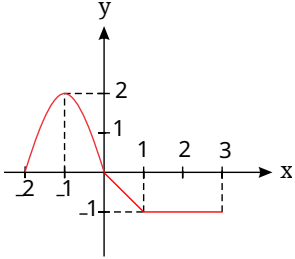
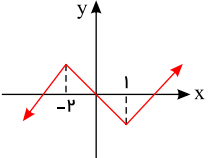
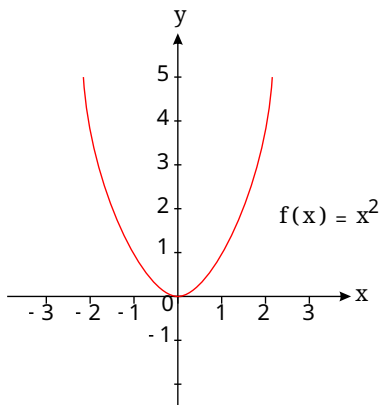
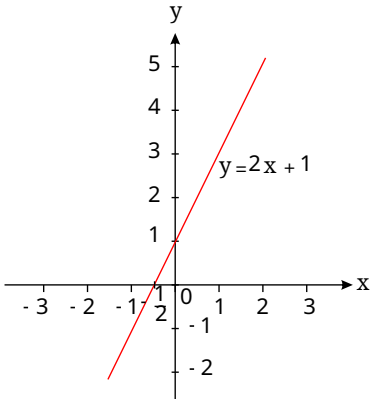
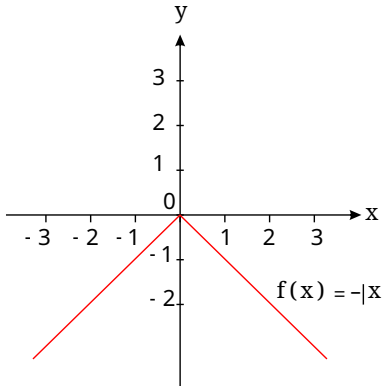
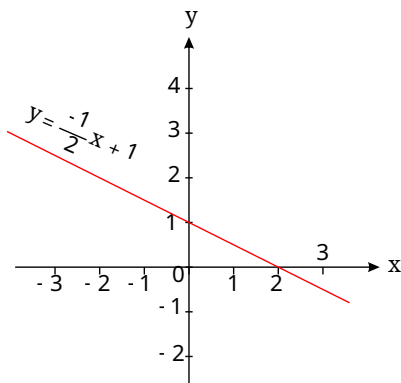
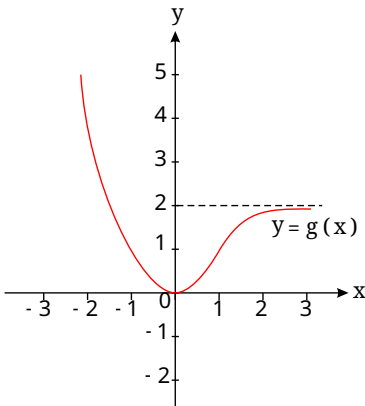
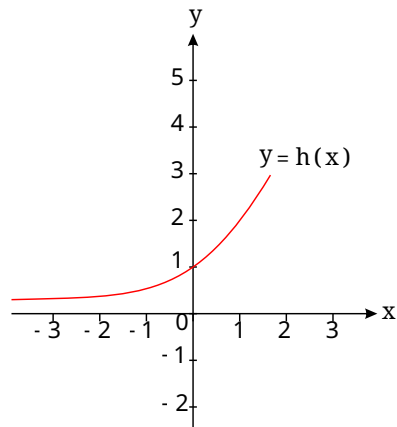
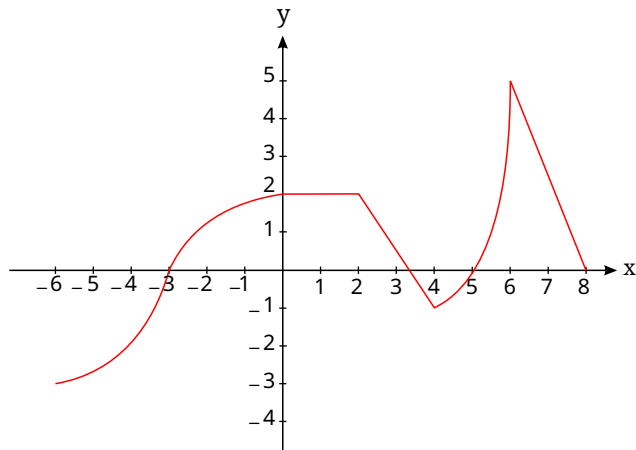


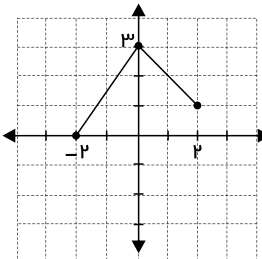
ردیف	نمره	
۱		نمودار تابع $y = f(-2x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -2f(x-2)$ را رسم کنید. 
۲		نمودار تابع مقابل را رسم کرده و از روی آن نمودار توابع زیر را رسم کنید. $f(x) = \begin{cases} x , & -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x-1}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ الف) $y = -f(-2x)$ ب) $y = f(\frac{1}{3}x) + 1$
۳		نمودار تابع f به صورت مقابل است. یکنوایی تابع را بررسی کنید و مشخص کنید تابع در دامنه اش چگونه است؟ 
۴		اگر $f(x) = x^2 - mx + 2$ بر $2x - 4$ بخش پذیر باشد، m را بیابید.
۵		معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $\tan(1 + \frac{x}{2}) \tan(1 - \frac{x}{3}) = 1$ ب) $2 \cos^2 x = \sin x - 1$
۶		معادله مثلثاتی زیر را حل کرده و جواب های واقع در بازه $[0, 2\pi]$ را بیابید. $\sin x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$
۷		اگر خط $y = -3$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{mx - x + 2 }{ 2x + 1 }$ در $+\infty$ باشد، m را بیابید.
۸		دوره تناوب تابع $y = \sin ax$ و $y = \cos ax$ برابر است.

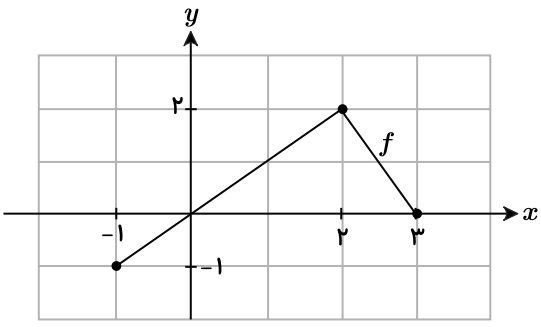
ردیف	نمره
۹	حدود زیر را محاسبه کنید.
الف	$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5}$
ب	$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x}{x - 5}$
پ	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2}$
ت	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x - 3 }$
ث	$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$
ج	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$
۱۰	با توجه به نمودار هر تابع، طرف دوم تساوی‌ها را بنویسید.
الف	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = \dots$ 

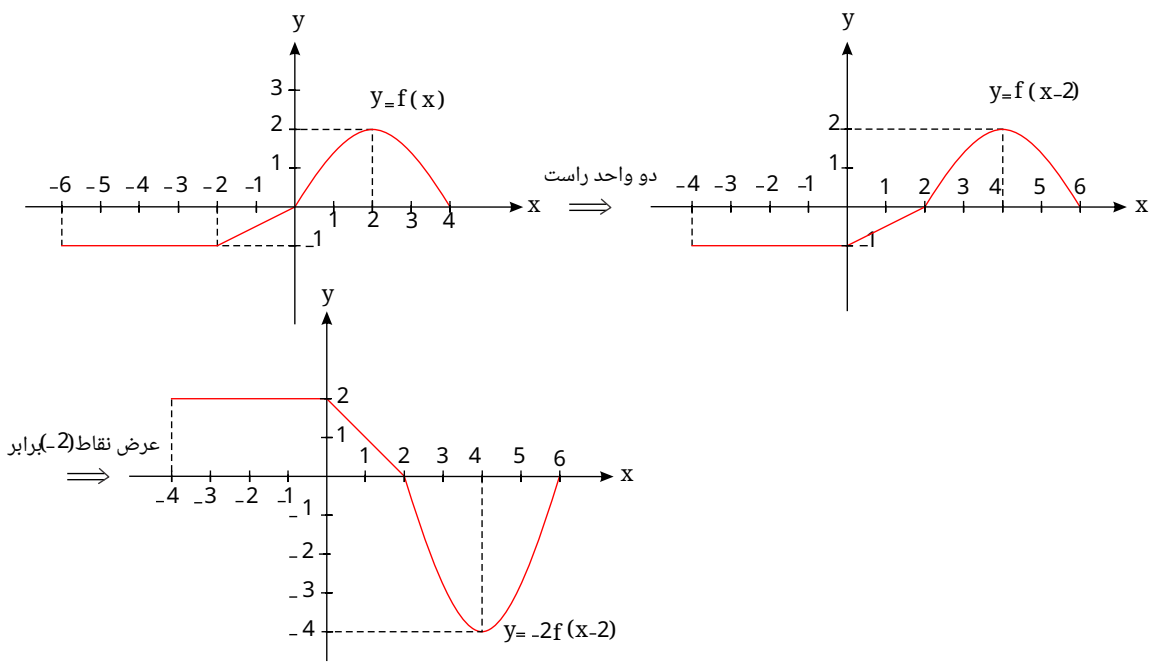
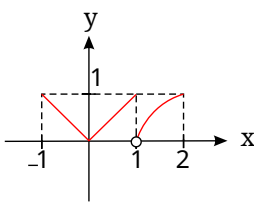
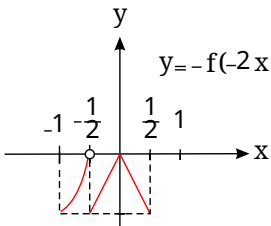
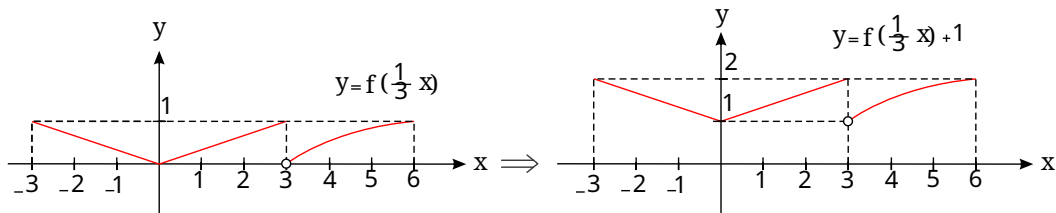
ردیف	نمره	
		ب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1) = \dots$ 
		پ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ 
		ت $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1 \right) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1 \right) = \dots$ 

ردیف	نمره	
		ث $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$ 
		ج $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$ 
۱۱		نمودار توابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی هستند.
		الف $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \quad D_f = [0, 2\pi]$
		ب $g(x) = x + x$
		پ $t(x) = -x^3 - 1$

ردیف	نمره	
۱۲		با استفاده از نمودار تابع زیر مشخص کنید این تابع در چه بازه‌هایی صعودی، نزولی یا ثابت است؟ 
۱۳		تابع $y = x^2 x $ در بازه $(-\infty, a]$ نزولی است، حداکثر مقدار a چقدر است؟
۱۴		هریک از عبارات داده شده را بر حسب $\cos 2x$ بنویسید.
	الف	$\sin^2 x \cos^2 x$
	ب	$\sin^2 x + 1$
	پ	$\cos^2 x$
۱۵		درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
	الف	اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیداً نزولی نیز می‌باشد.
۱۶		در چند جمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a, b را چنان بیابید که باقی‌مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر با ۴ باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.
۱۷		حاصل حدهای زیر را به دست آورید.
	الف	$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$
	ب	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{x - 5} - \frac{2}{x} \right)$

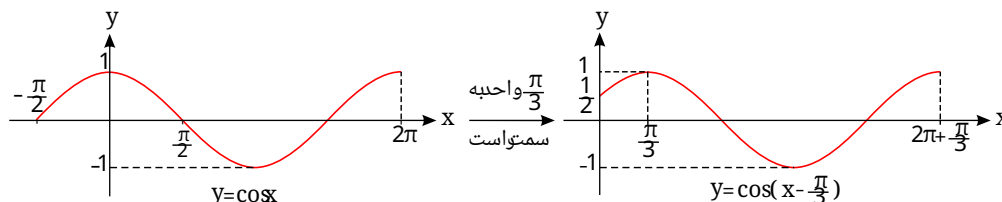
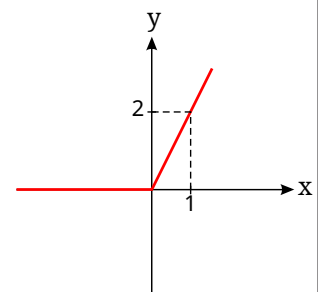
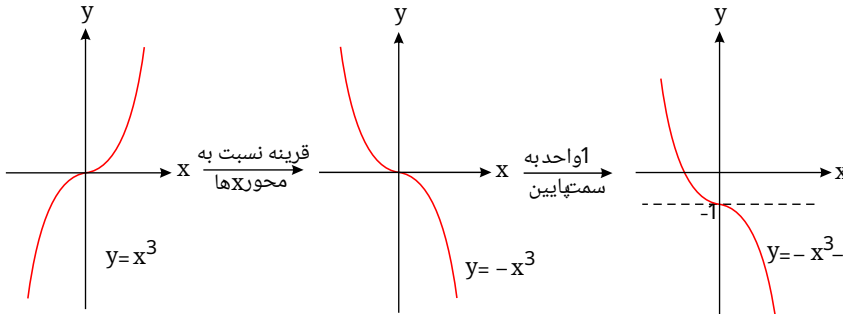
ردیف	نمره	
۱۸		در صورتی که دو چندجمله‌ای $۴ - ۵x + ۲x^2$ و $ax + x^2$ در تقسیم بر $x - ۱$ هم باقی‌مانده باشند، آنگاه مقدار a برابر است با
۱۹		مجاانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{۴x^2 + ۱}{۲x^2 + x}$ را در صورت وجود بیابید.
۲۰		باقی‌مانده تقسیم عبارت‌های $p(x) = x^3 + ax + ۱$ و $q(x) = ۲x^2 - x + ۱$ بر $(x + ۲)$ یکسان است. مقدار a را بیابید.
۲۱		نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x - ۱)$ را رسم کرده و دامنه تابع g را تعیین کنید. 
۲۲	۲	کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است؟ الف) ماکزیمم تابع $y = -۴ \sin(۲x) + ۳$ برابر ۳ است. ب) برد تابع $y = ۲ \tan x$ ، بازه $[۲, +\infty)$ است. ج) جواب معادله $\sin ۳x = ۰$ به صورت $x = \frac{k\pi}{۳}$ است. ($k \in \mathbb{Z}$) د) دوره تناوب تابع $f(x) = \pi \cos(۴\pi x)$ برابر با $\frac{\pi}{۴}$ است.
۲۳	۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow -۲^-} \frac{x - ۱}{x + ۲}$ برابر است. ب) نقطه $A(-۳, -۷)$ بر روی تابع $y = f(x + ۲)$ قرار دارد. نقطه متناظر آن بر روی تابع $y = -f(-۴x) + ۳$ ، نقطه است. ج) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{۲x^2 - ۱}{x^2 + ۳}$ خط است. د) بیشترین مقدار تابع $f(x) = -۳ \sin(۵x) + ۶$ برابر است.
۲۴	۱	معادله $\sin ۳x \cos ۳x = \frac{1}{۲} \sin x$ را حل کنید.

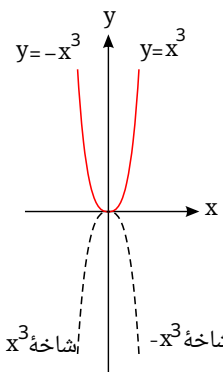
ردیف	نمره	
۲۵	در شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ را رسم کنید. 	۱

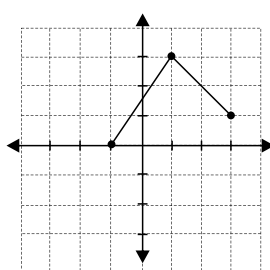
ردیف	نمره	
	با توجه به اینکه برای رسم $y = f(-2x)$ باید در نمودار $y = f(x)$ طول نقاط را بر ۲ تقسیم کنیم، حال برای رسم $y = f(x)$ از روی $y = f(-2x)$ باید در نمودار $y = f(-2x)$ طول نقاط را در ۲ ضرب کنیم. 	۱
	الف) برای رسم $y = -f(-2x)$ در نمودار $y = f(x)$ ابتدا طول نقاط را بر ۲ تقسیم کرده و سپس عرض نقاط را در ۱ ضرب می‌کنیم.   ب) برای رسم $y = f(\frac{1}{3}x) + 1$ در نمودار $y = f(x)$ ابتدا طول نقاط را بر $\frac{1}{3}$ تقسیم می‌کنیم (در ۳ ضرب می‌کنیم) و سپس نمودار حاصل را یک واحد بالا می‌بریم. 	۲

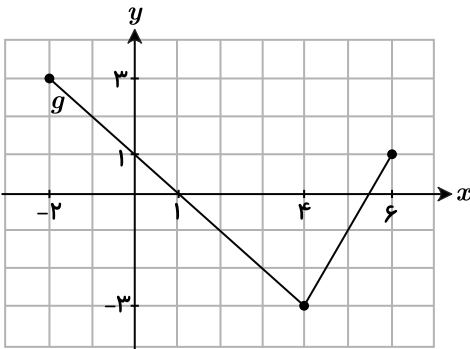
ردیف	نمره
۳	تابع در دامنه اش یعنی $\mathbb{R}$ غیر یکنوا است. اکیداً صعودی $\rightarrow [1, +\infty)$ اکیداً نزولی $\rightarrow [-2, 1]$ اکیداً صعودی $\rightarrow (-\infty, -2]$
۴	برای یافتن باقی مانده باید ریشه مقسوم علیه را در مقسوم قرار دهیم. $2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 4 - 2m + 2 = 0$ $\Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow \boxed{m = 3}$
۵	نکته: $\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot \alpha$ نکته: $\tan u = \tan v \rightarrow u = k\pi + v$ نکته: $\sin u = 1 \rightarrow u = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ الف) $\tan(1 + \frac{x}{2}) \tan(1 - \frac{x}{3}) = 1 \Rightarrow \tan(1 + \frac{x}{2}) = \frac{1}{\tan(1 - \frac{x}{3})}$ $\Rightarrow \tan(1 + \frac{x}{2}) = \cot(1 - \frac{x}{3}) = \tan(\frac{\pi}{2} - (1 - \frac{x}{3})) \Rightarrow \tan(1 + \frac{x}{2}) = \tan(\frac{\pi}{2} - 1 + \frac{x}{3})$ $\Rightarrow 1 + \frac{x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} - 1 + \frac{x}{3} \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} - 2 \Rightarrow x = 6k\pi + 3\pi - 12$ ب) $2 \cos^2 x = \sin x - 1 \Rightarrow 2(1 - \sin^2 x) = \sin x - 1 \Rightarrow 2 - 2 \sin^2 x = \sin x - 1$ $\Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0, \sin x = t \Rightarrow 2t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1, t = -\frac{3}{2}$ $\Rightarrow \sin x = -\frac{3}{2}$ غ ق ق ق , $\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$
۶	$\sin x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x + 1 - \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0$ $\Delta = 1 + 3 = 4 \Rightarrow \sin x = \frac{1 \pm 2}{2} = \frac{3}{2}, \frac{-1}{2}$ $\sin x = \frac{3}{2}$ غیر قابل قبول $\sin x = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \quad (1) \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \quad (2) \end{cases}$ (۱) $\Rightarrow x = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$ (۲) $\Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}$
۷	برای داشتن مجانب افقی، حد تابع وقتی x به بی نهایت میل می کند را پیدا می کنیم: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx - \overbrace{ x+2 }^{\text{مثبت}}}{\underbrace{ 2x+1 }_{\text{مثبت}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx - (x+2)}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-1)x}{2x}$ $= \frac{m-1}{2} = -3 \Rightarrow m-1 = -6 \Rightarrow m = -5$
۸	$\frac{\pi}{ a }$

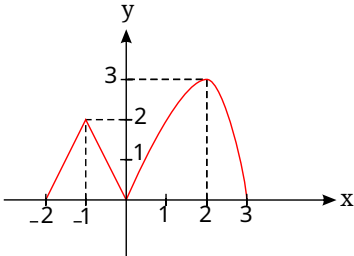
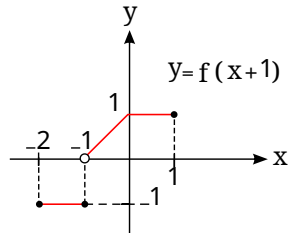
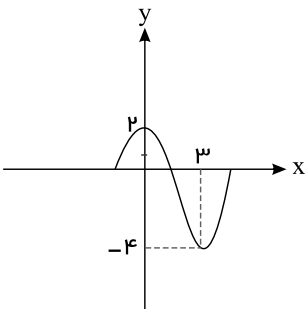
ردیف	نمره
۹	
الف	$\lim_{x \rightarrow \delta^-} \frac{2x}{x - \delta} = \frac{1 \circ}{\delta^- - \delta} = \frac{1 \circ}{\circ^-} = -\infty$
ب	$\lim_{x \rightarrow \delta^+} \frac{2x}{x - \delta} = \frac{1 \circ}{\delta^+ - \delta} = \frac{1 \circ}{\circ^+} = +\infty$
پ	$\lim_{x \rightarrow \circ} \frac{-1}{x^r} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{-1}{x^r} = \frac{-1}{\circ^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{-1}{x^r} = \frac{-1}{\circ^+} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{حد تابع در } x = \circ \text{ برابر } -\infty \text{ است.}$
ت	$\lim_{x \rightarrow r} \frac{2}{ x - r } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{2}{ x - r } = \frac{2}{\circ^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow r^-} \frac{2}{ x - r } = \frac{2}{\circ^+} = +\infty \end{cases} \Rightarrow \text{حد تابع در } x = \circ \text{ برابر } +\infty \text{ است.}$
ث	$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{r})} \frac{[x]}{ rx + 1 } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{r})^+} \frac{[x]}{ rx + 1 } = \frac{[-(\frac{1}{r})^+]}{\circ^+} = \frac{-1}{\circ^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{r})^-} \frac{[x]}{ rx + 1 } = \frac{[-(\frac{1}{r})^-]}{\circ^+} = \frac{-1}{\circ^+} = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{حد تابع در } x = -\frac{1}{r} \text{ برابر } -\infty \text{ است.}$
ج	$\lim_{x \rightarrow \circ} \frac{x + 1}{\sin^r x} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x + 1}{\sin^r x} = \frac{1}{(\circ^+)^r} = \frac{1}{\circ^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{x + 1}{\sin^r x} = \frac{1}{(\circ^-)^r} = \frac{1}{\circ^+} = +\infty \end{cases} \Rightarrow \text{حد تابع در } x = \circ \text{ برابر } +\infty \text{ است.}$
۱۰	
الف	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^r = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^r = +\infty$
ب	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (rx + 1) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (rx + 1) = +\infty$
پ	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
ت	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{r}x + 1\right) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{r}x + 1\right) = -\infty$
ج	$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \circ \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$

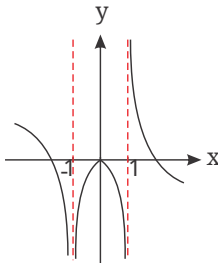
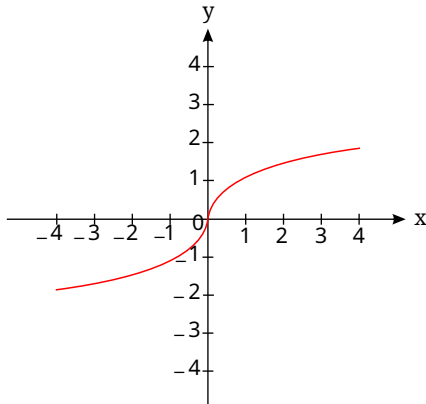
ردیف	نمره	
		ث $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$
		ج $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$
۱۱		الف برای رسم نمودار $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$ در فاصله $D_f = [0, 2\pi]$ کافی است نمودار $y = \cos x$ را در راستای محور طول‌ها به اندازه $\frac{\pi}{3}$ به سمت راست انتقال دهیم:  به جای اینکه نمودار را $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست ببرید می‌توان محور y را همین اندازه به سمت چپ کشید!
		ب برای رسم تابع g ابتدا با توجه به مفهوم قدر مطلق، تابع را به صورت دو ضابطه‌ای تبدیل کرده و رسم می‌کنیم: $g(x) = x + x = \begin{cases} x + x = 2x & ; x \geq 0 \\ x - x = 0 & ; x < 0 \end{cases}$ → حالا رسم کن  از این نمودار دیده می‌شود که تابع g برای $x \leq 0$ ثابت و برای $x \geq 0$ صعودی اکید و در کل صعودی است.
		پ نمودار تابع $t(x) = -x^3 - 1$ را به کمک انتقال نمودار پایه $y = x^3$ مطابق مکانیسم زیر رسم کرده و از آن نتیجه می‌گیریم که تابع روی $D_t = \mathbb{R}$ اکیداً نزولی است. 
۱۲		از نمودار پیداست که تابع در بازه $(-\infty, 0]$ اکیداً صعودی و در بازه $[0, 2]$ ثابت و لذا در اجتماع این دو بازه، یعنی در $(-\infty, 2]$، صعودی است. به همین صورت، تابع در بازه‌های $[2, 4]$ و $[6, 8]$ اکیداً نزولی و در بازه $[4, 6]$ اکیداً صعودی است. حالا به عقیده شما تابع در بازه $[2, 8]$ چگونه رفتاری دارد؟! آری درست است؛ رفتاری غیر یکنوا دارد.

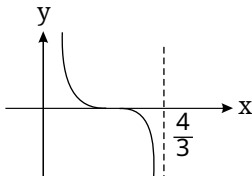
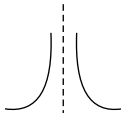
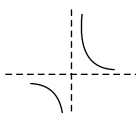
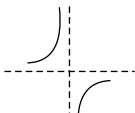
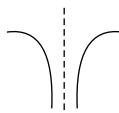
ردیف	نمره
۱۳	برای اینکه ببایم تابع در چه فاصله‌ای نزولی است، پیشنهاد می‌کنیم نمودار آن را رسم کنید. (اساساً این شعار من است که: همه چیز در نمودار نمود پیدا می‌کند!) با توجه به وجود قدر مطلق و مفهوم آن تابع را دو ضابطه‌ای می‌کنیم: $y = x^2 x = \begin{cases} x^3 & x \geq 0 \\ -x^3 & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{حالا رسم کن}}$  حالا دیگر معلوم شد که تابع در فاصله $(-\infty, 0]$ اکیداً نزولی و در بازه $[0, +\infty)$ اکیداً صعودی است که با مقایسه نزولی بودن تابع در بازه $(-\infty, a]$ مشخص می‌شود که باید $a = 0$ باشد. دقت کنید که تابع $y = x^2 x$ علی‌رغم شبیه بودن نمودار آن به $y = x^2$، با این تابع یکی نیست!
۱۴	
الف	می‌دانیم: $\begin{cases} \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \\ \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \end{cases}$ بنابراین: $\sin^2 x \cos^2 x = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right) \left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right) = \frac{1 - (\cos 2x)^2}{4}$
ب	می‌دانیم: $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ بنابراین: $\sin^2 x + 1 = \frac{1 - \cos 2x}{2} + 1 = \frac{3 - \cos 2x}{2}$
پ	می‌دانیم: $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ بنابراین: $\cos^2 x = \left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right)^2 = \frac{(\cos 2x)^2 + 2 \cos 2x + 1}{4}$
۱۵	
الف	نادرست
۱۶	نکته: باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از: $r(x) = f(-\frac{b}{a})$ $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow p(1) = 4 \rightarrow a + b = 3 \quad (1)$ $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \rightarrow p(-2) = 0 \rightarrow 4a + b = 8 \quad (2)$ در نتیجه با حل دستگاه معادله (۱) و (۲) داریم: $a = \frac{5}{3}, \quad b = \frac{4}{3}$
۱۷	
ب	با استفاده از قاعده پرتوان برای کسر اول و همچنین $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$ داریم: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x}{x} - 0\right) = 3 - 0 = 3$

ردیف	نمره	
		الف با توجه به اینکه $\lim_{x \rightarrow 3^+} [x] = 3$ داریم: $\frac{[3^+] - 2}{3 - 3^+} = \frac{3 - 2}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$
		ب با استفاده از قاعده پرتوان برای کسر اول و همچنین $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 0$ داریم: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x}{x} - 0 \right) = 3 - 0 = 3$
۱۸		ریشه مقسوم علیه یعنی ۱ را در دو چندجمله ای قرار داده و سپس باقی مانده ها را باهم مساوی قرار می دهیم. $2(1)^2 - 5(1) + 4 = 1^2 + a(1) \Rightarrow 1 = 1 + a \Rightarrow a = 0$
۱۹		برای بررسی داشتن مجانب قائم، ریشه های مخرج را پیدا می کنیم: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \infty$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad 2x^2 + x = 0$ برای داشتن مجانب افقی، حد تابع وقتی x به بی نهایت میل می کند را پیدا می کنیم: $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 + 1}{2x^2 + x} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ (مجانب افقی)}$
۲۰		$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -2a - 7 \\ q(-2) = 11 \end{cases} \Rightarrow a = -9$
۲۱		$D_g = [-1, 3]$ 
۲۲	۲	الف) نادرست؛ ماکزیمم تابع $y = -4 \sin(2x) + 3$ برابر است با: $\max = -4 + 3 = 4 + 3 = 7$ (صفحه ۲۷ کتاب درسی) ب) نادرست؛ برد تابع $y = \tan x$ برابر $\mathbb{R}$ و در نتیجه برد تابع $y = 2 \tan x$ نیز برابر $\mathbb{R}$ است. (صفحه ۳۲ کتاب درسی) ج) درست؛ می دانیم اگر $\sin u = 0$ آنگاه $u = k\pi$ پس: $\sin 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}$ (صفحه ۳۵ کتاب درسی) د) نادرست؛ دوره تناوب تابع $f(x) = a \cos(bx) + c$ برابر $T = \frac{2\pi}{ b }$ است، پس: $f(x) = \pi \cos(4\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{ 4\pi } = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ (صفحه ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح:

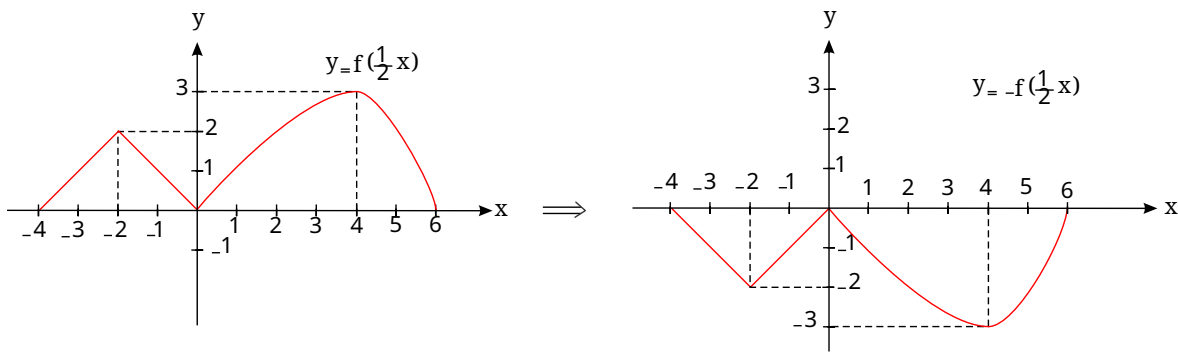
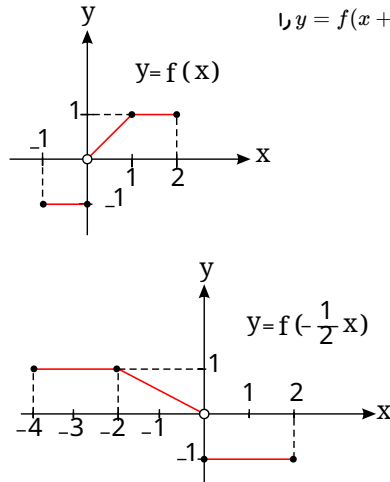
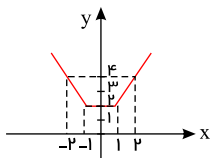
ردیف	نمره	
۲۳	۱	(الف) $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-1}{-x+2} = \frac{-2-1}{-(-2)+2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ (صفحه ۵۳ کتاب درسی) ب) نقطه $A(-3, -7)$ روی تابع $y = f(x+2)$ قرار دارد، پس: $-7 = f(-3+2) \Rightarrow f(-1) = -7$ نقطه متناظر آن بر روی تابع $y = -f(-4x) + 3$ به صورت زیر به دست می‌آید: $-4x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = -f(-1) + 3 = -(-7) + 3 = 10 \Rightarrow A'(\frac{1}{4}, 10)$ (صفحه ۹ کتاب درسی) ج) حد تابع را در $\pm\infty$ بررسی می‌کنیم: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2-1}{x^2+3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ : مجانب افقی}$ (صفحه ۶۷ کتاب درسی) (د) $f(x) = -3\sin(\delta x) + 6 \Rightarrow \max = -3 + 6 = 9$ (صفحه ۲۷ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: (الف) $+\infty$ (۲۵، نمره) ب) $A'(\frac{1}{4}, 10)$ (۲۵، نمره) ج) $y = 2$ (۲۵، نمره) د) ۹ (۲۵، نمره)
۲۴	۱	از فرمول $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ استفاده کرده و داریم: $\sin 3x \cos 3x = \frac{1}{2} \sin x \Rightarrow 2 \sin 3x \cos 3x = \sin x \Rightarrow \sin 2(3x) = \sin x$ $\Rightarrow \sin 6x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 6x = 2k\pi + x \Rightarrow \delta x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \\ 6x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 7x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{7} + \frac{\pi}{7} \end{cases}$ راهنمای تصحیح: (۵، نمره) $\sin 3x \cos 3x = \frac{1}{2} \sin x \Rightarrow 2 \sin 3x \cos 3x = \sin x \Rightarrow \sin 2(3x) = \sin x$ $\Rightarrow \sin 6x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 6x = 2k\pi + x \Rightarrow \delta x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \text{ (۲۵، نمره)} \\ 6x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 7x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{7} + \frac{\pi}{7} \text{ (۲۵، نمره)} \end{cases}$
۲۵	۱	

ردیف	نمره	
۱		نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -f(\frac{1}{p}x)$ را رسم کنید. 
۲		نمودار تابع $y = f(x+1)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(-\frac{1}{p}x)$ را رسم کنید. 
۳		اگر ضابطه تابع وارون تابع $f(x) = \sqrt[3]{x+a} - 2$ به صورت $f^{-1}(x) = (x+b)^3 - 4$ باشد، مقادیر a و b را بیابید.
۴		یکنوایی هر تابع را در دامنه اش بررسی کنید. الف) $f(x) = x^3 + 4x - 1$ ب) $g(x) = -\sqrt[3]{2x+7}$
۵		نمودار تابع $y = x-1 + x+1$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه فاصله ای تابع صعودی و در چه فاصله ای اکیداً صعودی است؟
۶		اگر باقی مانده تقسیم $f(x) = x^3 - x^2 + m^2 + 3$ بر $x+1$ بزرگ تر از ۱۰ باشد، حدود m را بیابید.
۷		نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت زیر است، ضابطه این تابع را بیابید. 
۸		مجاانب های افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-9}}{x-1}$ را بیابید.

ردیف	نمودار تابع f به صورت مقابل است. حاصل حدهای زیر را بیابید.	نمره																																
۹	 الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1}{f(x)} \right)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{f(x)} \right]$ ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{1}{f(x)} \right]$																																	
۱۰	اگر $90^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ$ باشد، علامت عبارت‌های $A = (\sin \alpha - \sin \beta)$ و $B = (\tan \alpha - \tan \beta)$ به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟																																	
۱۱	 به نمودار تابع روبه‌رو دقت کنید. الف) این تابع اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟ ب) این تابع یک به یک است؟ پ) آیا تابعی وجود دارد که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد ولی یک به یک نباشد؟																																	
۱۲	با توجه به جدول‌های زیر، مقادیر خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید. <table><tr><th>x</th><th>$f(x)$</th><th>x</th><th>$g(x)$</th></tr><tr><td>-۳</td><td>-۷</td><td>-۳</td><td>۸</td></tr><tr><td>-۲</td><td>-۵</td><td>-۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>-۱</td><td>-۳</td><td>-۱</td><td>۰</td></tr><tr><td>۰</td><td>-۱</td><td>۰</td><td>-۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۰</td></tr><tr><td>۲</td><td>۵</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۳</td><td>۵</td><td>۳</td><td>۸</td></tr></table> الف) $(f \circ g)(1) = \dots\dots\dots$ ب) $(f \circ g)(-1) = \dots\dots\dots$ پ) $(g \circ f)(0) = \dots\dots\dots$ ت) $(g \circ g)(-2) = \dots\dots\dots$ ث) $(g \circ f)(2) = \dots\dots\dots$ ج) $(f \circ f)(1) = \dots\dots\dots$	x	$f(x)$	x	$g(x)$	-۳	-۷	-۳	۸	-۲	-۵	-۲	۳	-۱	-۳	-۱	۰	۰	-۱	۰	-۱	۱	۳	۱	۰	۲	۵	۲	۳	۳	۵	۳	۸	
x	$f(x)$	x	$g(x)$																															
-۳	-۷	-۳	۸																															
-۲	-۵	-۲	۳																															
-۱	-۳	-۱	۰																															
۰	-۱	۰	-۱																															
۱	۳	۱	۰																															
۲	۵	۲	۳																															
۳	۵	۳	۸																															

ردیف	نمره	
۱۳		درست یا نادرست بودن عبارات زیر را تعیین کنید.
		(الف) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می‌آید.
		(ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.
		(پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ برابر $-\infty$ است.
۱۴		کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟
		(الف) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.
		(ب) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.
		(پ) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.
۱۵		مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x - 2$ و $x + 1$ بخش پذیر باشد.
۱۶		اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \tan(ax + \frac{1}{4})\pi$ به شکل زیر باشد، a کدام است؟  $-\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۴)
۱۷		کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع $y = \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2}$ را در همسایگی $x = 2$ نشان می‌دهد؟  الف.  ب.  پ.  ت.
۱۸		مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ بر $(x + 2)$ و $(x - 1)$ بخش پذیر باشد.
۱۹		ضابطه تابعی به فرم $y = a \cos bx + C$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن -۲ باشد.

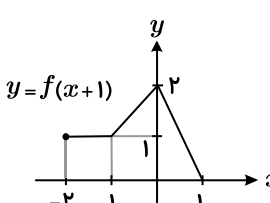
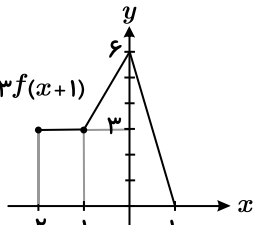
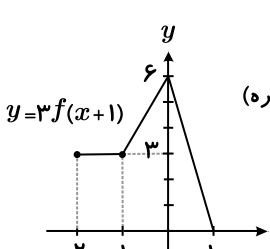
ردیف	نمره	
۲۰		دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 9 - 2\pi \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید.
۲۱	۰.۷۵	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.
		الف) تابع $f(x) = (x - 2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید، نمودار f^{-1} از ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند.
		ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$ برابر است.
۲۲	۱	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.
۲۳	۱	نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = 3f(x + 1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.
۲۴	۳	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید. الف) $2 \cos 4x + \sqrt{3} = 0$ ب) $\sin 3x + \sin x = 0$
۲۵	۰.۷۵	اگر $\cot \alpha = -4$ و $\tan(\beta - \alpha) = 3$ باشد، آنگاه مقدار $\tan \beta$ را بیابید.

ردیف	نمونه				
۱	برای رسم $y = -f(\frac{1}{p}x)$، در نمودار $y = f(x)$ طول نقاط را بر $\frac{1}{p}$ تقسیم می‌کنیم (در ۲ ضرب می‌کنیم) و سپس نمودار حاصل را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم. 				
۲	با توجه به اینکه برای رسم $y = f(x+1)$ باید نمودار $y = f(x)$ را یک واحد به چپ منتقل کنیم، حال باید نمودار $y = f(x+1)$ را یک واحد به راست منتقل کنیم تا نمودار $y = f(x)$ حاصل شود.  حال طول نقاط $y = f(x)$ را بر $-\frac{1}{p}$ تقسیم می‌کنیم (در ۲ ضرب می‌کنیم) تا نمودار $y = f(-\frac{1}{p}x)$ حاصل شود.				
۳	$f(x) = \sqrt[3]{x+a} - 2 \Rightarrow y = \sqrt[3]{x+a} - 2 \Rightarrow \sqrt[3]{x+a} = y + 2$ $\Rightarrow x + a = (y + 2)^3 \Rightarrow x = (y + 2)^3 - a \Rightarrow f^{-1}(x) = (x + 2)^3 - a$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = (x + b)^3 - 4 = (x + 2)^3 - a \Rightarrow b = 2, a = 4$				
۴	الف) $f(x) = x^3 + 4x - 1 \quad D_f = \mathbb{R}$ $x_1, x_2 \in D_f : x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1^3 < x_2^3 \\ 4x_1 < 4x_2 \end{cases} \Rightarrow x_1^3 + 4x_1 < x_2^3 + 4x_2$ $\Rightarrow x_1^3 + 4x_1 - 1 < x_2^3 + 4x_2 - 1 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow f \text{ اکیداً صعودی است.}$ ب) $g(x) = -\sqrt[3]{2x+7} \quad D_g = \mathbb{R}$ $x_1, x_2 \in D_g : x_1 < x_2 \Rightarrow 2x_1 < 2x_2 \Rightarrow 2x_1 + 7 < 2x_2 + 7$ $\Rightarrow \sqrt[3]{2x_1+7} < \sqrt[3]{2x_2+7} \Rightarrow -\sqrt[3]{2x_1+7} > -\sqrt[3]{2x_2+7}$ $\Rightarrow g(x_1) > g(x_2) \Rightarrow g \text{ اکیداً نزولی است.}$				
۵	$y = x - 1 + x + 1 $ <table><tr><td>$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$</td><td>$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$</td><td>$\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$</td><td>$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$</td></tr></table>  تابع صعودی است. $[-1, +\infty) \rightarrow$ تابع اکیداً صعودی است. $[1, +\infty) \rightarrow$	$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$
$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$		

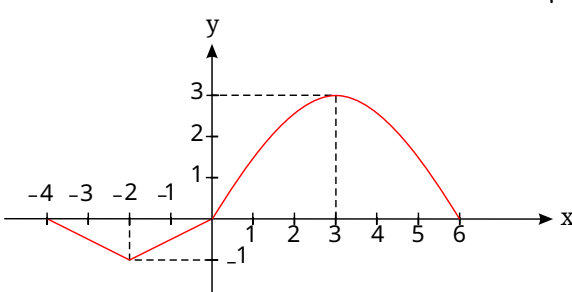
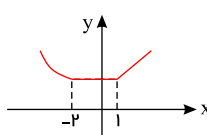
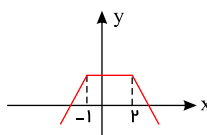
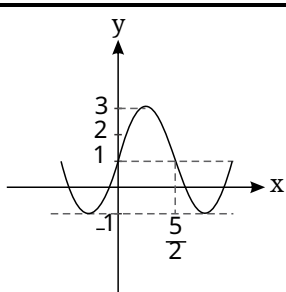
ردیف	نمره
۶	برای یافتن باقی مانده باید ریشه مقسوم علیه را در مقسوم قرار دهیم. $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \text{باقی مانده} = f(-1) > 1 \Rightarrow -1 - 1 + m^2 + 3 > 1 \Rightarrow m^2 > 9 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow m < -3 \text{ یا } m > 3$
۷	تفاضل طول نقاط ماکزیم و مینیم متوالی برابر با نصف دوره تناوب است. $\frac{T}{2} = 3 \Rightarrow T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 6 \Rightarrow b = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{b>0} b = \frac{\pi}{3}$ $\left. \begin{array}{l} \max f = a + c = 2 \\ \min f = - a + c = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \rightarrow a = 3 \xrightarrow{a>0} a = 3$ $f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) - 1$
۸	برای بررسی داشتن مجانب قائم، ریشه های مخرج را پیدا می کنیم: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 1}, \quad x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ با توجه به دامنه، تابع در همسایگی $x = 1$ تعریف نشده است، پس خط $x = 1$ مجانب قائم نمی باشد. برای داشتن مجانب افقی، حد تابع وقتی x به بی نهایت میل می کند را پیدا می کنیم: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ x }{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = -1 \end{cases}$ خطوط $y = \pm 1$ مجانب های افقی تابع هستند.
۹	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1}{f(x)}\right) = \frac{1}{-\infty} = 0$ هرچه x به سمت ۱ از چپ میل می کند، $f(x)$ به $-\infty$ میل می کند پس: ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{1}{f(x)}\right] = \left[\frac{1}{+\infty}\right] = [0^+] = 0$ هرچه x به ۱ از راست نزدیک تر می شود $f(x)$ به $+\infty$ میل می کند پس: ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \left[\frac{1}{f(x)}\right] = \left[\frac{1}{-\infty}\right] = [0^-] = -1$ هرچه x به ۱ - نزدیک تر می شود (چه راست و چه از چپ)، $f(x)$ به $-\infty$ میل می کند. پس:
۱۰	$90^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > \sin \beta \Rightarrow A = \sin \alpha - \sin \beta > 0 \\ \tan \beta > \tan \alpha \Rightarrow B = \tan \alpha - \tan \beta < 0 \end{cases}$
۱۱	الف) احتمالاً با درنگی کوتاه در می یابید که این نمودار متعلق به تابع با ضابطه $y = \sqrt[3]{x}$ بوده و در دامنه خود اکیداً صعودی است. ب) یادتان باشد که توابع اکیداً یکنوا حتماً یک به یک هم هستند. در این نمودار برای هر y متعلق به برد تنها و تنها یک x در دامنه وجود دارد و به عبارت دیگر هر خط موازی محور x ها نمودار تابع را فقط در یک نقطه قطع کرده و این به معنای یک به یک (و البته معکوس پذیر) بودن آن است. پ) با توجه به این نکته مهم که «هر تابع اکیداً یکنوا، حتماً یک به یک نیز است»، می توان گفت که پاسخ این مورد از فعالیت منفی است. یعنی ما نمی توانیم تابعی پیدا کنیم که علیرغم یکنوای اکید بودن، یک به یک نباشد! به طور دقیق تر می توان نوشت: اگر f اکیداً صعودی باشد: $\forall x, y \in D_f : x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$. بنابراین اگر f یک به یک نباشد، داریم $\exists x_0, y_0 = x_0 > y_0, f(x_0) = f(y_0)$ که با اکیداً صعودی بودن f در تناقض است. برای حالت اکیداً نزولی شرایط کاملاً مشابه است.

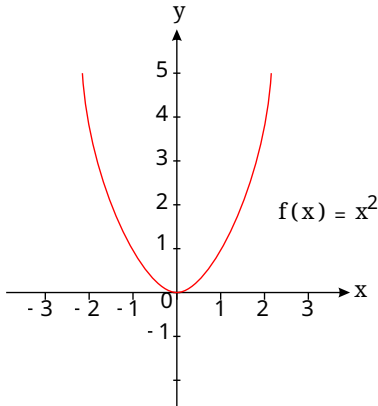
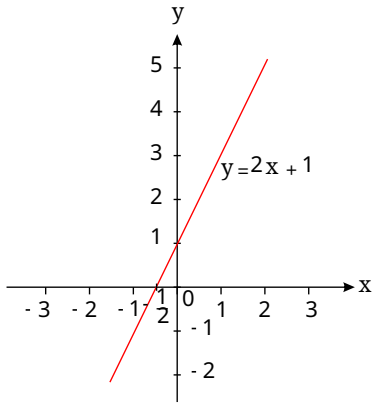
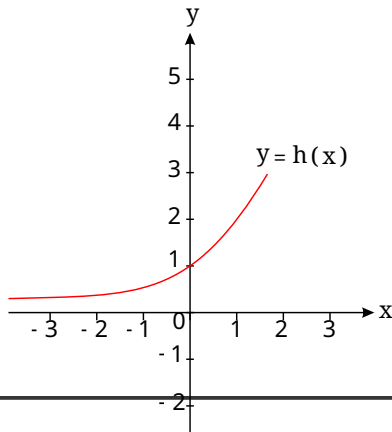
ردیف	نمره
۱۲	الف) $(fog)(1) = f(\underbrace{g(1)}_{1 \xrightarrow{g} 0}) = \underbrace{f(0)}_{0 \xrightarrow{f} -1} = -1$ ب) $(fog)(-1) = f(\underbrace{g(-1)}_{-1 \xrightarrow{g} 0}) = \underbrace{f(0)}_{0 \xrightarrow{f} -1} = -1$ پ) $(gof)(0) = g(\underbrace{f(0)}_{0 \xrightarrow{f} -1}) = \underbrace{g(-1)}_{-1 \xrightarrow{g} 0} = 0$ ت) $(gog)(-2) = g(\underbrace{g(-2)}_{-2 \xrightarrow{g} 3}) = \underbrace{g(3)}_{3 \xrightarrow{g} 8} = 8$ ث) $(gof)(2) = g(\underbrace{f(2)}_{2 \xrightarrow{f} 5}) = \underbrace{g(5)}_{5 \xrightarrow{g} x}$ تعریف نشده ج) $(fof)(1) = f(\underbrace{f(1)}_{1 \xrightarrow{f} 3}) = \underbrace{f(3)}_{3 \xrightarrow{f} 5} = 5$
۱۳	
الف	نادرست - برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ اگر $k > 1$ باشد، دامنه تابع $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود. (انقباض افقی در راستای محور x ها) و اگر $0 < k < 1$ باشد، دامنه تابع $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود (انبساط افقی در راستای محور x ها).
ب	درست - دامنه تابع کسری برابر {ریشه‌های مخرج} - $\mathbb{R}$ است، پس: $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \text{مخرج} = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\}, k \in \mathbb{Z}$
پ	درست هرچه x از سمت راست به ۳ نزدیک‌تر شود، مقادیر x^2 از بالا به ۹ میل خواهد کرد؛ پس داریم: $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2} = \frac{3^++1}{9-9^+} = \frac{4}{0^-} = -\infty$
۱۴	
الف	نادرست، تابع تناظر در دامنه‌اش غیریک‌نواست.
ب	نادرست، تابع تناظر در هیچ بازه‌ای نزولی نمی‌باشد.
پ	درست، تابع تناظر در هر بازه‌ای که شامل مجانب قائم نباشد یعنی بازه‌ای که تابع تناظر در آن بازه تعریف شده باشد، صعودی (اکیداً صعودی) است.
۱۵	نکته: باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از: $r(x) = f(-\frac{b}{a})$

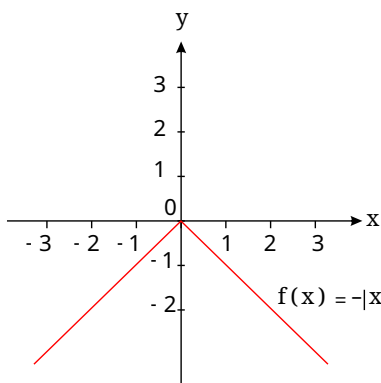
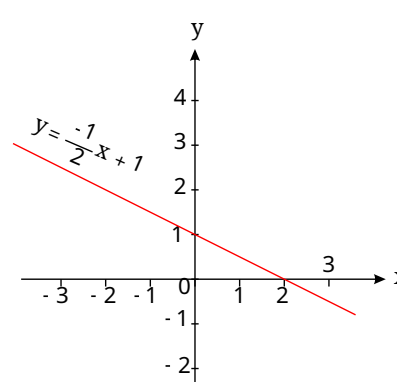
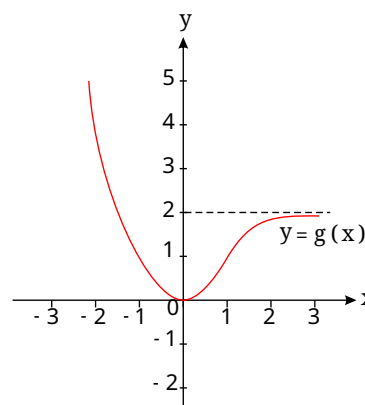
ردیف	نمره
	(۱) $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow p(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -9$ (۲) $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow p(-1) = 0 \rightarrow a - b = 0$ از حل رابطه (۱) و (۲) داریم: $a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}$
۱۶	گزینه ۱، دوره تناوب $\tan x$، π هست پس دوره تناوب $f(x) = \tan(ax + \frac{\pi}{2})$ برابر است با $T = \frac{\pi}{ a\pi } = \frac{1}{ a }$. از روی نمودار هم دوره تناوب برابر است با $T = \frac{4}{3}$ بنابراین: $\frac{1}{ a } = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{4}$ گه چون تابع $\tan$ به صورت  رسم شده یعنی نزولی است پس $a = -\frac{3}{4}$ مورد قبول است.
۱۷	ابتدا صورت کسر را تجزیه و سپس وضعیت تابع در اطراف ریشه مخرج را بررسی می کنیم: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x-2} = \frac{4}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x-2} = \frac{4}{0^-} = -\infty \end{cases}$ پس $x = 2$ مجانب قائم است یعنی در همسایگی راست 2، y بی کران زیاد و در همسایگی چپ 2، y بی کران کم می شود پس شکل (پ) درست است.
۱۸	$-8 + 4a - 2b + 2 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = 6 \Rightarrow a = 0$ $1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -3$
۱۹	$\frac{2\pi}{ b } = 2 \Rightarrow b = \pi \begin{cases} a + c = 4 \\ - a + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = 1 \end{cases}$ هریک از توابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = 3 \cos(\pi x) + 1$ یا $y = 3 \cos(-\pi x) + 1$ یا $y = -3 \cos(-\pi x) + 1$ نوشته شود، مورد قبول است.
۲۰	$\max = a + c = -2\pi + 9 = 2\pi + 9$ $\min = - a + c = - -2\pi + 9 = -2\pi + 9$ $T = \frac{2\pi}{ \frac{1}{3} } = 6\pi$
۲۱	۰.۷۵
	الف چهارم
	ب $-\infty$
۲۲	۱ : روش اول $\begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \end{cases}$ $(k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ $2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2 \cos x - 1) = 0$ دوم : روش دوم $\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$

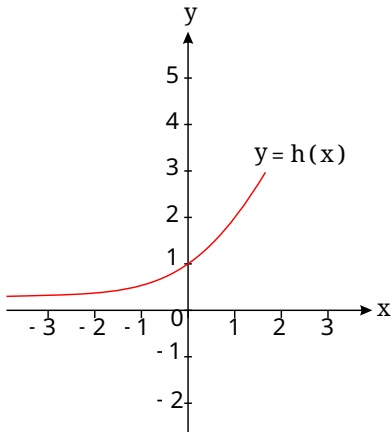
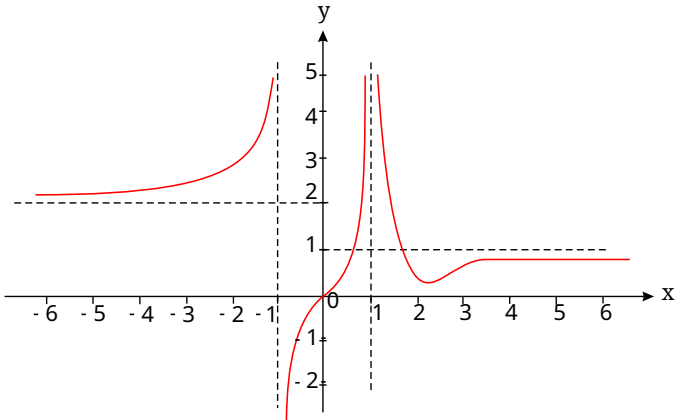
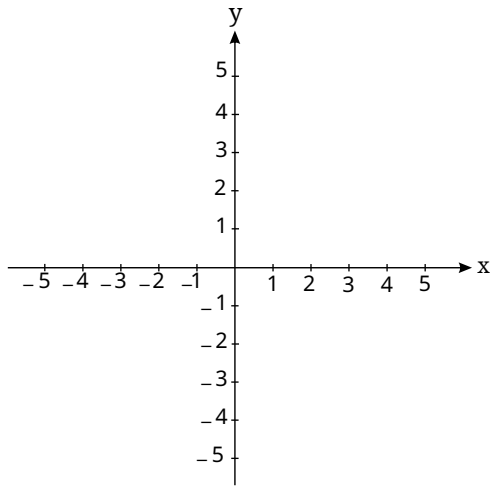
ردیف	نمره	
۲۳	۱	نمودار تابع $y = f(x)$ را یک واحد به چپ انتقال داده و سپس در تابع حاصل، عرض نقاط را در ۳ ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع $y = 3f(x+1)$ به دست آید.   دامنه $= [-2, 1]$ برد $= [0, 6]$ (صفحه ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: (۲۵، نمره) $[-2, 1]$ دامنه (۲۵، نمره) $[0, 6]$ برد  (۵، نمره)
۲۴	۳	از فرمول $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ استفاده می‌کنیم: الف) $2 \cos 4x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \cos 4x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos 4x = -\cos \frac{\pi}{6}$ $\cos 4x = \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \cos 4x = \cos \frac{5\pi}{6}$ $\Rightarrow 4x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{5\pi}{24}$ ب) $\sin 3x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin 3x = -\sin x \Rightarrow \sin 3x = \sin(-x)$ $3x = 2k\pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ $3x = 2k\pi + \pi - (-x) \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ توجه کنید که جواب‌های $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ توسط $x = \frac{k\pi}{2}$ نیز تولید می‌شوند، پس جواب نهایی $x = \frac{k\pi}{2}$ است. (صفحه ۳۷ و ۳۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) $\cos 4x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲۵، نمره) $\cos 4x = \cos \frac{5\pi}{6}$ (۲۵، نمره) $4x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{5\pi}{24}$ (۵، نمره) ب) $\sin 3x = -\sin x$ (۲۵، نمره) $\Rightarrow \sin 3x = \sin(-x)$ (۲۵، نمره) $3x = 2k\pi - x$ (۲۵، نمره) $\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$ (۲۵، نمره) $3x = 2k\pi + \pi - (-x)$ (۲۵، نمره) $\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۲۵، نمره) توجه کنید که جواب‌های $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ توسط $x = \frac{k\pi}{2}$ نیز تولید می‌شوند، پس جواب نهایی $x = \frac{k\pi}{2}$ است. (۲۵، نمره)

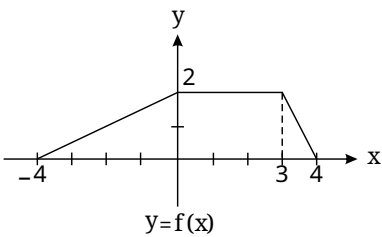
ردیف	نمره
۲۵	چون $\cot \alpha = -4$ پس $\tan \alpha = -\frac{1}{4}$ و با استفاده از فرمول مربوط به $\tan(\beta - \alpha)$ داریم: $\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} \Rightarrow 3 = \frac{\tan \beta + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4} \tan \beta}$ $\Rightarrow \tan \beta + \frac{1}{4} = 3 - \frac{3}{4} \tan \beta \xrightarrow{\times 4} 4 \tan \beta + 1 = 12 - 3 \tan \beta$ $\Rightarrow 7 \tan \beta = 11 \Rightarrow \tan \beta = \frac{11}{7}$ (صفحه ۴۲ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} \quad (\text{نمره } ۲۵) \Rightarrow 3 = \frac{\tan \beta + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4} \tan \beta} \quad (\text{نمره } ۲۵)$ $\Rightarrow \tan \beta + \frac{1}{4} = 3 - \frac{3}{4} \tan \beta \xrightarrow{\times 4} 4 \tan \beta + 1 = 12 - 3 \tan \beta$ $\Rightarrow 7 \tan \beta = 11 \Rightarrow \tan \beta = \frac{11}{7} \quad (\text{نمره } ۲۵)$

ردیف	نمره	
۱		نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(2x)$ را رسم کنید. 
۲		نمودار تابع f به صورت مقابل است. مشخص کنید تابع در کدام فاصله اکیداً صعودی و در کدام فاصله اکیداً نزولی است؟ 
۳		نمودار تابع f به صورت مقابل است. مشخص کنید در کدام فاصله تابع صعودی و در کدام فاصله تابع نزولی است؟ 
۴		دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید. ۱) $f(x) = 4 \sin 5x$ ۲) $g(x) = -\frac{3}{2} \cos(\frac{1}{4}x)$
۵		معادلات زیر را حل کنید. الف) $2 \cos 2x - \sqrt{3} = 0$ ب) $2 \cos 3x + 1 = 0$
۶		اگر نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه آن را بنویسید. 
۷		مجاانب‌های افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{3x+2}{x-4}$ را بیابید.

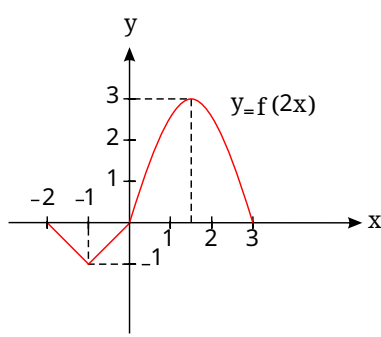
ردیف	نمره
۸	تابع $f(x) = \frac{1}{x-3}, x > 3$ مفروض است، برای اینکه $f(x)$ بزرگ‌تر از ۱۰۰۰ باشد، x در چه محدوده‌ای باید قرار داشته باشد؟
۹	تابع $f(x) = \log_3^x$ را در نظر بگیرید. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ را بیابید.
۱۰	با توجه به نمودار هر تابع، طرف دوم تساوی‌ها را بنویسید.
الف $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = \dots$ 	
ب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1) = \dots$ 	
ج $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$ 	

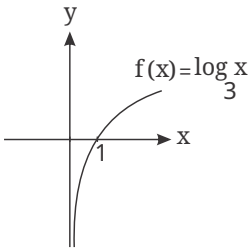
ردیف	نمره
پ	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ 
ت	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1 \right) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1 \right) = \dots$ 
ث	$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$ 

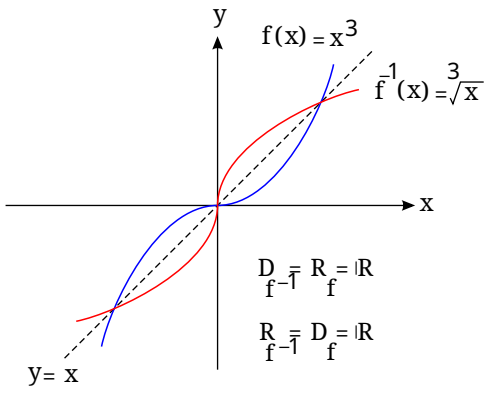
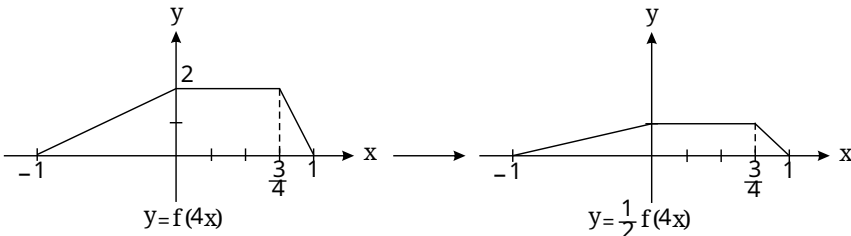
ردیف	نمره	
		ج $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \dots$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$ 
۱۱		نمودار تابع f به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید: الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 
۱۲		آیا تابع $f(x) = x^3$ یک به یک است؟ چرا؟ در دستگاه مختصات زیر، نمودار تابع $f(x) = x^3$ و وارون آن را رسم کنید. ضابطه تابع وارون چیست؟ 

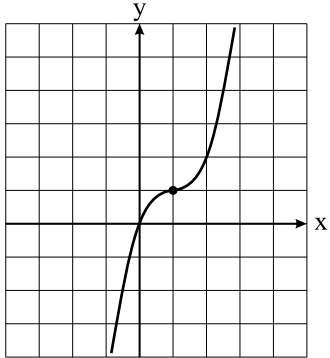
ردیف	نمره	
۱۳		جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
		(الف) دوره تناوب تابع $y = 3 \cos\left(-\frac{\pi}{4}x\right)$ برابر با است.
		(ب) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$ برابر با است.
۱۴		کدام یک از خطوط $x = 3$ و $x = -1$ مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ می باشد؟ دلیل ارائه کنید.
۱۵		با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، نمودار $y = \frac{1}{4}f(4x)$ را رسم کنید.
		
۱۶		چند جمله ای $x^5 + 1$ را بر حسب عامل $(x + 1)$ تجزیه کنید.
۱۷		در تابع $y = \frac{(a-1)(x+1)}{(4-a)(x-2)}$ مقدار a چقدر باشد تا حد این تابع وقتی $x \rightarrow \infty$ برابر $\frac{1}{4}$ شود؟ ۱) ۲- ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲ ۱) ۲- ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲
۱۸		درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.
		(الف) نقطه $(-8, 6)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-8, 12)$ روی نمودار $y = \frac{1}{4}f(x)$ متناظر است.
		(ب) نمودار تابع $y = -(x-3)^3$ را می توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^3$ به سمت راست رسم کرد.
		(پ) تابع $f(x) = x^2 - 4x$ روی بازه $[2, +\infty)$ اکیداً صعودی است.
۱۹		درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.
		(الف) تابع $y = -\log_8 x + 1$ در دامنه خود، یک تابع اکیداً یکنوا است.
		(ب) در بازه $2\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ مقدار $\tan \theta$ از مقدار $\sin \theta$ کوچک تر است.
۲۰		نمودار تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را به کمک انتقال نمودار $f(x) = x^3$ رسم کنید، سپس اکیداً یکنوایی تابع $g(x)$ را در تمام دامنه خود، بررسی کنید.

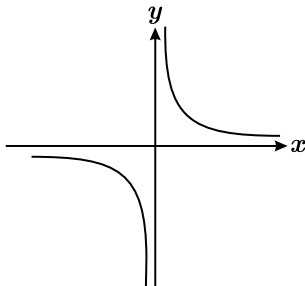
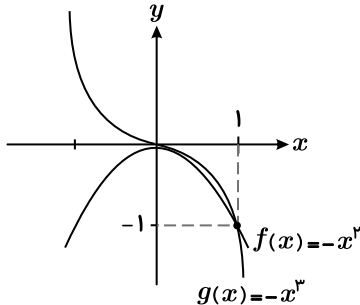
ردیف	نمره	
۲۱		حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.
		الف
		$\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$
		ب
		$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$
۲۲	۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) برای رسم نمودار تابع $y = 2f(2x)$، باید در نمودار تابع $y = f(x)$، طول و عرض نقاط را در ۲ ضرب کنیم. ب) اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آید. ج) تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است. د) نمودار تابع $f(x) = -x^2$ در بازه $(0, 1)$ بالاتر از نمودار تابع $g(x) = -x^3$ قرار دارد.
۲۳	۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) مینیمم تابع $y = \sqrt{8} \sin(3x) - \sqrt{2}$ برابر است. ب) اگر دوره تناوب تابع $f(x) = 3 \sin(bx) - 2$ برابر 6π باشد، مقدار b برابر است. ج) تابع $y = -\tan x$ در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ است. (صعودی - نزولی) د) جواب معادله $\cos 2x = -1$ به صورت است.
۲۴	۱	کدامیک از گزاره‌های زیر درست و کدامیک نادرست است؟ الف) تابع $f(x) = \sin x$ در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ اکیداً یکنوا است. ب) خط $x = 3$ مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$ است. ج) باقی‌مانده تقسیم عبارت $p(x) = x^3 - x^2$ بر $x + 2$ برابر -12 است. د) حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 3}{x^2 + 1}$ برابر صفر است.
۲۵	۰.۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) اگر توابع f، g در یک فاصله، اکیداً نزولی باشند و دامنه تابع $f \circ g$ تهی نباشد، تابع $f \circ g$ نیز در دامنه‌اش اکیداً نزولی است. ب) تابع $f(x) = \begin{cases} x - 1 & , x \geq 0 \\ 2 & , x < 0 \end{cases}$ در نقطه‌ای به طول $x = 0$ دارای مینیمم نسبی است.

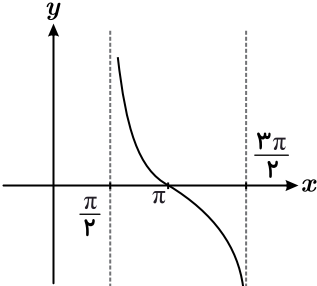
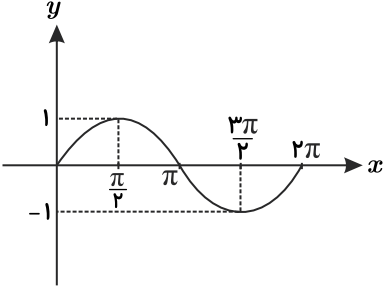
ردیف	نمره
۱	برای رسم $y = f(2x)$، در نمودار $y = f(x)$ باید طول نقاط را بر ۲ تقسیم کنیم. 
۲	اکیداً صعودی $\rightarrow [1, +\infty)$ اکیداً نزولی $\rightarrow (-\infty, -2]$
۳	توجه کنید تابع در بازه $(-\infty, -1]$ اکیداً صعودی و در بازه $[2, +\infty)$ اکیداً نزولی است. تابع نزولی $\rightarrow [-1, +\infty)$ تابع صعودی $\rightarrow (-\infty, 2]$
۴	دوره تناوب توابع $y = a \sin bx$ و $y = a \cos bx$ برابر با $T = \frac{2\pi}{ b }$ و ماکزیمم آنها a و مینیمم آنها $- a$ است. ۱) $f(x) = 3 \sin 5x \rightarrow T = \frac{2\pi}{5}$, $max = 3$, $min = -3$ ۲) $g(x) = -\frac{3}{2} \cos(\frac{1}{2}x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$, $max = -\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$, $min = - -\frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$
۵	نکته: $\cos u = \cos v \Rightarrow u = 2k\pi \pm v$ الف) $2 \cos 2x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}$ $\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{12}$ ب) $2 \cos 3x + 1 = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\frac{1}{2} = -\cos \frac{\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3})$ $\Rightarrow \cos 3x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{2\pi}{9}$
۶	$\frac{T}{2} = \frac{\delta}{2} \Rightarrow T = \delta \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = \delta \Rightarrow b = \frac{2\pi}{\delta} \xrightarrow{b>0} b = \frac{2\pi}{\delta}$ $\left. \begin{matrix} max = a + c = 3 \\ min = - a + c = -1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \rightarrow a = 2 \xrightarrow{a>0} a = 2$ $f(x) = 2 \sin(\frac{2\pi}{\delta}x) + 1$
۷	برای بررسی داشتن مجانب قائم، ریشه‌های مخرج را پیدا می‌کنیم: $f(x) = \frac{3x+2}{x-4}$, $x-4=0 \Rightarrow x=4$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x+2}{x-4} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3x+2}{x-4} = \frac{14}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3x+2}{x-4} = \frac{14}{0^+} = +\infty \end{cases}$ خط $x = 4$ مجانب قائم تابع است. برای داشتن مجانب افقی، حدتابع وقتی x به بی‌نهایت میل می‌کند را پیدا می‌کنیم: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{x-4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x} = 3$ خط $y = 3$ مجانب افقی تابع است.

ردیف	نمره
۸	باید نامعادله $f(x) > 1000$ را حل کنیم، که داریم: $f(x) > 1000 \Rightarrow \frac{1}{x-3} > 1000 \xrightarrow{x>3} \frac{x-3}{x-3} > 1000 \Rightarrow x-3 < \frac{1}{1000} \Rightarrow x < 3 + 0.001$ $\Rightarrow x < 3.001, x > 3 \Rightarrow 3 < x < 3.001$
۹	با رسم نمودار $f(x) = \log_3 x$ داریم:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_3 x = -\infty$
۱۰	الف
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$
	ب
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x+1) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1) = +\infty$
	پ
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
	ت
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1\right) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2}x + 1\right) = -\infty$
	ث
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$
	ج
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$
۱۱	با توجه به شکل داریم: الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

ردیف	نمره
۱۲	تابع $y = x^3$ به دلیل اکیداً صعودی بودن، تابعی یک به یک و وارون پذیر است که برای دستیابی به نمودار تابع وارون آن کافی است نمودار $y = x^3$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم:  احتمالاً می‌دانید که برای رسیدن به ضابطه تابع معکوس تابع $y = x^3$ کافی است x را برحسب y یافته و در نهایت به جای x از $f^{-1}(x)$ و به جای y از x استفاده کنیم. داریم: $y = x^3 \xrightarrow{\text{ریشه سوم بگیر}} \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{x^3} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ $D_{f^{-1}} = R_f = \mathbb{R}$ $R_{f^{-1}} = D_f = \mathbb{R}$
۱۳	الف $y = a \cos bx + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow T = \frac{2\pi}{ \frac{-\pi}{4} } = 8$ ب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} = 3$
۱۴	اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ آنگاه خط $x = a$ مجانب قائم است و برای پیدا کردن مجانب قائم باید ابتدا ریشه‌های مخرج را بیابیم. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{4}$ خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع f نیست.
۱۵	کافی است طول نقاط را $\frac{1}{4}$ برابر کرده و سپس عرض نقاط را نصف کنیم. 
۱۶	نکته: می‌دانیم: $x^n + a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1})$ با توجه به نکته بالا داریم: $x^5 + 1 = (x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$

ردیف	نمره
۱۷	گزینه ۴، با توجه به قاعده پرتوان داریم: $ax^n + bx^{n-1} + \dots \sim_{\pm\infty} ax^n$ قاعده پرتوان $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)(x+1)}{(4-a)(x-2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a-1)x}{(4-a)x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a-1}{4-a} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a-2=4-a \Rightarrow 3a=6 \Rightarrow a=2$
۱۸	
	الف) نادرست
	ب) درست
	پ) درست
۱۹	
	الف) درست
	ب) درست
۲۰	$g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = (x-1)^3 + 1$  اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی)
۲۱	
	الف)
	$\lim_{x \rightarrow (-5^-)} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0^-} = +\infty$
	ب)
	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$
۲۲	الف) برای رسم نمودار تابع $y = 2f(2x)$ باید در نمودار تابع $y = f(x)$ طول نقاط را در $\frac{1}{2}$ و عرض نقاط را در ۲ ضرب کنیم. (صفحه ۷ و ۹ کتاب درسی) ب) با قرینه کردن طول نقاط تابع $y = f(x)$ نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می آید. (صفحه ۹ کتاب درسی)

ردیف	نمره	
		ج) نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ به صورت مقابل است:  این تابع در هر کدام از بازه‌های $(-\infty, 0)$ و $(0, +\infty)$ اکیداً نزولی است ولی در دامنه‌اش یعنی $\mathbb{R} - \{0\}$ غیر یکنوا است. (صفحه ۱۵ تا ۱۸ کتاب درسی) د) نمودار توابع $f(x) = -x^2$ و $g(x) = -x^3$ به صورت مقابل است. مشخص است که در بازه $(0, 1)$ نمودار $g(x) = -x^3$ بالاتر از نمودار $f(x) = -x^2$ قرار دارد.  (صفحه ۱۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) نادرست (۵ نمره) ب) درست (۵ نمره) ج) نادرست (۵ نمره) د) نادرست (۵ نمره)
۲۳	۲	الف) $-3\sqrt{2}$؛ مینیمم تابع $y = a \sin(bx) + c$ برابر $- a + c$ است، پس: $y = \sqrt{1} \sin(3x) - \sqrt{2} \Rightarrow \min = - \sqrt{1} - \sqrt{2} = -2\sqrt{2} - \sqrt{2} = -3\sqrt{2}$ (صفحه ۲۷ کتاب درسی) ب) $\pm \frac{1}{3}$؛ دوره تناوب تابع $f(x) = a \sin(bx) + c$ برابر $T = \frac{2\pi}{ b }$ است، پس: $f(x) = 3 \sin(bx) - 2 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{ b } = 6\pi \Rightarrow b = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$ (صفحه ۲۷ کتاب درسی) ج) نزولی؛ نمودار تابع $y = -\tan x$ در بازه $(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{3})$ به صورت زیر است:

ردیف	نمره	
	۲	 مشخص است که تابع در این بازه نزولی است. (صفحه ۳۲ کتاب درسی) د) $x = \frac{(2k-1)\pi}{2} = k\pi - \frac{\pi}{2}$ جواب معادله $\cos u = -1$ به صورت $u = (2k-1)\pi$ است، پس: $\cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = (2k-1)\pi$ $\Rightarrow x = \frac{(2k-1)\pi}{2} = k\pi - \frac{\pi}{2}$ (صفحه ۳۸ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: الف) $3\sqrt{2} - 5$ (۵، ۵ نمره) ب) $\pm \frac{1}{3}$ (۵، ۵ نمره) (در صورتی که فقط $\frac{1}{3}$ بنویسد ۲، ۵ نمره تعلق گیرد.) ج) نزولی (۵، ۵ نمره) د) $x = \frac{(2k-1)\pi}{2} = k\pi - \frac{\pi}{2}$ (۵، ۵ نمره)
	۱	 الف) درست؛ نمودار تابع $f(x) = \sin x$ به صورت زیر است: مشخص است که تابع در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ اکیداً نزولی است. (صفحه ۱۷ کتاب درسی) ب) نادرست؛ حد تابع در $x = 3$ را بررسی می‌کنیم: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x} = \frac{6}{3} = 2$ پس $x = 3$ مجانب قائم نیست. (صفحه ۵۶ کتاب درسی) ج) درست؛ ریشه مقسوم‌علیه را در مقسوم قرار می‌دهیم. $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2, p(x) = x^3 - x^2 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = p(-2) = -8 - 4 = -12$ (صفحه ۱۹ کتاب درسی) د) درست $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{x} = \frac{2}{\pm\infty} = 0$ (صفحه ۶۶ کتاب درسی)

ردیف	نمره							
	۱	راهنمای تصحیح: (الف) درست (۲۵٫۰ نمره) (ب) نادرست (۲۵٫۰ نمره) (ج) درست (۲۵٫۰ نمره) (د) درست (۲۵٫۰ نمره)						
۲۵	۰٫۵	(الف) نادرست؛ زیرا برای هر x_1, x_2 از دامنهٔ تابع $f \circ g$ داریم: $x_1 < x_2 \xrightarrow{g \text{ اکیداً نزولی است}} g(x_1) > g(x_2) \xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی است}} f(g(x_1)) < f(g(x_2))$$\Rightarrow (f \circ g)(x_1) < (f \circ g)(x_2)$ بنابراین تابع $f \circ g$ اکیداً صعودی است. (صفحهٔ ۱۷ کتاب درسی) (ب) درست؛ نمودار تابع f را رسم می‌کنیم. y x 2 1 -1 1 0 -1 $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \geq 0 \\ 2, & x < 0 \end{cases}$<table><tr><td>$x$</td><td>$0$</td><td>$1$</td></tr><tr><td>$y$</td><td>$-1$</td><td>$0$</td></tr></table> مشخص است که تابع در $x = 0$ دارای مینیمم نسبی است. (صفحهٔ ۱۱۴ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: (الف) نادرست (۲۵٫۰ نمره) (ب) درست (۲۵٫۰ نمره)	x	0	1	y	-1	0
x	0	1						
y	-1	0						