos\alpha = \frac{-\sqrt{۲۴}}{۵}$ $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\frac{-\sqrt{۲۴}}{۵}}{\frac{۱}{۵}} = -\sqrt{۲۴} \Rightarrow \cot^۲\alpha = ۲۴$ $\sqrt{۲۵ - \cot^۲\alpha} = \sqrt{۲۵ - ۲۴} = \sqrt{۱} = ۱$	
۶	$\frac{\sin^۲\alpha - \cos^۲\alpha}{\cos\alpha(\tan\alpha - ۱)} = \frac{(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha)}{\cos\alpha\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - ۱\right)}$ $= \frac{(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha)}{\cos\alpha(\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha})} = \frac{(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha)}{(\sin\alpha - \cos\alpha)} = \sin\alpha + \cos\alpha$	

ردیف		نمره
۷	a_1: a_1 عددی است بین صفر و یک ریشه‌ی سوم a_1 باید بزرگتر از خودش و کوچک‌تر از ۱ باشد. در نتیجه ریشه‌ی سوم a_1، c_1 خواهد بود. (اعداد بین صفر و یک، هر چه به توان بزرگ‌تری برسند کوچک‌تر می‌شوند.) مثال: $\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ $\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8} > \frac{1}{2}^n \qquad (n \geq 3)$ a_2: a_2 عددی بزرگ‌تر از یک است. ریشه‌ی سوم a_2، باشد بزرگ‌تر از یک و کوچک‌تر از a_2 باشد یعنی b_2. a_3: هرچه یک عدد بین صفر و منفی یک به توان فرد بزرگ‌تری برسد، عدد منفی نزدیک‌تری به صفر به وجود می‌آورد (عددی بزرگ‌تر) پس ریشه سوم عددی بین صفر و منفی یک، باید از خودش کوچک‌تر باشد (از صفر دورتر باشد) (می‌دانیم هرچه در اعداد منفی روی محور به سمت چپ حرکت کنیم عدد کوچک‌تر می‌شود به‌عنوان مثال: $-3 < -2$) در نتیجه ریشه‌ی سوم a_3، b_3 می‌شود که از خودش کوچک‌تر است. a_4: a_4 عددی منفی و کوچک‌تر از منفی یک است پس ریشه‌ی سومش از خودش بزرگ‌تر می‌شود. (می‌دانیم که در محور اعداد منفی هرچه به سمت صفر پیش برویم عددمان بزرگ‌تر می‌شود.) فلذا ریشه‌ی سوم a_4، c_4 می‌شود که از خودش بزرگ‌تر است.	
۸	الف) درست ب) نادرست: $\sqrt[5]{(-a)^5} = -a$ پ) نادرست: $\sqrt[4]{(-a)^4} = \sqrt[4]{a^4} = \lvert a \rvert = a$ ت) درست	
۹	در $(\sqrt{a})^2 = a$، از آنجا که زیر رادیکال به فرجه‌ی زیر عبارت منفی قرار نمی‌گیرد پس $a \geq 0$ و در نتیجه تساوی همواره برقرار است. اما در $\sqrt{a^2}$، از آنجا که عبارت زیر رادیکال a^2 می‌باشد و a^2 در هر صورت (چه a مثبت باشد، چه منفی) مثبت است، پس ممکن است به ازای یک a که مقداری منفی دارد، $\sqrt{a^2}$ شکل بگیرد و پاسخ رادیکال به فرجه‌ی زوج هرگز منفی نخواهد بود که ما را مجبور به استفاده از قدر مطلق می‌کند که اگر احیاناً a مقداری منفی بود، باز هم عبارت برقرار باشد مانند $a = -3$ $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = \lvert -3 \rvert = 3$ $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$ $(\sqrt{a})^2 = a$	
۱۰	$\boxed{\begin{array}{c} a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \\ n \geq 2 \ , \ a \geq 0 \end{array}}$ الف) $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2}$ ب) $3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$ ج) $(-2)^{\frac{1}{2}}$ از آنجایی که پایه منفی است (-2) نمی‌توان $(-2)^{\frac{1}{2}}$ را به صورت رادیکالی نوشت. د) $(-3)^{\frac{1}{3}}$ از آنجایی که پایه منفی است (-3) نمی‌توان $(-3)^{\frac{1}{3}}$ را به صورت رادیکالی نوشت. $(-3)^{\frac{1}{3}} \neq \sqrt[3]{-3}$	

ردیف		نمره

۱۱

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}}$$

الف) $\sqrt[۲]{\sqrt[۳]{۲^۴}} = \sqrt{۲^{\frac{۴}{۳}}} = \left(۲^{\frac{۴}{۳}}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۲^{\frac{۲}{۳}} = \sqrt[۳]{۲^۲} = \sqrt[۳]{۴}$

ب) $\sqrt{\sqrt{۲۵۶}} = \sqrt{\sqrt{۲^۸}} = \sqrt{۲^{\frac{۸}{۲}}} = \left(۲^{\frac{۸}{۲}}\right)^{\frac{۱}{۲}} = ۲^{\frac{۸}{۴}} = ۲^۲ = ۴$

ج) $\sqrt[۴]{\sqrt[۳]{۲۰۴۸}} = \sqrt[۴]{\sqrt[۳]{۲^{۱۱}}} = \sqrt[۴]{۲^{\frac{۱۱}{۳}}} = (۲^{\frac{۱۱}{۳}})^{\frac{۱}{۴}} = ۲^{\frac{۱۱}{۱۲}} = \sqrt[۱۲]{۲^{۱۱}}$

راه دوم: تمام فرجه ها را در هم ضرب کرده و به صورت یک رادیکال می نویسیم: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

الف) $\sqrt[۲]{\sqrt[۳]{۲^۴}} = \sqrt[۶]{۲^۴} = ۲^{\frac{۴}{۶}} = ۲^{\frac{۲}{۳}} = \sqrt[۳]{۲^۲} = \sqrt[۳]{۴}$

ب) $\sqrt{\sqrt{۲۵۶}} = \sqrt[۴]{۲۵۶} = \sqrt[۴]{۲^۸} = ۲^{\frac{۸}{۴}} = ۲^۲ = ۴$

ج) $\sqrt[۴]{\sqrt[۳]{۲۰۴۸}} = \sqrt[۱۲]{۲۰۴۸} = \sqrt[۱۲]{۲^{۱۱}}$

۱۲

$$\sqrt{x+۲} + \sqrt{x-۴} = ۳ \xrightarrow{\text{توان ۲}} x + ۲ + x - ۴ + ۲\sqrt{(x+۲)(x-۴)} = ۹$$

$$\Rightarrow ۲x - ۲ + ۲\sqrt{x^۲ - ۲x - ۸} = ۹ \Rightarrow ۲\sqrt{x^۲ - ۲x - ۸} = -۲x + ۲ + ۹ = -۲x + ۱۱$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴(x^۲ - ۲x - ۸) = ۴x^۲ - ۴۴x + ۱۲۱ \Rightarrow ۴x^۲ - ۸x - ۳۲ = ۴x^۲ - ۴۴x + ۱۲۱$$

$$\Rightarrow ۳۶x = ۱۵۳ \Rightarrow x = ۴/۲۵$$

$$\sqrt{x+۲} - \sqrt{x+۴} = \sqrt{۶/۲۵} - \sqrt{۰/۲۵} = ۲/۵ - ۰/۵ = ۲$$

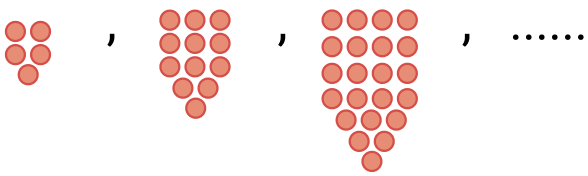
۱۳

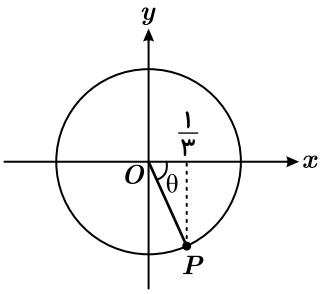
الف:

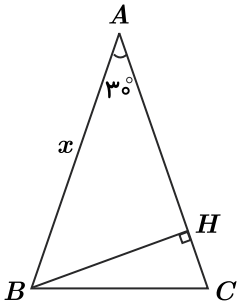
$$\begin{cases} n = ۱ \\ t_n = ۵ = ۱^۲ + ۴ \end{cases} \quad \begin{cases} n = ۲ \\ t_n = ۸ = ۲^۲ + ۴ \end{cases} \quad \begin{cases} n = ۳ \\ t_n = ۱۳ = ۳^۲ + ۴ \end{cases} \quad \begin{cases} n = n \\ t_n = n^۲ + ۴ \end{cases}$$

ب:

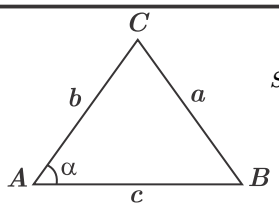
$$\begin{cases} n = ۱ \\ t_n = ۵ = (۱+۱)^۲ + \frac{۱(۱+۱)}{۲} \end{cases} \quad \begin{cases} n = ۲ \\ t_n = (۲+۱)^۲ + \frac{۲(۲+۱)}{۲} \end{cases} \quad \begin{cases} n = n \\ t_n = (n+۱)^۲ + \frac{n(n+۱)}{۲} \end{cases}$$



ردیف		نمره
۱۴	الف: می‌دانیم: اگر a,b,c سه جملهٔ متوالی از یک دنباله حسابی باشند $b=\frac{a+c}{۲}$ واسطه حسابی c و a است. ۵ و ۱۱ واسطه حسابی : $\frac{۱۱+۵}{۲}=۸$ ب: ۳۰ و ۲۰ واسطه حسابی : $\frac{۲۰+۳۰}{۲}=۲۵$ پ: واسطه حسابی هر دو عدد، میانگین آن دو است.	
۱۵	الف: نادرست. هر سری اعداد که در کنار هم چیده شوند یک دنباله را تشکیل می‌دهند. خواه حسابی باشند یا هندسی باشند یا سایر دنباله‌ها (مثلثی و فیبوناتچی و ...). حتی اگر ارتباط خاصی بین جملات نباشند، باز هم دنباله است. ب: نادرست، مثال نقض: $۳,۳,۳,\cdots \to \begin{cases} \text{حسابی}: a_۱=۳, d=۰ \\ \text{هندسی}: a_۱=۳, q=۱ \end{cases}$	
۱۶	می‌دانیم: حاصل‌جمع اعداد ۱ تا n برابر است با $\frac{n(n+۱)}{۲}$ $۲,۴,۸,\cdots$ $۲^۱,۲^۲,۲^۳,\cdots,\underset{\text{جمله بیستم}}{۲^{۲۰}} \Rightarrow ۲^۱\times ۲^۲\times ۲^۳\times\cdots\times ۲^{۲۰}=۲^{(۱+۲+\cdots+۲۰)}=۲^{\frac{۲۰\times ۲۱}{۲}}=۲^{۲۱۰}$	
۱۷	 $P(x,y)\ ,\ x=\frac{۱}{۳}, y<۰$ $x^۲+y^۲=۱\Rightarrow \frac{۱}{۹}+y^۲=۱\Rightarrow y^۲=\frac{۸}{۹}\Rightarrow y=\frac{\pm ۲\sqrt{۲}}{۳}\xrightarrow{y<۰} y=-\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ $\Rightarrow \cos\theta=x=\frac{۱}{۳}, \tan\theta=\frac{y}{x}=-۲\sqrt{۲}\Rightarrow \cos\theta+\tan^۲\theta=\frac{۱}{۳}+۸=\frac{۲۵}{۳}$	
۱۸	$\sqrt[۳]{۲\sqrt{\sqrt{۲}}}=\sqrt[۳]{\sqrt{۴\sqrt{۲}}}=\sqrt[۳]{\sqrt{\sqrt{۱۶\times ۲}}}=\sqrt[۱۲]{۳۲}=\sqrt[۱۲]{x}\Rightarrow x=۳۲$	
۱۹	$t_n=t_۱r^{n-۱}, \begin{cases} t_۱+t_۳=۵ \\ t_۵-t_۱=۱۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_۱+t_۱r^۲=۵ \\ t_۱r^۴-t_۱=۱۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_۱(۱+r^۲)=۵ \\ t_۱(r^۴-۱)=۱۵ \end{cases} \Rightarrow \frac{t_۱(r^۴-۱)}{t_۱(۱-r^۲)}=\frac{۱۵}{۵}=۳$ $\Rightarrow \frac{(r^۲-۱)\cancel{(r^۲+۱)}}{\cancel{r^۲+۱}}=۳\Rightarrow r^۲=۴\Rightarrow r=\pm ۲$ چون جملات دنباله همگی مثبت هستند، پس فقط $r=۲$ قابل قبول است و داریم: $t_۱(۱+r^۲)=۵\xrightarrow{r=۲}۵t_۱=۵\Rightarrow t_۱=۱\Rightarrow t_n=t_۱r^{n-۱}=۱\times ۲^{n-۱}=۲^{n-۱}$	
۲۰	$\cot\alpha\times(۱+\tan^۲\alpha)=\cot\alpha\times(\frac{۱}{\cot^۲\alpha})\Rightarrow \cot\alpha+(\tan^۲\alpha)(\cot\alpha)=\frac{\cot\alpha}{\cos^۲\alpha}$ $\Rightarrow \cot\alpha+\frac{\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}\times\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow \cot\alpha+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}\Rightarrow \cot\alpha+\tan\alpha=\frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}$ حال اتحاد آخر را اثبات می‌کنیم: $\text{طرف چپ}=\cot\alpha+\tan\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\cos^۲a+\sin^۲\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=\frac{۱}{\sin\alpha\cos\alpha}$	
۲۱	$\frac{۶}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}=\frac{۶}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}\times\frac{\sqrt[۳]{۲}-۱}{\sqrt[۳]{۲}-۱}=\frac{۶}{\sqrt[۳]{۸}-۱}\times(\sqrt[۳]{۲}-۱)=۶(\sqrt[۳]{۲}-۱)$	

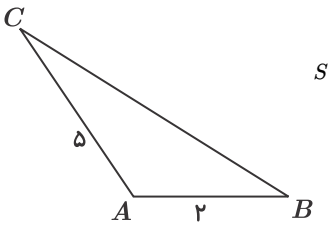
ردیف		نمره
۲۲	$\cos^{۲}\alpha = \frac{۱}{۱+\tan^{۲}\alpha} = \frac{۱}{۱+\frac{۱۴۴}{۲۵}} = \frac{۲۵}{۱۶۹} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{۵}{۱۳}$ با توجه به اینکه در ربع دوم دایره مثلثاتی کسینوس منفی است پس : $\cos\alpha = -\frac{۵}{۱۳}$	
۲۳	روش اول: $S = \frac{۱}{۲}x^{۲}\sin ۳۰^\circ = ۹ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times x^{۲}\times\frac{۱}{۲} = ۹ \overset{x>۰}{\Rightarrow} x = ۶$ روش دوم:  $\overset{\Delta}{ABH} : \sin ۳۰^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = \frac{x}{۲}$ $S_{ABC} = \frac{BH\times AC}{۲} = \frac{\frac{x}{۲}\times x}{۲} = ۹ \overset{x>۰}{\Rightarrow} x = ۶$	۰.۷۵
۲۴	نکته: $(a\pm b)(a^{۲}\mp ab+b^{۲}) = a^{۳}\pm b^{۳}$ الف) ابتدا کسر داده شده را با اتحاد چاق و لاغر گویا می‌کنیم: $\frac{۳}{\sqrt[۳]{۴}-\sqrt[۳]{۲}+۱}\times\frac{\sqrt[۳]{۲}+۱}{\sqrt[۳]{۲}+۱} = \frac{۳(\sqrt[۳]{۲}+۱)}{(\sqrt[۳]{۲})^{۳}+۱^{۳}} = \frac{۳(\sqrt[۳]{۲}+۱)}{۲+۱} = \sqrt[۳]{۲}+۱$ حال داریم: $\text{حاصل} = \sqrt[۳]{۲}+۱-\sqrt[۳]{۲} = ۱$ ب) صورت کسر داده شده را با اتحاد چاق و لاغر تجزیه می‌کنیم: $\frac{۲x^{۳}+۵۴}{(x^{۲}-۳x+۹)(x^{۲}-۹)} = \frac{۲(x^{۳}+۲۷)}{(x^{۲}-۳x+۹)(x^{۲}-۹)} = \frac{۲\cancel{(x+۳)}\cancel{(x^{۲}-۳x+۹)}}{\cancel{(x^{۲}-۳x+۹)}(x-۳)\cancel{(x+۳)}} = \frac{۲}{x-۳}$ (صفحهٔ ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) $\frac{۳}{\sqrt[۳]{۴}-\sqrt[۳]{۲}+۱}\times\frac{\sqrt[۳]{۲}+۱}{\sqrt[۳]{۲}+۱}$ (۰٫۲۵نمره) $= \frac{۳(\sqrt[۳]{۲}+۱)}{۳} = \sqrt[۳]{۲}+۱$ (۰٫۲۵نمره) حاصل $= ۱$ (۰٫۲۵نمره) ب) $\frac{۲\overbrace{(x+۳)(x^{۲}-۳x+۹)}^{\text{(۰٫۲۵نمره)}}}{(x^{۲}-۳x+۹)\underbrace{(x-۳)(x+۳)}_{\text{(۰٫۲۵نمره)}}} = \frac{۲}{x-۳}$ (۰٫۲۵نمره)	۱.۵
۲۵	الف) نکته:	۱.۷۵

ردیف		نمره



$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} b \cdot c \cdot \sin\alpha$$

بنابراین:



$$S = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵ \times \sin\hat{A} = ۴ \Rightarrow ۵\sin\hat{A} = ۴ \Rightarrow \sin\hat{A} = \frac{۴}{۵}$$

حال مقدار $\tan\hat{A}$ را به دست می‌آوریم:

روش اول:

$$\cos^۲ A = ۱ - \sin^۲\hat{A} \Rightarrow \cos^۲ A = ۱ - \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \cos\hat{A} = \pm\frac{۳}{۵} \xrightarrow{۹۰^\circ < A < ۱۸۰^\circ} \cos\hat{A} = -\frac{۳}{۵}$$

$$\tan\hat{A} = \frac{\sin\hat{A}}{\cos\hat{A}} \Rightarrow \tan\hat{A} = \frac{\frac{۴}{۵}}{-\frac{۳}{۵}} = -\frac{۴}{۳}$$

روش دوم:

$$۱ + \cot^۲\hat{A} = \frac{۱}{\sin^۲\hat{A}} \Rightarrow ۱ + \cot^۲\hat{A} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \cot^۲\hat{A} = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \cot\hat{A} = \pm\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow \tan\hat{A} = \pm\frac{۴}{۳} \xrightarrow{۹۰^\circ < \hat{A} < ۱۸۰^\circ} \tan\hat{A} = -\frac{۴}{۳}$$

۱.۷۵

(صفحهٔ ۳۳ و ۴۳ کتاب درسی)

ب) می‌دانیم:

$$۱ - \sin^۲ x = \cos^۲ x \ , \ ۱ + \tan^۲ x = \frac{۱}{\cos^۲ x} \ , \ \tan x \cdot \cot x = ۱$$

حال داریم:

$$\frac{\sin^۴ x - ۱}{\cos^۲ x} - \frac{\tan x \cdot \cot x}{۱ + \tan^۲ x} = \frac{(\sin^۲ x - ۱)(\sin^۲ x + ۱)}{\cos^۲ x} - \frac{۱}{۱ + \tan^۲ x}$$

$$= \frac{-\cos^۲ x(\sin^۲ x + ۱)}{\cos^۲ x} - \frac{۱}{\frac{۱}{\cos^۲ x}} = -\sin^۲ x - ۱ - \cos^۲ x$$

$$= -(\underbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}_{۱}) - ۱ = -۲$$

(صفحهٔ ۴۲ و ۴۶ کتاب درسی)

راهنمای تصحیح:

الف)

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵ \times \sin\hat{A} = ۴ \ (۰٫۲۵ \text{ نمره}) \Rightarrow \sin\hat{A} = \frac{۴}{۵} \ (۰٫۲۵ \text{ نمره}) \Rightarrow \tan\hat{A} = -\frac{۴}{۳} \ (۰٫۲۵ \text{ نمره})$$

ب)

$$\frac{(\sin^۲ x - ۱)(\sin^۲ x + ۱)}{\cos^۲ x} \text{ یا } \frac{(\sin^۲ x - ۱)(\sin^۲ x + ۱)}{۱ - \sin^۲ x} \ (۰٫۲۵ \text{ نمره})$$

$$۱ + \tan^۲ x = \frac{۱}{\cos^۲ x} \text{ یا } \frac{۱}{۱ + \tan^۲ x} = \cos^۲ x \ (۰٫۲۵ \text{ نمره})$$

$$\text{حاصل کسر} = -\sin^۲ x - ۱ - \cos^۲ x \ (۰٫۲۵ \text{ نمره}) = -۲ \ (۰٫۲۵ \text{ نمره})$$

نام آزمون: فارسی ازمون ۱

تعداد صفحه: ۶

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱	دو نمونه از کاربرد «تشخیص» در متن درس «پاسداری از حقیقت» مشخّص کنید.	
۲	در متن درس «مهر و وفا»، دو نمونه «مجاز» بیابید و مفهوم آنها را بنویسید.	
۳	از متن «درس: بیداد ظالمان» برای حدیث و آیهٔ زیر، نمونهٔ بیتی مرتبط بیابید و بنویسید. الدَّهر یَومانِ یومٌ لَکَ و یَومٌ عَلَیکَ. امام علی (ع) کُلُّ نَفْسٍ ذائقَةُ الْمَوْتِ. سورة آل‌عمران، آیة ۱۸۵	
۴	در متن درس «جمال و کمال»، واژه‌های دو تلفّظی را بیابید.	
۵	چگونه از پیام نهایی درس «سفر به بصره» می‌توانیم برای زندگی بهتر بهره بگیریم؟	
۶	نقش دستوری ضمیر را در شعر زیر مشخص کنید. گرت هواست که معشوق نگسلد پیمان نگاه‌دار سررشته تا نگه‌دارد	
۷	بیت‌های زیر را به نثر روان برگردانید.	
	الف) هم رونق زمان شما نیز بگذرد	
	ب) وین بوم محنت از پی آن تا کُند خراب بر دولت آشیان شما نیز بگذرد	
	پ) بادی که در زمانه بسی شمع‌ها بکُشت	
	ت) ای مفتخر به طالعِ مسعود خویشتن تأثیر اختران شما نیز بگذرد	
	ث) بر تیر جورتان ز تحمّل سپر کنم تا سختی کمان شما نیز بگذرد	
	ج) ای تو رمه سپرده به چوپان گرگ طبع	
۸	در بیت: «مرغ خوشخوان را بشارت باد کاندر راه عشق / دوست را با نالهٔ شب‌های بیداران خوش است» کدام واژه اهمیت املایی ندارد؟ الف) عشق ب) بیداران ج) بشارت د) مرغ	
۹	حدیث: «حاسِبوا قَبلَ ان تُحاسَبوا» با کدام عبارت قرابت معنایی دارد؟ الف) به زبان دیگر مگو و به دل دیگر مدار ب) واندر همه کاری داد از خویشتن بده	
۱۰	در متن زیر «عقل» با چه ویژگی‌هایی وصف شده است؟ چندان تناوری و بلند / که هنگام تماشا / کلاه از سر کودک عقل می‌افتد.	

نام آزمون: فارسی ازمون ۱

تعداد صفحه: ۶

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱۱	آرایهٔ درست را از داخل کمانک، انتخاب کنید.	
	الف) صداقت / شیرین‌ترین لبخند بر لبان ارادهٔ توست (مجاز / حس‌آمیزی)	
	ب) تا کی به بوی عنبرین زنجیر زلف سرکشَت / آشفته پویم در به در، دیوانه گردم کو به کو (حسن تعلیل / ایهام)	
۱۲	شاعر در بیت تعلیم ز ارّه گیر در امر معاش نیمی سوی خود می‌کش و نیمی می‌پاش بر چه مفهومی تأکید دارد؟	
۱۳	حدیث «حاسِبوا قَبل أن تُحاسِبوا» با کدام‌یک از عبارت‌های زیر قرابت معنایی دارد؟ الف) به زبان دیگر مگوی و به دل دیگر مدار. ب) اندر همه کاری داد از خویشتن بده.	
۱۴	در کدام بیت، غلط املایی وجود دارد؟ آن را اصلاح کنید. ۱) خاست کز آن ورطه قدم درکشد خویشتن از حادثه برتر کشد ۲) نعره برآورده فلک کرده کر دیده سیه کرده، شده زهره‌در	
۱۵	کدام عبارت صحیح نیست؟ ۱) دعوت به مبارزه در برابر ظلم از موضوعات اصلی ادبیات پایداری است. ۲) ایستادگی در برابر ظلم در تاریخ بعضی ملّت‌ها دیده می‌شود.	
۱۶	شعر «بوی گل و ریحان‌ها» در چه قالبی سروده شده است؟	
۱۷	ادبیات غِنایی را در یک سطر معرّفی کنید.	
۱۸	در جملهٔ مقابل یک آرایه مشخّص کنید. «سه ماه بود که موی سر باز نکرده بودیم.»	
۱۹	با توجّه به متن زیر به سؤالات پاسخ دهید. «دست معلّم از وَقب حیوان روان شد؛ فرود آمد. لب را به اشاره صورت داد. فکّ زیرین را پیمود و در آخُره ماند. پس بالا رفت، چشم را نشاند؛ دو گوش را بالا برد؛ از یال و غارِب به زیر آمد؛ از پستی پشت گذشت؛ گُرده را برآورد؛ دُم را آویخت. پس به جای گردن باز آمد. به پایین رو نهاد؛ از خمِ کتف و سینه فرا رفت و دو دست را تا فراز کُلّه نمایان ساخت. سپس شکم را کشید و دو پا را تا زیر زانو گرته زد.»	
	الف) به‌طور کلّی فعل‌های متن بالا در چه معنا و مفهومی به کار رفته‌اند؟	
	ب) آقای «صاد» بعد از کشیدن شانه به سمت بالا؛ کدام قسمت اسب را کشید؟	
	پ) منظور از «به اشاره صورت دادن» چیست؟	
۲۰	با توجه به متن زیر، مفهول «مَثَل» مشخص‌شده را بنویسید. «به زبان، دیگر مگو و به دل، دیگر مدار، تا گندم نمای جوفروش نباشی.»	
۲۱	در بیت زیر یک گروه اسمی پیدا کرده، وابستهٔ پیشین، هسته و وابستهٔ پسین را مشخص کنید. وین بوم محنت از پی آن تا کند خراب بر دولت آشیان شما نیز بگذرد	

نام آزمون: فارسی ازمون ۱

تعداد صفحه: ۶

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۲۲	با توجه به ضرب المثل« گندم‌نمای جو فروش» درستی یا نادرستی گزینه‌های زیر را مشخص کنید.	
	الف) با عبارت « معلّم دور نبود. صورتک به رو نداشت. «صاد» معلّم ما بود؛ آدمی افتاده و صاف» تقابل (تضاد) معنایی دارد.	
	ب) با بیت « چون بسی ابلیس آدم‌روی هست / پس به هر دستی نشاید داد دست» تناسب معنایی دارد.	
۲۳	جدول زیر را کامل کنید. فعل: داری می‌روی امر: ..... ساخت منفی: ..... مضارع اخباری:	۰.۷۵
۲۴	در عبارت زیر، کدام کلمات ارکان سجع هستند؟ «ملک بی‌دین باطل است و دین بی‌ملک، ضایع.»	۰.۲۵
۲۵	کدام گزینه مصراع دوم بیت زیر را کامل می‌کند؟ «چو به دوست عهد بندد ز میان پاک‌بازان .....» الف) چو علی که می‌تواند که به سر برد وفا را ب) به علی شناختم من به خدا قسم خدا را	۰.۲۵

نام آزمون: فارسی ازمون ۱

تعداد صفحه: ۶

آموزشگاه سکو

ردیف		نمره
۱	درختان به احترام تو قیام کرده‌اند. شفق آینه‌دار نجابتت.	
۲	دست بنده: دست مجاز از قدرت زر: مجاز از مادیات	
۳	ای مفتخر به طالع مسعود خویشتن تأثیر اختران شما نیز بگذرد آب اجل که هست گلوگیرِ خاص و عام بر حلق و بر دهانِ شما نیز بگذرد	
۴	جاوْدان / جاوِدان یوسِف / یوسُف خَلاف / خِلاف	
۵	هیچ‌گاه نباید ناامید بود، سختی‌ها ماندگار نیستند و پس از سختی، آسانی خواهد بود.	
۶	مضاف‌الیه (هوای تو)	
۷		
	الف رواج و دوران حکومت شما نیز به پایان خواهد رسید.	
	ب محنت و سختی، جغدِ شوم ویرانگری است آشیانهٔ خوشبختی شما را نیز خراب خواهد کرد.	
	پ درگذر روزگار، مرگ مانند بادی شمع وجود انسان‌های زیادی را خاموش کرده است.	
	ت ای کسی که به بخت و اقبالِ باسعادت خودت می‌نازی، این خوشبختی شما نیز روزی به پایان می‌رسد.	
	ث با صبر و تحمّل در برابر ستم شما، سپر می‌سازیم و از خودمان دفاع می‌کنیم، تا زمانی که دوران قدرت شما نیز به پایان برسد.	
	ج ای کسی که مردم را به حاکمان گرگ‌صفت (درنده‌خو) سپرده‌ای.	
۸	گزینهٔ «ب»	
۹	گزینهٔ ب	
۱۰	تحیّر و ناتوانی عقل از درک عظمت امام حسین (ع)	
۱۱		
	الف حس‌آمیزی	
	ب ایهام	
۱۲	بخشنده بودن	
۱۳	گزینهٔ «ب»: اندر همه کاری داد از خویشتن بده.	
۱۴	در گزینهٔ «۱»، واژهٔ «خاست» نادرست است و باید به‌صورت «خواست» نوشته شود.	
۱۵	عبارت «۲» صحیح نیست. شکل صحیح این عبارت به این‌صورت است: «ایستادگی در برابر ظلم در تاریخ همهٔ ملّت‌ها دیده می‌شود.»	
۱۶	غزل	
۱۷	ادبیات غِنایی اشعار و متونی است که احساسات، عواطف شخصی، حالات عاشقانه و امید و آرزویی را بیان می‌کند.	
۱۸	موی سر ... کنایه از استحمام، شستن سر، کوتاه کردن مو	

ردیف		نمره
۱۹		
	الف) بیشتر فعل‌ها به معنای رسم کردن و کشیدن و طرّاحی کردن به کار رفته‌اند.	
	ب) دم را آویخت؛ یعنی، دم را به طرف پایین و آویزان کشید.	
	پ) یعنی به راحتی و با یک اشاره تصویری را رسم کرد.	
۲۰	دورویی و ریاکاری	
۲۱	وین بوم محنت این: وابسته پیشین بوم: هسته محنت: وابستهٔ پسین	
۲۲		
	الف) درست	
	ب) درست	
۲۳	فعل: داری می‌روی امر: برو ساخت منفی: نمی‌روی مضارع اخباری: می‌روی برای ساختن فعل امر چنین عمل می‌کنیم: ۱) بن مضارع فعل مورد نظر را به دست می‌آوریم. ۲) «ب» امرساز به ابتدای فعل اضافه می‌کنیم. ۳) شخص و شمار فعل نیز رعایت شود. – برای منفی کردن مضارع مستمر، فعل کمکی «داشتن» را حذف می‌کنیم سپس بر سر فعل «نـ» منفی‌ساز قرار می‌دهیم. – مضارع اخباری: می + بن مضارع فعل + شناسه (صفحهٔ ۲۰ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: فعل: داری می‌روی امر: برو (۰/۲۵) ساخت منفی: نمی‌روی (۰/۲۵) مضارع اخباری: می‌روی (۰/۲۵)	۰.۷۵
۲۴	در عبارت سؤال واژه‌های «باطل و ضایع» ارکان سجع هستند. نکته: به واژه‌هایی که در پایان دو جمله می‌آیند و از نظر صامت و مصوّت‌های پایانی، وزن یا هر دوی آنها هماهنگ باشند، واژه‌های «مسجّع» و به آهنگ برخاسته از آن‌ها «سجع» می‌گویند. (صفحهٔ ۵۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: باطل و ضایع (فقط به نوشتن هر دو کلمه نمره تعلّق می‌گیرد.) (۰/۲۵ نمره)	۰.۲۵

ردیف		نمره
۲۵	چو به دوست عهد بندد ز میان پاک‌بازان چو علی که می‌تواند که به سر برد وفا را؟ (صفحهٔ ۴۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: گزینهٔ «الف» (۰/۲۵ نمره)	۰.۲۵