



مجموعه آموزشی سگو



## درسنامه



طول کمان AB در دایره‌ای (6 و 5) زاویه مرکزی 60°

$$L_{\widehat{AB}} = \frac{60}{360} \times 2 \times \pi \times 6 = 2\pi$$

2π است.

سوالات جای خالی

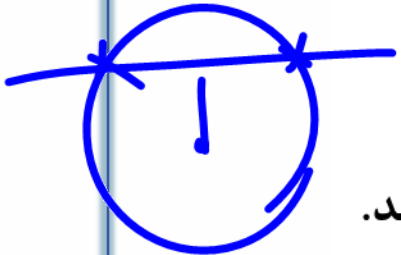
۱- اگر نقطه‌ای مانند B روی دایره  $C(o, r)$  باشد فاصله آن تا مرکز ..... برابر شعاع دایره است.

۲- اگر نقطه‌ای مانند B درون دایره  $C(o, r)$  باشد فاصله آن تا مرکز ..... کمتر شعاع دایره است.

۳- اگر نقطه‌ای مانند B بیرون دایره  $C(o, r)$  باشد فاصله آن تا مرکز ..... بیشتر شعاع دایره است.

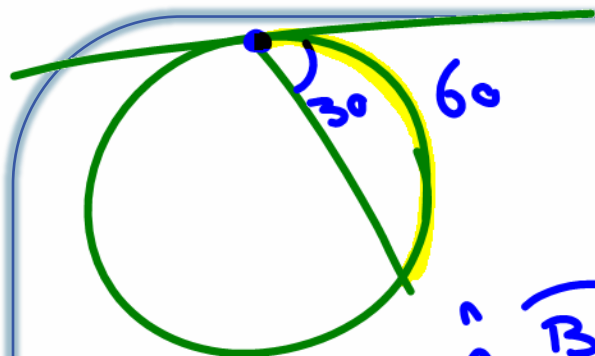
۴- اگر فاصله خط d از مرکز دایره از شعاع کمتر باشد خط و دایره ..... دو نقطه اشتراک دارند.

۵- اگر فاصله خط d از مرکز دایره از شعاع بیشتر باشد خط و دایره ..... هیچ نقطه اشتراک ندارند.



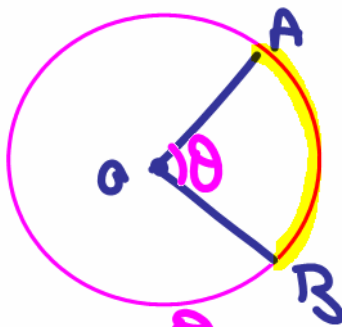
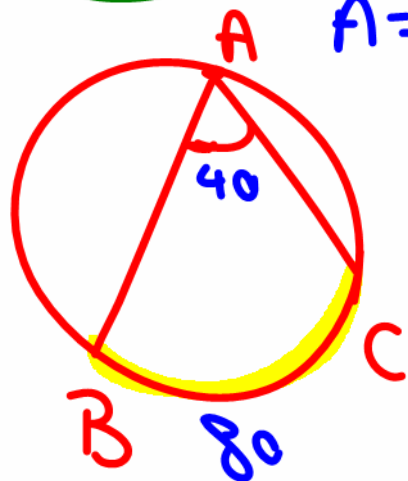


# زاویه ای که بین یک مماس و یک وتر / راس روی دایره

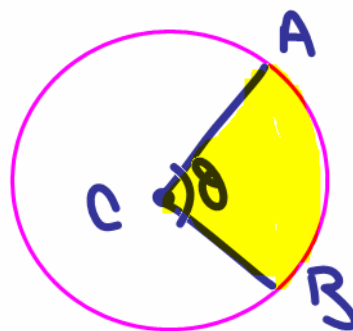


- ۶- اندازه زاویه ظلی ..... نصف کمان رو به رو آن است.  
۷- اندازه زاویه محاطی ..... نصف کمان روبه رو آن است.

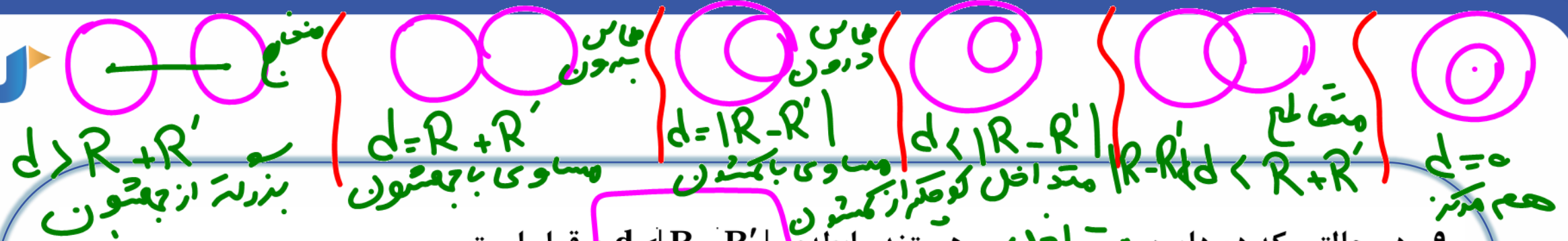
- ۸- طول کمان AB در دایره C(O, R) از رابطه ی ..... بدست می آید.



$$L_{AB} = \frac{100}{360} \times 2\pi r$$



$$S = \frac{100}{360} \times \pi r^2$$



۹- در حالتی که دو دایره متداخل هستند رابطه  $d < |R - R'|$  برقرار است.

۱۰- شرط آنکه دو دایره  $C(O, R)$  و  $C(O', R')$  متقاطع باشند رابطه  $R - R' < d < R + R'$  برقرار است.

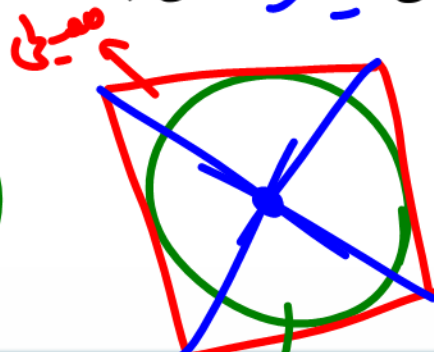
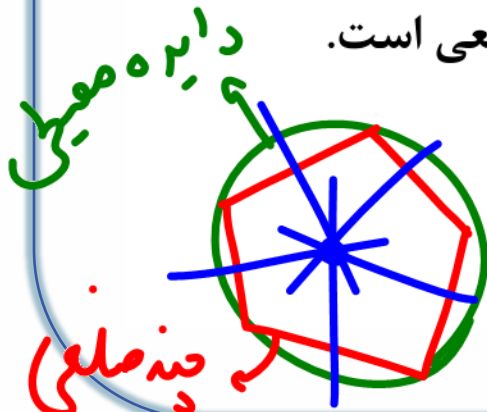
۱۱- یک چند ضلعی محاطی است اگر و تنها اگر عمود منصف‌های همه‌ی ضلع‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند

و به آن نقطه مرکز دایره‌ی محیطی می‌گوییم.

۱۲- اگر یک چند ضلعی محیطی باشد مرکز دایره‌ی محاطی نقطه هم‌رسی نیاز آن چند ضلعی است.

۱۳- یک چهار ضلعی محاطی است اگر .....

۱۴- یک دوزنقه همواره محاطی است.



محاطی

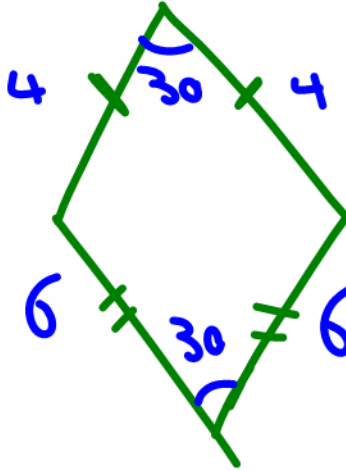
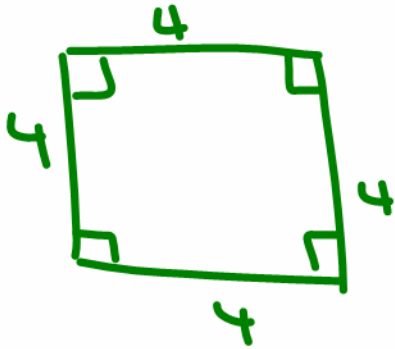
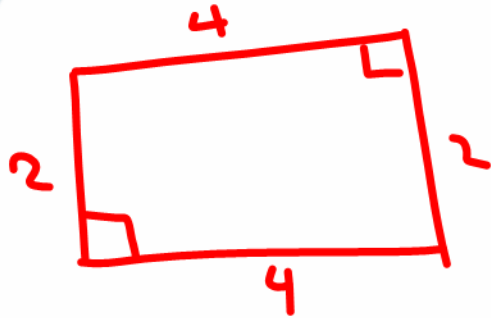
دایره محیطی



صفا، صلی معالی : زاویه های مقابل مکمل

معیلی : مجموع دو ضلع مقابل برابر مجموع دو ضلع

مقابل رسته



۱۴- یک ذوزنقه همواره محاطی است. ~~معیلی~~ X

۱۵- یک کایت هم محیطی است و هم محاطی. ✓

۱۶- یک متوازی اضلاع محیطی است.

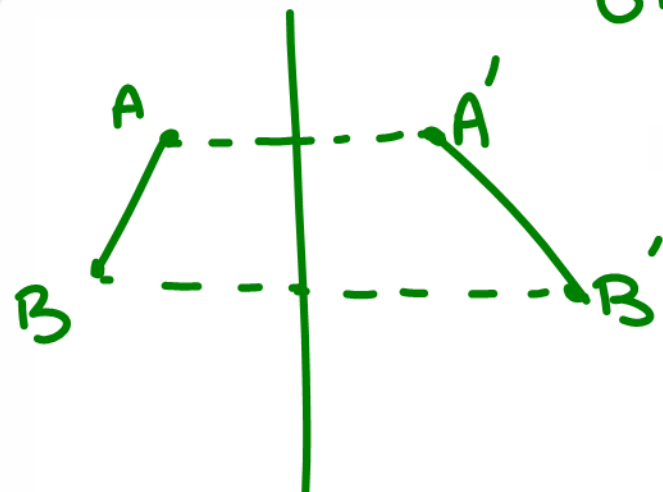
۱۷- یک مستطیل محاطی است. ✓ ~~معیلی نیست~~

۱۸- یک لوزی هم محاطی است و هم محیطی. X

۱۹- یک مربع هم محاطی است و هم محیطی است.

هر ۸ ضلع منتظم هم معالی است و هم معیلی است.

## تبدیل ایزومتر



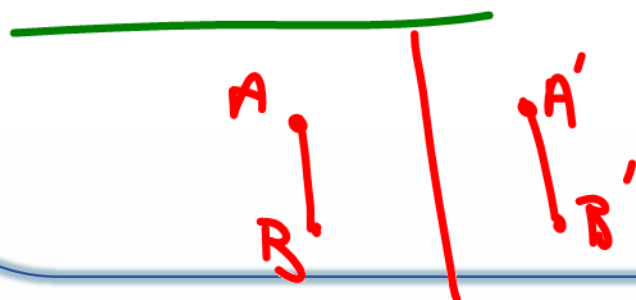
۲۰- تبدیل که در آن طول پاره خط حفظ شود را تبدیل طول می‌گوییم. ✓

۲۱- در تبدیل ایزومتری اندازه‌ی زاویه نیز حفظ می‌شود. ✓

۲۲- بازتاب یک تبدیل ایزومتری است. ✓

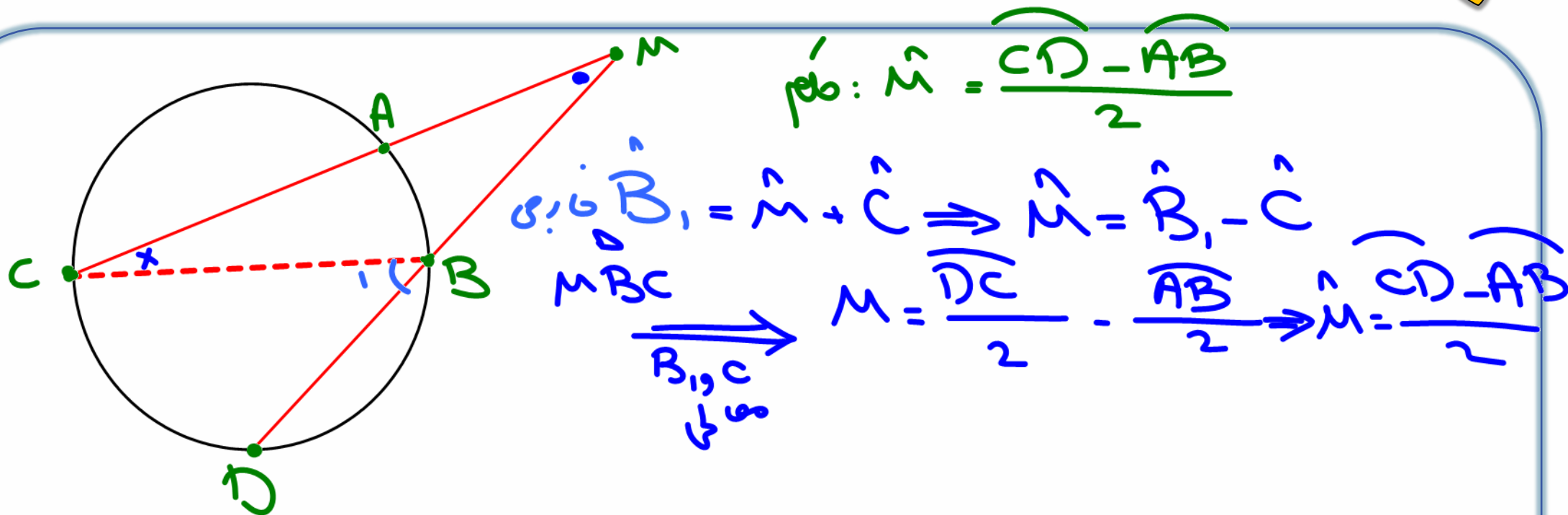
۲۳- در بازتاب جهت شکل حفظ می‌شود. ✗

۲۴- در حالتی که پاره خط  $AB$  نسبت به خط بازتاب موازی/ عمود باشد، بازتاب شیب خط را حفظ می‌کند.

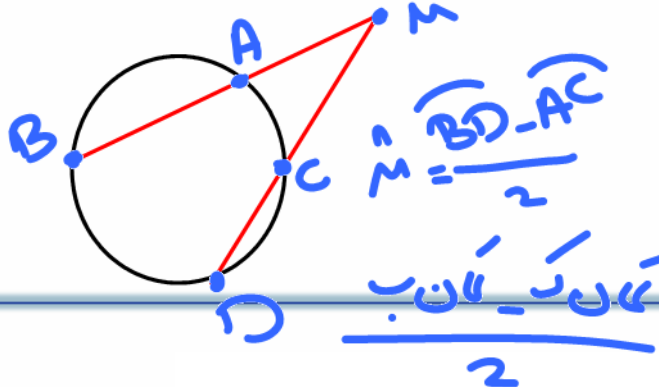


۲۵- تجانس اندازه‌ی زاویه را حفظ می‌کند.









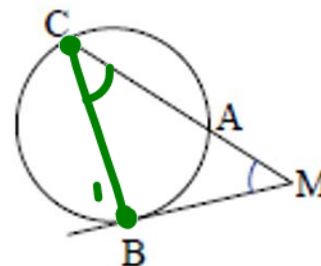
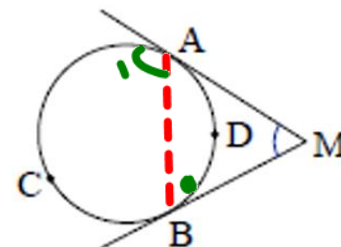
①.  $\hat{M}_1 = \hat{B} + \hat{D}$  معالی  $\hat{M}_1 = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2}$

$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{CD}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \hat{M}_1 = \frac{\widehat{CD} + \widehat{AB}}{2}$

## سوالات تشریحی

۱- در شکل‌های زیر ثابت کنید:

(راهنمایی: از نقطه تماس ضلع زاویه بر دایره، خطی موازی ضلع دیگر زاویه رسم کنید.)



$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$   
میانگین کمان‌های  
AB و CD

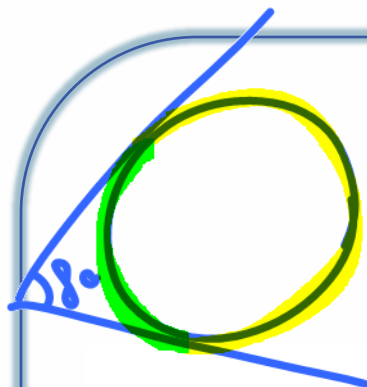
الف)  $\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2}$

$\hat{A}_1 = \hat{M} + \hat{B} \Rightarrow \hat{M} = \hat{A}_1 - \hat{B}$   
 $\hat{M} = \frac{\widehat{ACB}}{2} - \frac{\widehat{ADB}}{2}$

$\Rightarrow \hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2}$

ب)  $\hat{M} = \frac{\widehat{CB} - \widehat{AB}}{2}$

$\hat{B}_1 = \hat{M} + \hat{C} \Rightarrow \hat{M} = \hat{B}_1 - \hat{C}$  معالی  
 $= \frac{\widehat{BC}}{2} - \frac{\widehat{AB}}{2}$



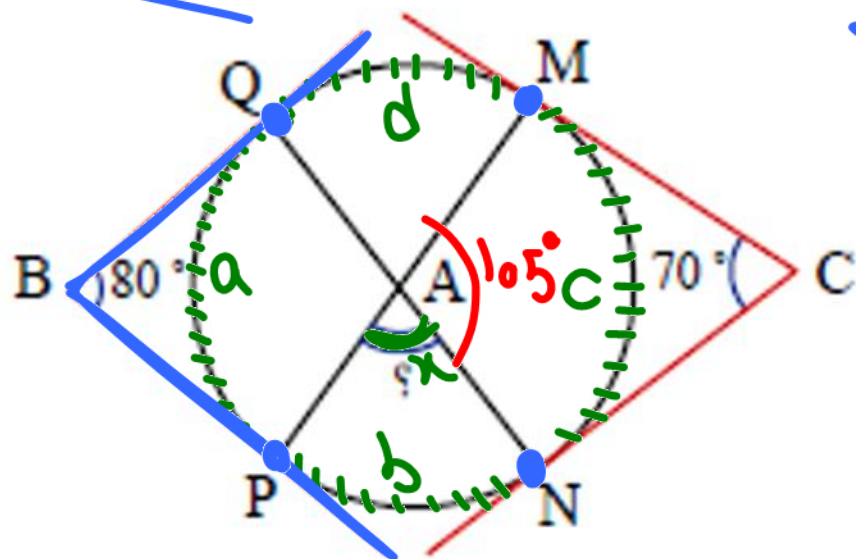
۲- در شکل اضلاع زاویه‌های B و C بر دایره مماس هستند. اندازه زاویه  $\hat{A}$  چند درجه است؟

$$\hat{x} = \frac{d+b}{2} = \frac{150}{2} = 75^\circ$$

$$80 = \frac{d+c+b-a}{2} \Rightarrow d+c+b-a=160$$

$$70 = \frac{d+a+b-c}{2} \Rightarrow d+a+b-c=140$$

$$\begin{aligned} 2d+2b &= 300 \\ \div 2 \\ \Rightarrow d+b &= 150 \end{aligned}$$



۳- در شکل مقابل اندازه زاویه  $\alpha$  را به دست آورید.

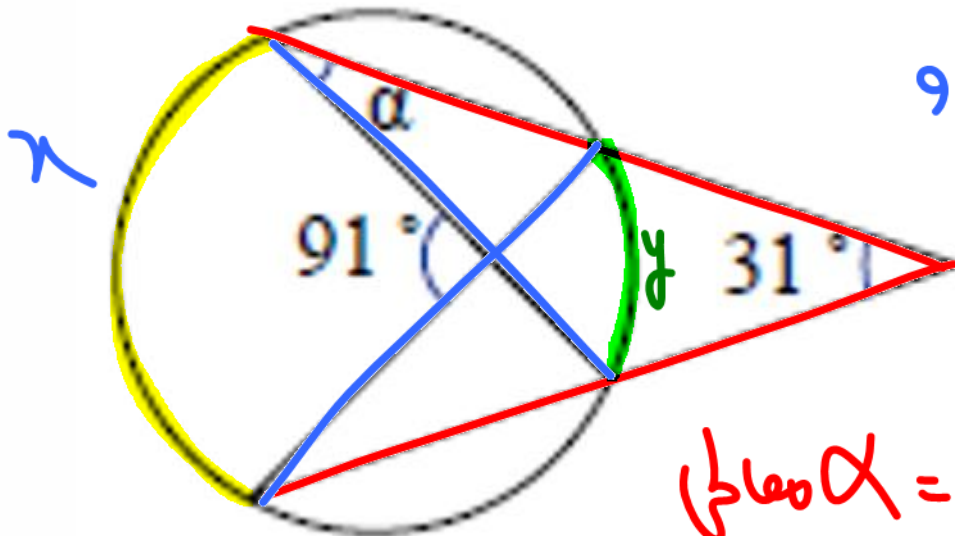
$$31 = \frac{x - y}{2} \Rightarrow x - y = 62$$

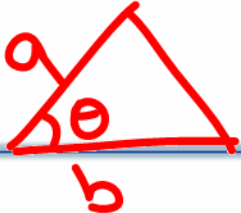
$$91 = \frac{x + y}{2} \Rightarrow x + y = 182$$

$$2x = 244 \rightarrow x = 122^\circ$$

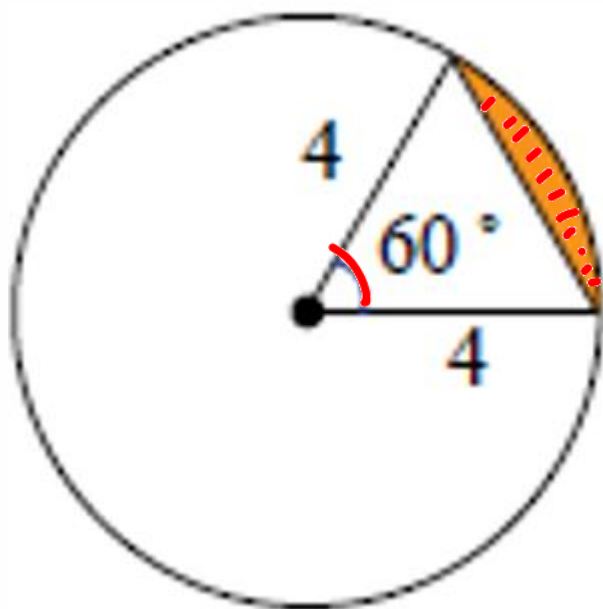
$$y = 60^\circ$$

$$\alpha = \frac{y}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$



(زاویه بین شعاع‌ها)  $\times$  (ضلع دو ضلع)  $\div 2 = S$   
 یا دایره‌ای: 

۴- در دایره روبرو به شعاع ۴، مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید. این ناحیه، یک قطعه دایره نام دارد.



$$S_{\text{منته}} - S_{\text{مختار}} = S_{\text{شماره}}$$

$$= \frac{\alpha}{360} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} \times r \times r \times \sin \alpha$$

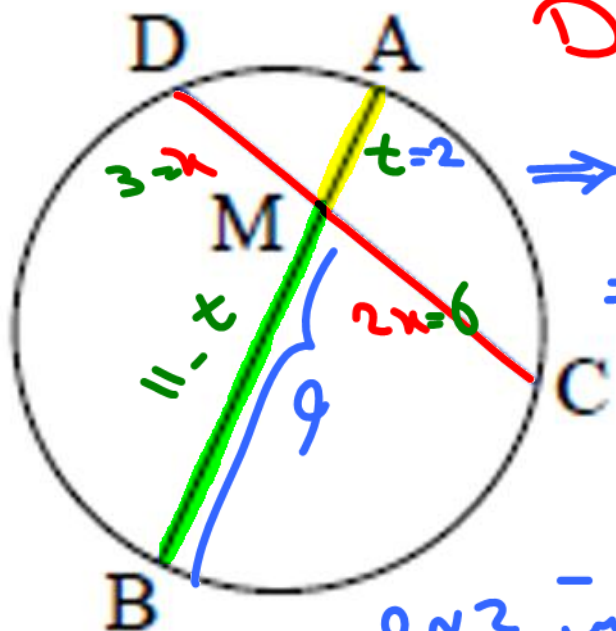
$$= \frac{60}{360} \times \pi \times 16 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$$

$$MA \times MD = MB \times MC$$

۵- در دایره  $C(O, R)$  وتر  $AB$  و وتر  $CD$  به طول ۹ سانتی متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر

$AB = 11 \text{ cm}$ ، آنگاه وتر  $CD$  و وتر  $AB$  را به چه نسبتی قطع می کند؟



$$DC = 9 = 3x \Rightarrow x = 3$$

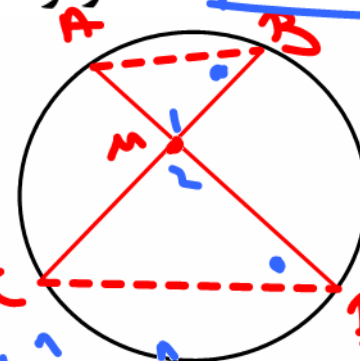
$$\Rightarrow t(11-t) = 18$$

$$\Rightarrow 11t - t^2 = 18 \Rightarrow t^2 - 11t + 18 = 0$$

$$(t-2)(t-9) = 0$$

$$t = 2 \quad t = 9$$

به نسبت ۲ به ۹



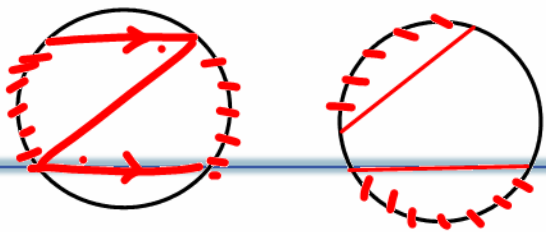
$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{CM}{MD} \Rightarrow AM \times MD = MB \times MC$$

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AM}{MC} \times \frac{MB}{MD}$$

$$MA \times MD = MB \times MC$$



① کمان‌های بین دو وتر موازی به هم برابرند.

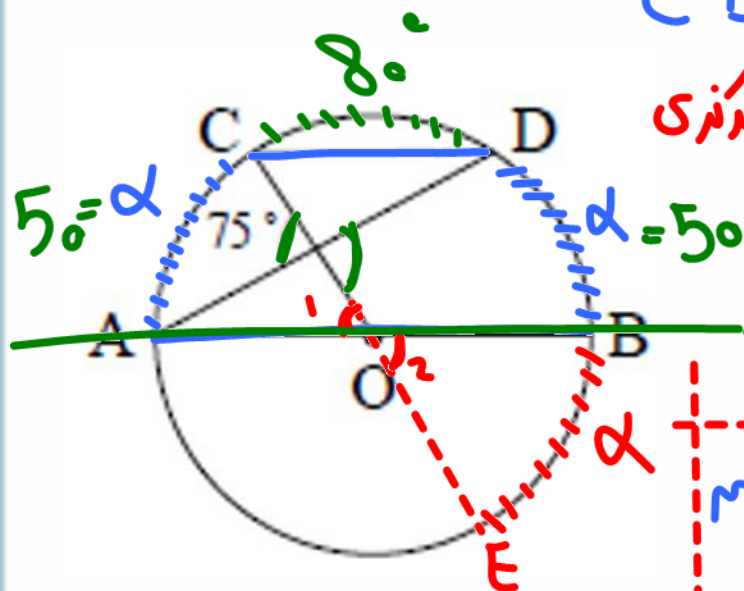


② کمان‌های ابواب دو وتر مساوی به هم برابرند.

۶- در دایره شکل مقابل O مرکز و  $CD \parallel AB$ ، اندازه کمان  $\widehat{CD}$  را به دست آورید.

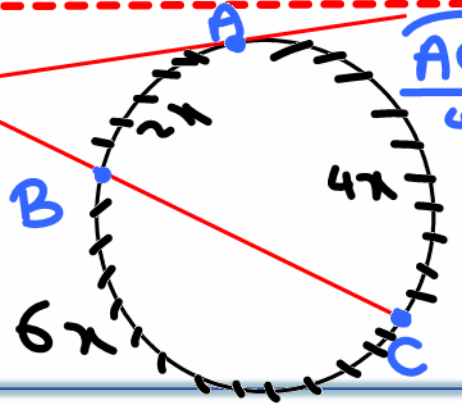
$$CD \parallel AB \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} = \alpha$$

$$\widehat{O_1} = \widehat{O_2} = \alpha \Rightarrow \widehat{BE} = \alpha$$



$$\Rightarrow 75^\circ = \frac{\alpha + 2\alpha}{2} \Rightarrow 3\alpha = 150^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

در کسین مقابل رابطی  $\frac{AC}{4} = \frac{BC}{6} = \frac{AB}{2}$  بدرقارات زاویه منسوب به؟



$$2x + 4x + 6x = 180$$

$$\Rightarrow 12x = 180 \rightarrow x = \frac{180}{12} = 15^\circ$$

$$\hat{M} = \frac{4x - 2x}{2} = \frac{2x}{2} = x = 15^\circ$$

$$\frac{AC}{4} = \frac{BC}{6} = \frac{AB}{2} = x$$





$$\widehat{AC} = 4x, \widehat{BC} = 6x, \widehat{AB} = 2x$$

$$x^2 = 3 \times 7$$

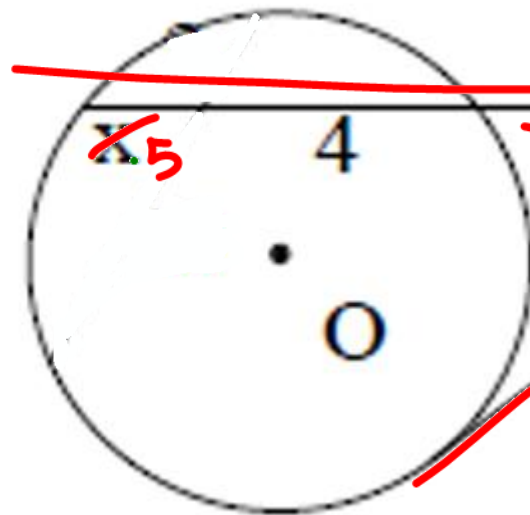
$$x^2 = 21 \rightarrow x = \sqrt{21}$$

$$MT^2 = MA \times MB$$

مربع:  $MT^2 = MA \times MB$  (مربع:  $MT^2 = MA \times MB$ )

۷- در شکل زیر مقادیرهای  $x$  و  $y$  را به دست آورید

$$2 \times 10 = x \times 4 \rightarrow x = 5$$



$$6^2 = y(y+9)$$

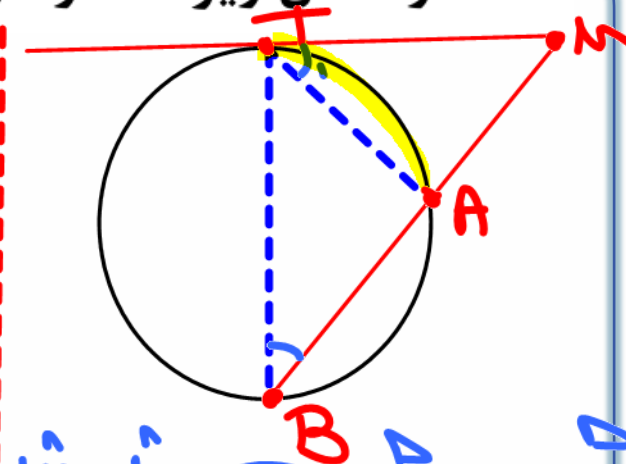
$$36 = y^2 + 9y$$

$$y^2 + 9y - 36 = 0$$

$$(y-3)(y+12) = 0$$

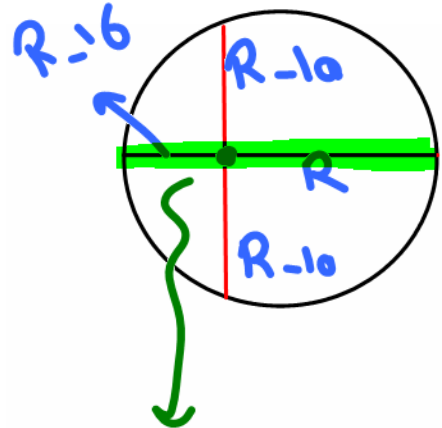
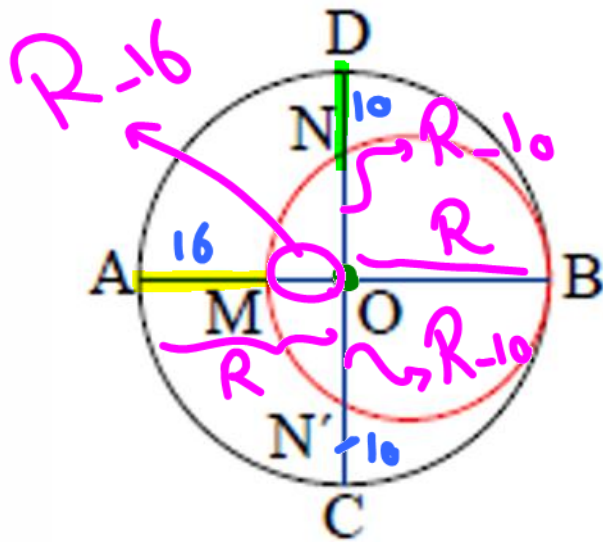
$$y = 3$$

$$y = -12$$



$$\frac{AT}{BT} = \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB}$$
$$MT^2 = MA \times MB$$

۸- در شکل مقابل، دو دایره بر هم مماس و دو قطر  $AB$  و  $CD$  از دایره بزرگ تر بر هم عمودند، اگر  $AM=16$  و  $ND=10$  شعاع های دو دایره را پیدا کنید.



$$\Rightarrow R(R-16) = (R-10)^2$$

$$R^2 - 16R = R^2 - 20R + 100$$

$$4R = 100 \Rightarrow R = 25$$

$$2r = R - 16 + R$$

$$2r = 34 \rightarrow r = 17$$

متقاطعند!

مساوی به هم نرسیده ← هاس بیرون  
مساوی گذشته ← هاس درون  
بزرگتر از هم نرسیده ← متقاطع  
کوچتر از هم نرسیده ← متداخل

بین  $d$  و  $r$

$$d^2 - R^2 = (0-5)(0+5)$$

۹- طول خط المکزین دو دایره مماس درونی ۲ سانتی متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها  $16\pi$  سانتی متر مربع است. طول شعاع های دو دایره را به دست آورید.

$$d = R - r = 2$$

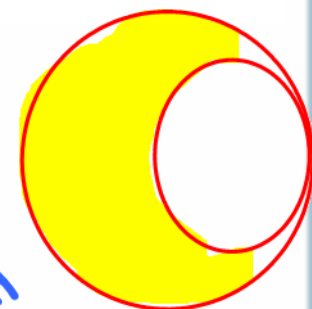
$$16\pi = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$$

$$R^2 - r^2 = 16$$

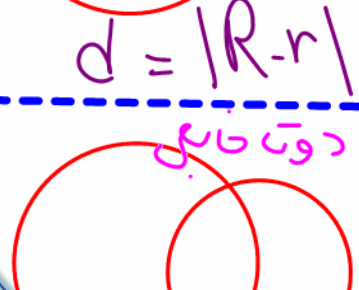
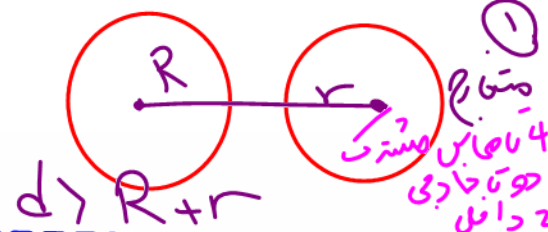
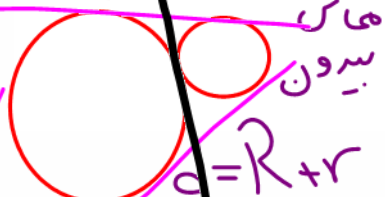
$$R^2 - r^2 = 16$$

$$(R-r)(R+r) = 16$$

$$\begin{cases} R-r=2 \\ R+r=8 \\ \hline R=5, r=3 \end{cases}$$



3 حالتی داریم  
دو ناحیه داخلی  
یک ناحیه خارجی



$$|R-r| < d < R+r$$



و مسافت دو دایره  $C(8, 0)$  ،  $C'(5, 6)$  و خط المکزین ۱۵ را مشخص کنید.  
 $d=15$   $r=5$   $\Rightarrow$  متقاطع!  
 $R=8$

۱۰- طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی  $3\sqrt{7}$  و طول مماس مشترک داخلی آنها  $\sqrt{15}$  و طول خط المکزین آنها مساوی ۸ باشد.

$$T T' = 3\sqrt{7} = \sqrt{64 - (R - r)^2} \Rightarrow 63 = 64 - (R - r)^2 \Rightarrow R - r = 1$$

$$T T' = \sqrt{15} = \sqrt{64 - (R + r)^2} \Rightarrow 15 = 64 - (R + r)^2 \Rightarrow R + r = 7$$
$$2R = 8 \Rightarrow R = 4$$
$$r = 3$$

۱۱- مقدار  $a$  را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۸ و ۲ و خط مرکزین  $\checkmark$   $\checkmark$   $R$

$d=10$ ، برابر  $3a-1$  باشد، سپس تعیین کنید این دو دایره چند مماس مشترک داخلی دارند؟

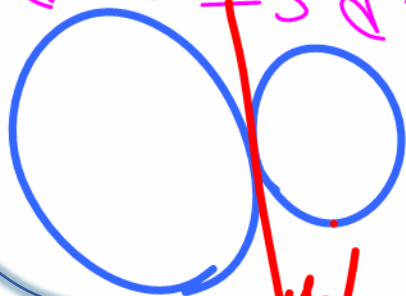
$$3a-1 = \sqrt{10^2 - (8-2)^2}$$

$$100 - 36 = 64$$

$$3a-1 = 8 \Rightarrow 3a = 9$$

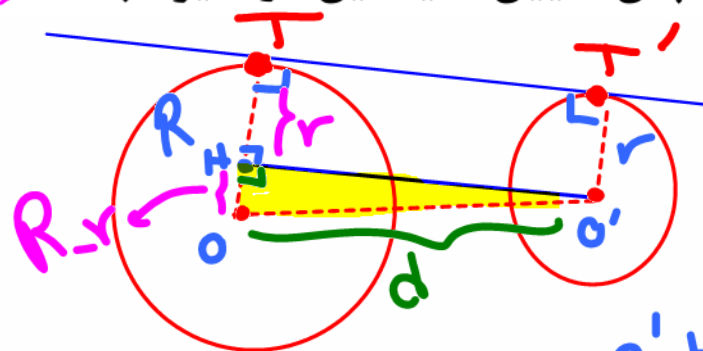
$$\Rightarrow \boxed{a=3}$$

$$d=10 \Rightarrow d=R+r$$



مماس خارجی

که مماس  
مستقیم داخلی



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R-r)^2}$$

① از مرکز دایره کوچک به

نقطه دایره بزرگ یک خط عمود می‌کشیم!

$$\begin{cases} TT' = O'H \\ HT = r \end{cases} \xrightarrow{\text{مستطیل } O'HTT'}$$

$$\xrightarrow{OH \perp O'T} d^2 = O'H^2 + O'H^2$$

$$d^2 = TT'^2 + (R-r)^2 \Rightarrow TT' = \sqrt{d^2 - (R-r)^2} \quad ②$$

$$TT'_{\text{داخلی}} = \sqrt{d^2 - (R+r)^2}$$



$$r_a = \frac{S}{P-a}$$

شعاع دایره‌ی  
محاطی خارجی وادربدا

$$r_b = \frac{S}{P-b}$$

شعاع دایره‌ی  
محاطی خارجی وادربدا

$$r_c = \frac{S}{P-c}$$

شعاع دایره  
محاطی خارجی وادربدا

$$r = \frac{S}{P}$$

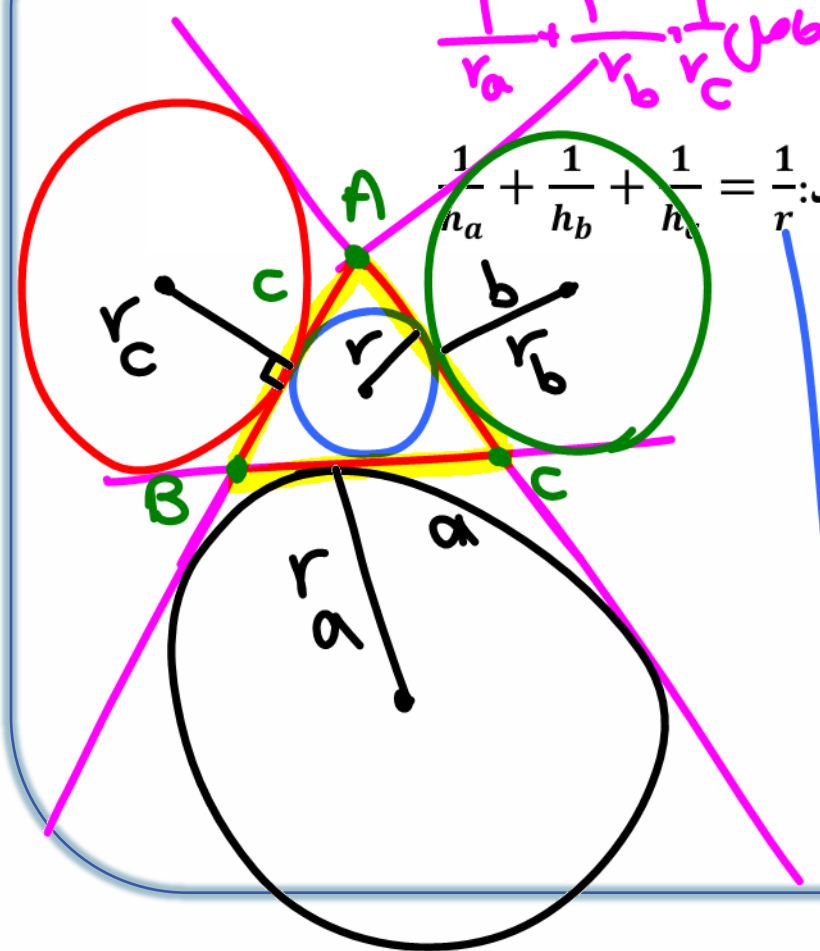
شعاع دایره‌ی محاطی  
داخلی

۱۲- اگر  $r_a, r_b, r_c$  شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان

دهید:  $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$

این شعاع دایره محاطی داخلی یک مثلث ۴ به ۴ حاصل می‌شود

به همین ترتیب اگر  $h_a, h_b, h_c$  اندازه‌های سه ارتفاع باشند، نشان دهید:  $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$



$$\frac{1}{\frac{S}{P-a}} + \frac{1}{\frac{S}{P-b}} + \frac{1}{\frac{S}{P-c}} = \frac{P-a}{S} + \frac{P-b}{S} + \frac{P-c}{S}$$

$$= \frac{3P - 2P}{S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$

$$S = \frac{1}{2} h_a \times a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}$$

$$= \frac{1}{2} h_b \times b \Rightarrow h_b = \frac{2S}{b}$$

$$\frac{1}{\frac{2S}{a}} + \frac{1}{\frac{2S}{b}} + \frac{1}{\frac{2S}{c}} \Rightarrow \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{2P}{2S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$



دایره های داخلی و خارجی یک مثلث  
 اگر شعاع های خارجی یک مثلث ۴، ۳ و ۱۲ باشد شعاع دایره معالی داخلی را بیابید؟

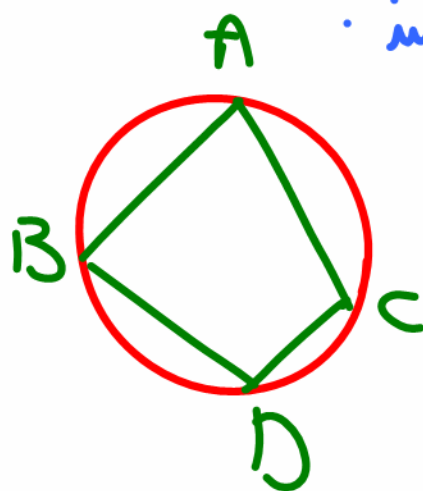
$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

۱۳- نقاط  $A(2.0)$ ،  $B(5.0)$  و  $C(5.2)$  رأس های یک مثلث هستند.

الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه  $90^\circ +$  رسم کنید.

ب) طول و شیب ضلع  $AC$  و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.

نکته: در هر چهار ضلعی معالی، مجموع زوایای مقابل یکسانند.



مثال:  $\hat{A} + \hat{D} = 180$

$$\frac{\widehat{BDC}}{2} + \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{360}{2} = 180^\circ \checkmark$$



$$2\sqrt{Rr}$$

۱۴- ثابت کنید در حالتی که دو دایره مماس خارج است مماس مشترک خارجی از رابطه‌ی  $TT' = 2\sqrt{Rr}$  بدست می‌آید.

دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۹ مماس خارجند مماس مشترک خارجی آن‌ها ۱۲ است.

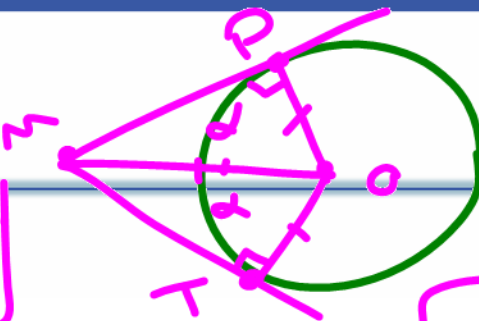
$$2\sqrt{9 \times 4} = 12$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R-r)^2} \quad d = R+r \quad \rightarrow \quad TT' = \sqrt{(R+r)^2 - (R-r)^2}$$

$$= \sqrt{\cancel{R^2} + 2Rr + \cancel{r^2} - \cancel{R^2} + 2Rr - \cancel{r^2}} = \sqrt{4Rr} = 2\sqrt{Rr}$$



\* مماس‌های رسم‌ننده از یک نقطه بر دایره با هم برابرند



۱۵- یک چهار ضلعی محیطی است اگر و تنها اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع آن برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر باشد.

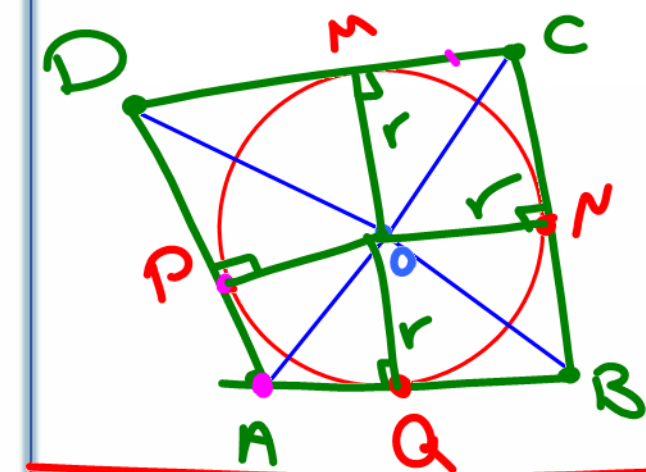
$$\text{مثال: } DC + AB = AD + BC$$

مماس‌های P, Q, M, N: فرض

$$DC + AB = DM + MC + \cancel{AQ} + \cancel{QB}$$

$$= \underline{DP} + \underline{CN} + \underline{AP} + \underline{BN}$$

$$= AD + BC$$



$$S = S_{ODC} + S_{ODA} + S_{OAB} + S_{OBC}$$

$$S = \frac{1}{2} r \times DC + \frac{1}{2} r \times AD + \frac{1}{2} r \times AB + \frac{1}{2} r \times BC$$

$$S = \frac{1}{2} r (DC + AD + AB + BC)$$

$$S = \frac{1}{2} r \times 2P \Rightarrow r = \frac{S}{P}$$

۱۶- اگر نقاط تماس دایره محاطی داخلی مثلث ABC با اضلاع آن N, M و P باشند و T و T' نقطه‌های تماس یک دایره محاطی خارجی با خطهای شامل دو ضلع باشند، نشان دهید:

$$AM = AN = P - a$$

$$2P = AB + AC + BC$$

$$2P = AN + \cancel{NB} + AM + MC + BD + DC$$

$$2P = AN + BD + AN + DC + BD + DC$$

$$2P = 2AN + 2BD + 2DC \Rightarrow 2P = 2AN + 2a$$

$$\Rightarrow P = AN + a \Rightarrow AN = P - a$$

نم:

$$AT = AT' = P$$

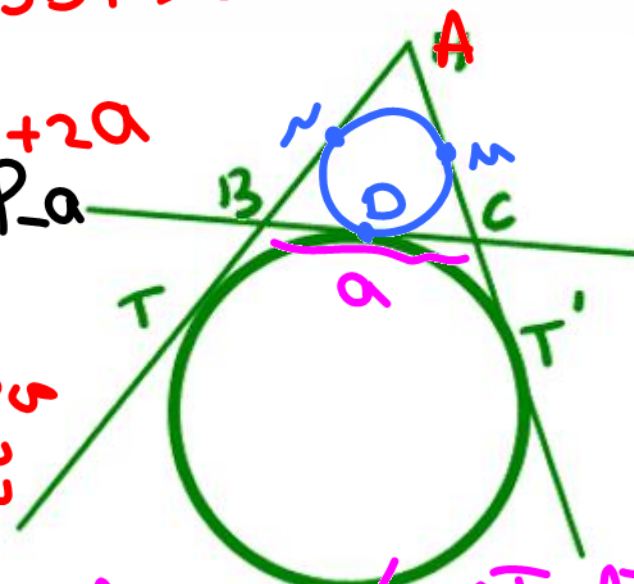
دایره‌های مماس از یک نقطه به دایره با هم برابرند  
پس  $BD = BT$  و  $CD = CT'$  و  $AT = AT'$

$$2P = AB + AC + \cancel{BC}$$

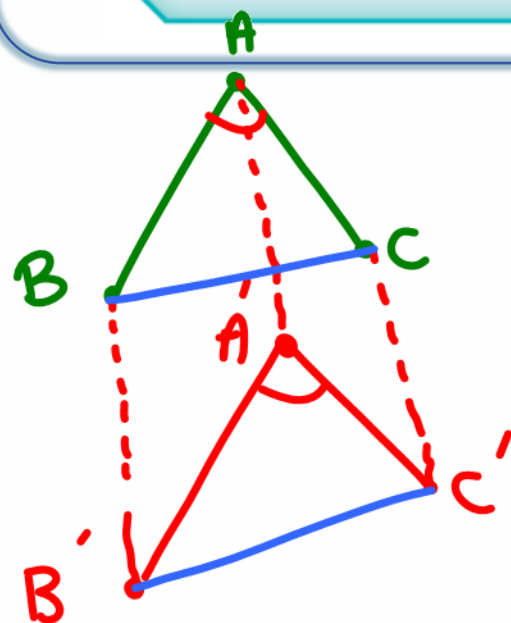
$$2P = AB + AC + \cancel{BD} + \cancel{DC}$$

$$= AB + AC + BT + CT'$$

$$2P = AT + AT' \xrightarrow{AT = AT'} 2P = 2AT \Rightarrow P = AT$$



قضیه: در هر تبدیل طولی، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازه آن است.



تبدیل طولی: فرض

$$\hat{A} = \hat{A}' \quad \text{معم}$$

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'$$

**قضیه:** در هر بازتاب، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

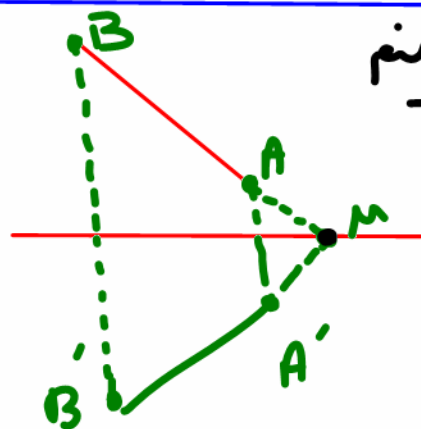
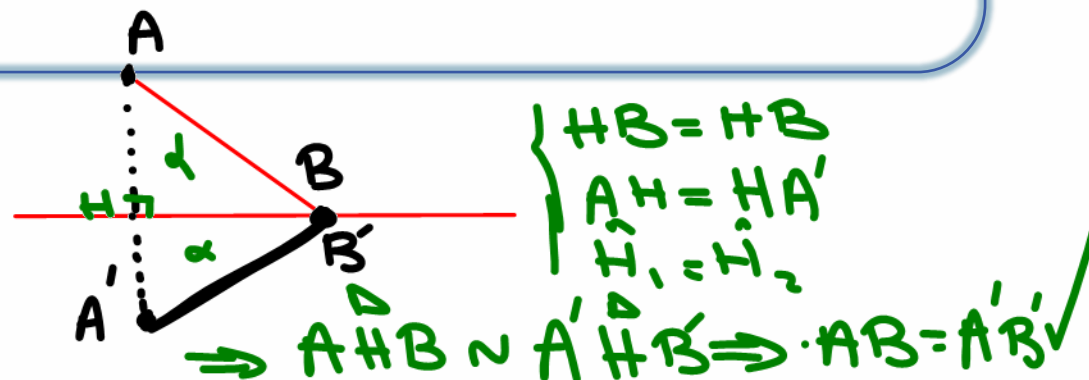
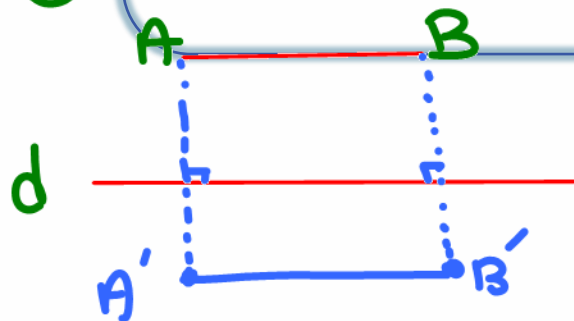
فرض:  $AB = A'B'$

$AB \parallel A'B'$  فرض

متوازی  $AB \parallel A'B'$

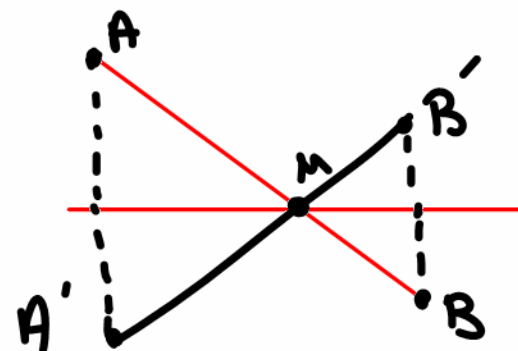
$AB = A'B' \checkmark$

①



③  $\begin{cases} MB = MB' \\ MA = MA' \end{cases}$  می دانیم

$AB = A'B' \checkmark$



④  $\begin{cases} MA = MA' \\ MB = MB' \end{cases}$  می دانیم

$AB = A'B' \checkmark$

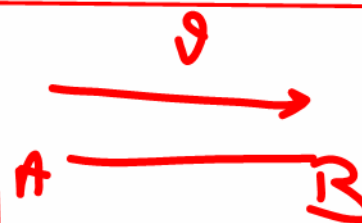
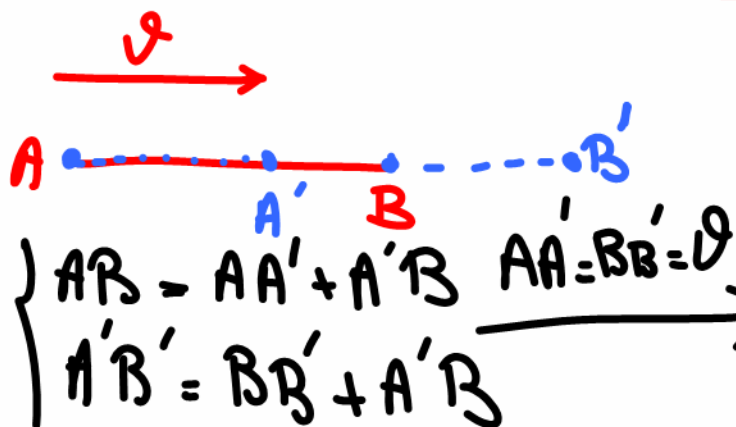
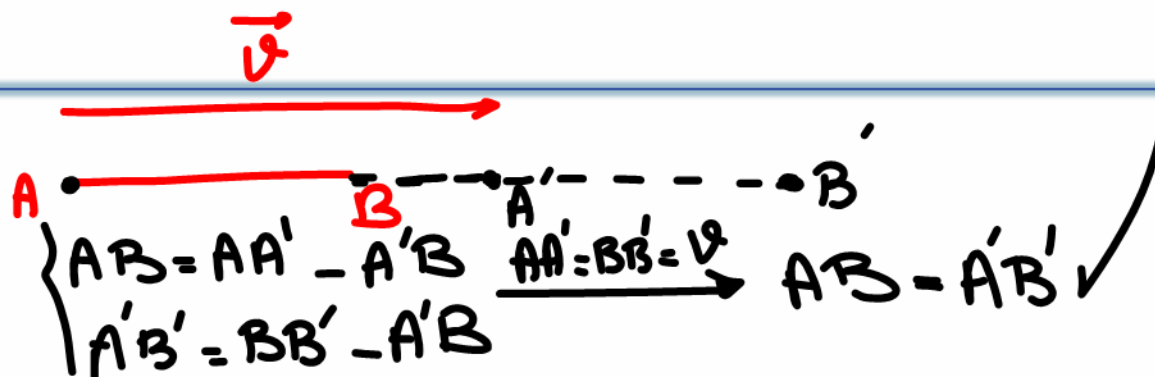
**قضیه:** در هر انتقال، اندازه هر پاره خط و اندازه تصویر آن با هم برابرند.

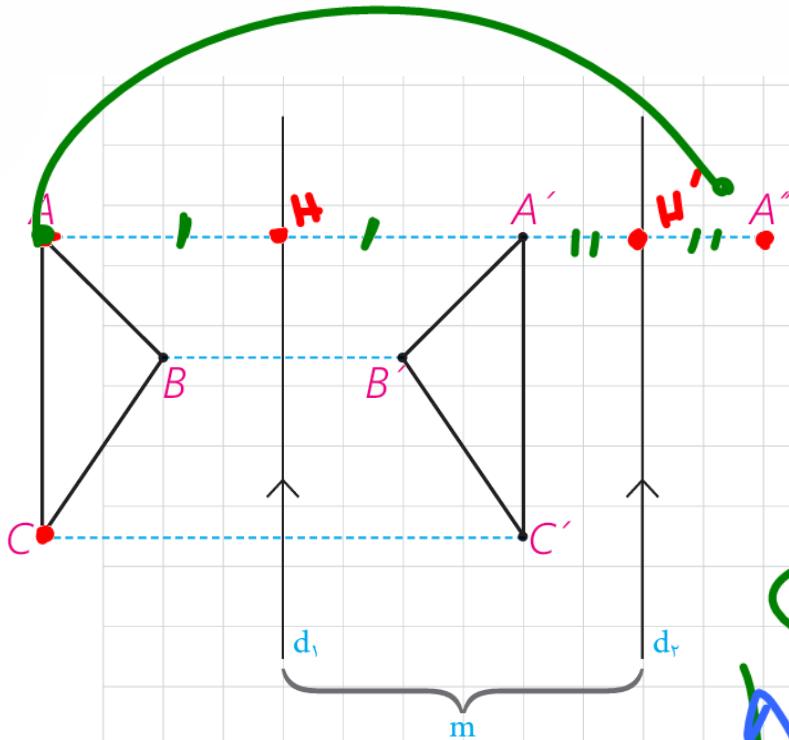
تعریف انتقال: اندازه و جهت بردار انتقال

انتقال مدیج



می‌دانیم انتقال سبب پاره  
خط حفظ می‌کند پس  
متوازی‌الاضلاع  $AA'B'B$   
 $\Rightarrow AB = A'B' \checkmark$

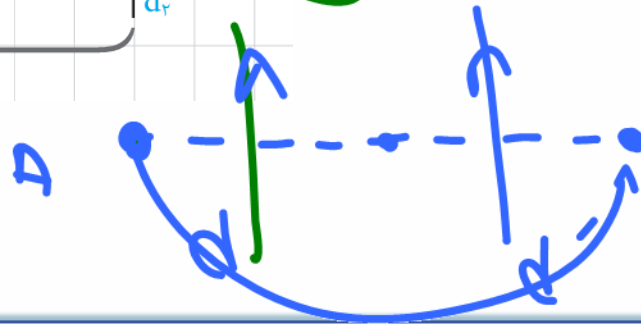


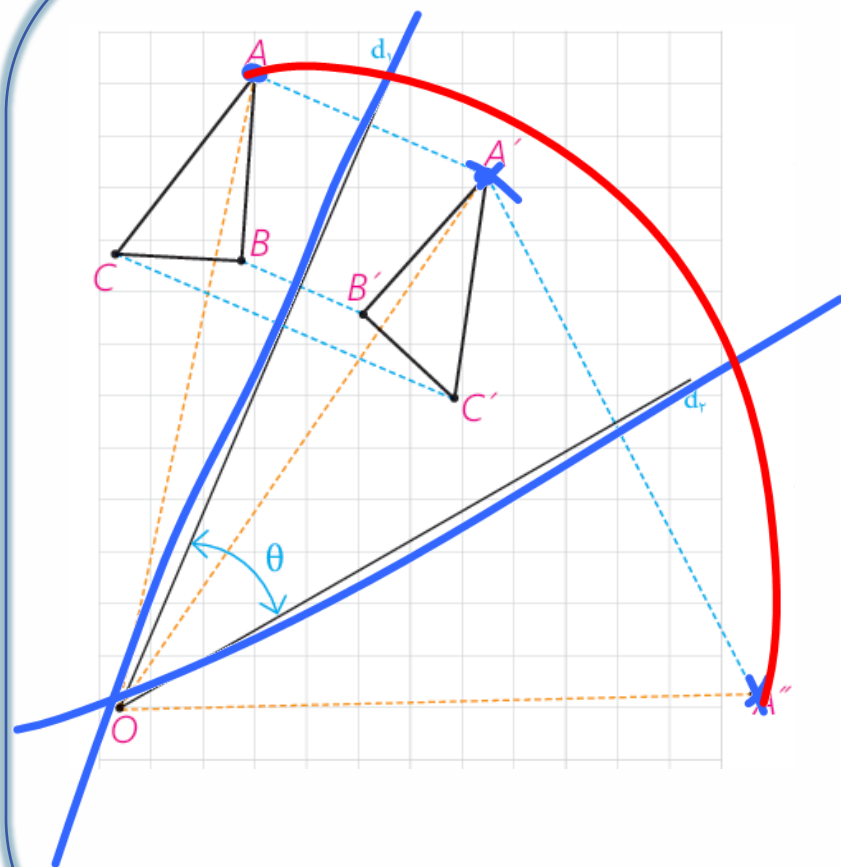


در شکل،  $d_1$  به موازات  $d_2$  و به فاصله  $m$  از آن قرار دارد و مثلث  $A'B'C'$  بازتاب مثلث  $ABC$  نسبت به خط  $d_1$  است. بازتاب مثلث  $A'B'C'$  را نسبت به خط  $d_2$

رسم کنید و آن را  $A''B''C''$  بنامید.  $AA'' = 2m$  الف) نشان دهید  $AA'' = 2m$   
 $AA'' = AH + A'H + A'H' + H'A''$   
 $= A'H + A'H + A'H' + A'H'$   
 $= 2A'H + 2A'H' = 2m$  ب) اندازه  $BB''$  و  $CC''$  چقدر است؟  
 پ) با چه تبدیلی می توان مثلث  $A''B''C''$  را تصویر  $ABC$  دانست؟ چه نتیجه ای

می گیرید؟  
 دو بازتاب متوالی با دو خط موازی همان انتقال است!





در شکل، دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با زاویه  $\theta$  یکدیگر را قطع کرده‌اند. مثلث  $A'B'C'$  بازتاب مثلث  $ABC$  نسبت به خط  $d_1$  است. بازتاب مثلث  $A'B'C'$  را نسبت به خط  $d_2$  رسم کنید و آن را  $A''B''C''$  بنامید.

الف) نشان دهید:  $\angle AOA'' = 2\theta$

ب) اندازه  $\angle COC''$  و  $\angle BOB''$  چقدر است؟

پ) با چه تبدیلی می‌توان مثلث  $A''B''C''$  را تصویر  $ABC$  دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

\* دو بازتاب متوالی نسبت به دو خط متقاطع

دوران است



نقطه  $A$  به فاصله  $2\sqrt{6}$  از خط  $d$  قرار دارد. تصویر نقطه  $A$  را تحت بازتاب نسبت به خط  $d$ ، نقطه  $A'$  می‌نامیم. نقطه  $A$  را حول نقطه  $A'$  به اندازه  $120^\circ$  درجه دوران می‌دهیم تا نقطه  $A''$  حاصل شود. طول پاره خط  $AA''$  را محاسبه کنید.



طبق تعریف دوران مرکز دوران از دو نقطه  
 $\hat{A'A} = \hat{A'A''}$  ثابت است.

\* در مثلث متساوی الساقین ارتفاع، میانه، بزرگترین، کوچکترین و دایره محاطه  
 برهم منطبقند.  $\Rightarrow A''H = 2\sqrt{6} = \frac{A''H}{4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 30^\circ$

$$AA'' = 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2} \checkmark$$



# هندسه ایمان ساریخانی

[www.sakkoo.ir](http://www.sakkoo.ir)

[t.m/Sakkoo\\_edu2](https://t.me/Sakkoo_edu2)