



## بازه ها

| نمایش مجموعه ای                                 | نمایش مختصاتی و هندسی | نمایش بازه     |               |
|-------------------------------------------------|-----------------------|----------------|---------------|
| $a < x < b$                                     |                       | $(a, b)$       | بازه باز      |
| $a \leq x \leq b$                               |                       | $[a, b]$       | بازه بسته     |
| $a < x \leq b$                                  |                       | $(a, b]$       | بازه نیم باز  |
| $a \leq x < b$                                  |                       | $[a, b)$       |               |
| <del><math>a &lt; x</math></del> $x < a$        |                       | $(a, +\infty)$ | بازه نامتناهی |
| <del><math>a &gt; x</math></del> $x > a$        |                       | $(-\infty, a]$ |               |
| <del><math>a &lt; x &lt; b</math></del> $x < b$ |                       | $[a, +\infty)$ |               |
| <del><math>a &gt; x &gt; b</math></del> $x > b$ |                       | $(-\infty, b]$ |               |

۱- نمایش هندسی دو بازه  $A = [-1, 5]$  و  $B = (-3, 2)$  را روی محور رسم کنید و سپس حاصل هر یک از مجموعه های زیر را بنویسید.

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$A \cap B$  •



$[-1, 2)$

$A \cup B$  •

$(-3, 5)$

$A - B$  •

فقط A

$[2, 5]$



## مجموعه ها

|  |                                                         |                                                    |
|--|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
|  | $n(A)$                                                  | تو A هست                                           |
|  | $n(A \cap B)$                                           | هم تو A هست هم تو B<br>و هم                        |
|  | $n(A \cup B)$<br>$n(A) + n(B) - n(A \cap B)$            | حداقل تو یکی از A یا B هست                         |
|  | $n(A - B)$<br>$n(A) - n(A \cap B)$<br>$n(A \cap B')$    | تو A هست ولی تو B نیست<br>(فقط تو A هست)           |
|  | $n(A - B) \cup n(B - A)$<br>$n(A \cup B) - n(A \cap B)$ | فقط تو یکی از A یا B هست<br>(فقط تو A یا فقط تو B) |

متمم:

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

$$n(A^c)$$

دمورگان:

$$n(A \cup B)' = n(A' \cap B')$$

$$n(A \cap B)' = n(A' \cup B')$$

$$n(A' \cup B') = n(A \cap B') = n(A - B)$$





۲- فرض کنیم  $A, B$  زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  هستند، به طوری که  $n(A) = ۳۵$ ،  $n(U) = ۵۰$  و  $n(B) = ۲۰$  و  $n(A \cap B) = ۱۲$  مطلوب است:

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$$\bullet n(A') = n(U) - n(A) = ۵۰ - ۳۵ = ۱۵$$

$$\bullet n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۳۵ + ۲۰ - ۱۲ = ۴۳$$

$$\bullet n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = ۵۰ - ۴۳ = ۷$$

هیچ کدام

$$\bullet n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۳۵ - ۱۲ = ۲۳$$

۳- در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو گروه تئاتر هستند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$$n(U) = ۳۱ \quad n(A) = ۱۴$$

$$n(B) = ۱۹ \quad n(A \cap B) = ۵$$

• تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۱۴ - ۵ = ۹$$

• تعداد دانش آموزانی که عضو گروه سرود یا تئاتر هستند.

حد اکثر توی یک گروه کسر

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۱۹ + ۱۴ - ۵ = ۲۸$$

• تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از دو گروه نیستند.

$$n(U) - n(A \cup B) = ۳۱ - ۲۸ = ۳$$

$n(A \cup B)'$

• تعداد دانش آموزانی که حداکثر عضو یک گروه هستند.

$$n(U) - n(A \cap B) = ۳۱ - ۵ = ۲۶$$

$n(A \cap B)'$





## دنباله حسابی و هندسی

دنباله حسابی:

$$a_1, a_2, a_3 \xrightarrow{+d} \xrightarrow{+d} \xrightarrow{+d}$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d$$

دنباله هندسی:

$$t_1, t_2, t_3 \xrightarrow{\times r} \xrightarrow{\times r} \xrightarrow{\times r}$$

$$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, \dots \rightarrow t_n = t_1 \times r^{n-1}$$

۴- در یک دنباله حسابی، جملات هفتم و پانزدهم به ترتیب ۲۳ و ۶۳ می‌باشند. جمله چهارم دنباله را به دست آورید.

$$\begin{aligned} a_{15} &= 63 \Rightarrow a_1 + 14d = 63 \\ a_7 &= 23 \Rightarrow a_1 + 6d = 23 \\ \hline 8d &= 40 \Rightarrow d = 5 \\ a_1 + 14 \times 5 &= 63 \\ a_1 + 70 &= 63 \\ a_1 &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{63 - 23}{15 - 7} = \frac{40}{8} = 5 \\ d &= \frac{a_m - a_n}{m - n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_4 &= a_1 + 3d \\ &= -7 + 3 \times 5 \\ &= 8 \end{aligned}$$



۵- در یک دنباله حسابی، جمله یازدهم بیست واحد کمتر از جمله سوم است. اگر جمله نهم دنباله ۱۷ باشد، جمله دهم دنباله را به دست آورید.

$$a_{11} = a_3 - 20$$

$$a_1 + 10d = a_1 + 2d - 20$$

$$8d = -20 \rightarrow d = \frac{-20}{8} = -\frac{5}{2}$$

$$a_1 + 1d = 17 \rightarrow a_1 + 1\left(-\frac{5}{2}\right) = 17 \rightarrow a_1 = 37$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 37 + 9\left(-\frac{5}{2}\right) = 37 - \frac{45}{2} = \frac{74 - 45}{2} = \frac{29}{2}$$

$$\frac{a_{11} - a_3}{11 - 3} = \frac{-20}{8} = -\frac{5}{2}$$

$$d = -\frac{5}{2}$$

۶- بین دو عدد ۱-، ۴۷، هفت واسطه حسابی درج کرده ایم. واسطه ها را مشخص کنید. (مشابه تمرین کتاب درسی)

$$a_1 = -1, a_2 = 0, a_3 = 11, a_4 = 17, a_5 = 23, a_6 = 29, a_7 = 35, a_8 = 41, a_9 = 47$$

$$\frac{a_9 - a_1}{9 - 1} = \frac{48}{8} = 6$$

۷- اعداد  $3x - 8$ ،  $-x + 4$  و  $2x + 1$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی اند. مقدار  $x$  را به دست آورید.

$$\begin{aligned} 2b &= a + c : 2(-x + 4) = 3x - 8 \\ -2x + 8 &= 3x - 8 \\ 10 &= 5x \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

هندسی  $b^2 = ac$

۸- جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۹۶، ۱۲ می باشند. دنباله را مشخص کنید. (مشابه تمرین کتاب درسی)

$$t_1 r^5 = 96$$

$$t_1 r^2 = 12 \rightarrow t_1 \times 3 = 12 \rightarrow t_1 = 4$$

$$\frac{r^5}{r^2} = \frac{96}{12} \rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$t_n = t_1 r^{n-1}$$

$$t_n = 4 \times 2^{n-1}$$



۹- بین دو عدد ۶۴، ۱ با جمله اول ۱، پنج واسطه هندسی درج شده است. جملات دنباله را مشخص کنید.

$$t_1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, t_v$$

$$\begin{aligned} t_1 r^5 &= 64 \\ t_1 &= 1 \\ \hline r^5 &= 64 \Rightarrow r = \sqrt[5]{64} = 2 \end{aligned}$$

۱۰- در دنباله هندسی روبه‌رو، جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.

$$x - 4, 2x - 4, 4x + 4, \dots$$

$$(2x - 4)^2 = (x - 4)(4x + 4)$$

$$4x^2 - 16x + 16 = 4x^2 - 12x - 16$$

$$32 = 4x \Rightarrow x = 8$$

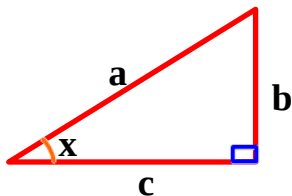
$$8, 12, 36, \dots$$



## نسبت های مثلثاتی

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

تعریف نسبت های مثلثاتی:



**سینوس:** نسبت ضلع مقابل به وتر  $\sin x = \frac{b}{a}$

**کسینوس:** نسبت ضلع مجاور به وتر  $\cos x = \frac{c}{a}$

**تانژانت:** نسبت ضلع مقابل به مجاور  $\tan x = \frac{b}{c}$

**کوتانژانت:** نسبت ضلع مجاور به مقابل  $\cot x = \frac{c}{b}$

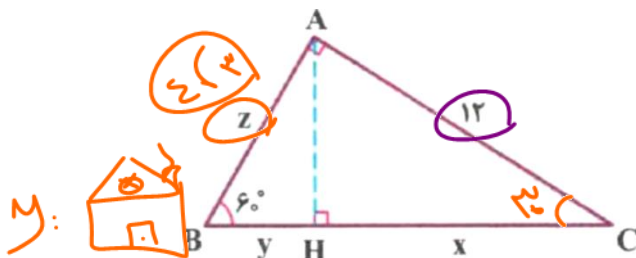
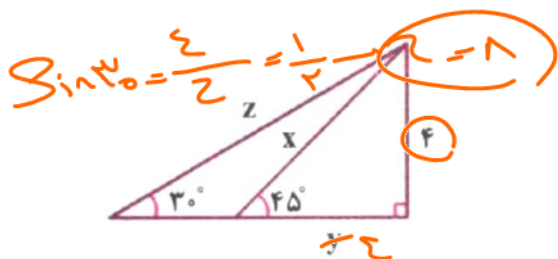
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

نسبت های مثلثاتی زوایای معروف:

|     | ۰°     | ۳۰°                  | ۴۵°                  | ۶۰°                  | ۹۰°    |
|-----|--------|----------------------|----------------------|----------------------|--------|
| sin | ۰      | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ۱      |
| cos | ۱      | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | ۰      |
| tan | ۰      | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | ۱                    | $\sqrt{3}$           | ت<br>ن |
| cot | ت<br>ن | $\sqrt{3}$           | ۱                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | ۰      |

۱۱- در هر قسمت، مقادیر  $x, y, z$  را به دست آورید.



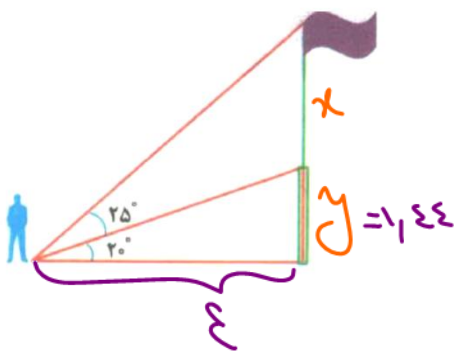
$$\tan 30^\circ = \frac{4}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \sqrt{3} = 1 \rightarrow \sqrt{3} = 1$$

$$\cos 30^\circ = \frac{16}{z} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow z = \frac{16 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{32}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{4}{z} = \frac{1}{2} \rightarrow z = 8$$



۱۲- مطابق شکل، شخصی در فاصله ۴ متری ستونی ایستاده که بر بالای آن میله پرچمی نصب شده است. طول میله پرچم را با فرض  $\tan 20^\circ = 0.36$  به دست آورید.

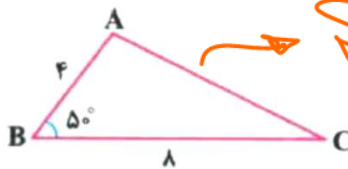
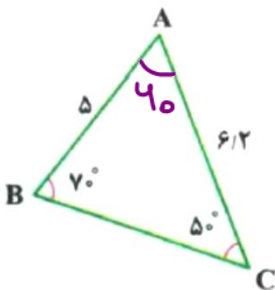


$$\tan 20^\circ = \frac{y}{4} = 0.36 \rightarrow y = 1.44$$

$$\tan 25^\circ = \frac{x+1.44}{4} = 1 \rightarrow x+1.44=4 \rightarrow x=2.56$$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۳- در هر یک از شکل‌های زیر، مساحت مثلث‌ها را به دست آورید: ( $\sin 50^\circ = \frac{3}{4}$ )



$$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 \times \sin 50^\circ = 12$$

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 6.5 \times \frac{3}{4} = \frac{31.5}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times a \cdot b \cdot \sin \theta$$

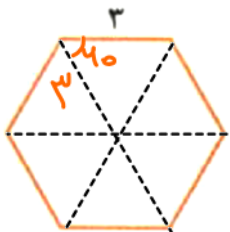
۱۴- طول اضلاع متوازی الاضلاع ۱۵، ۸ و اندازه یک زاویه آن  $60^\circ$  است. مساحت شکل را به دست آورید.



$$S_{\square} = 2S_{\triangle} = 2 \left( \frac{1}{2} \times 15 \times 8 \times \sin 60^\circ \right) = 60\sqrt{3}$$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۵- مساحت شش ضلعی منتظم مقابل را به دست آورید.



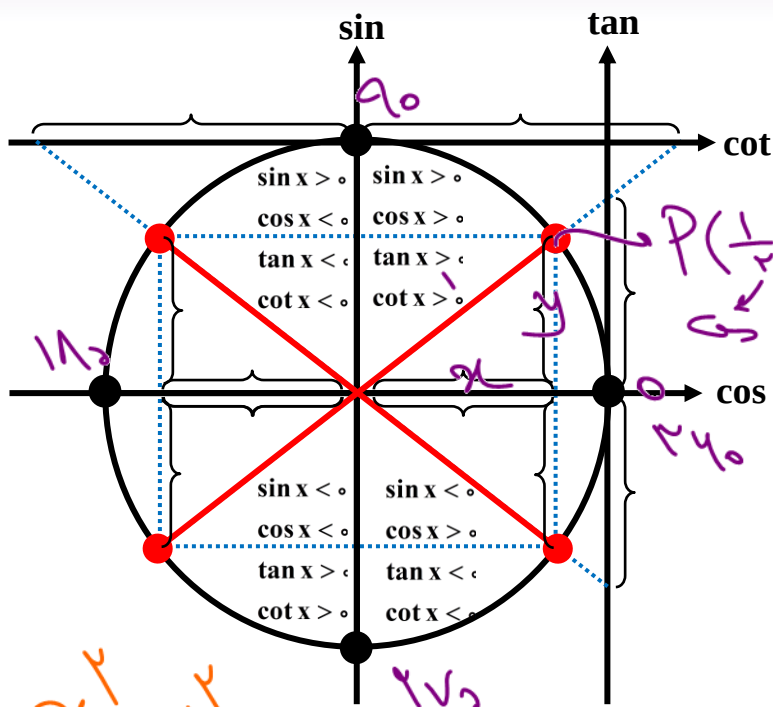
$$S_{\square} = 6S_{\triangle} = 6 \left( \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 60^\circ \right) = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$





## دایره مثلثاتی

|     | ۰° | ۹۰° | ۱۸۰° | ۲۷۰° |
|-----|----|-----|------|------|
| sin | ۰  | ۱   | ۰    | -۱   |
| cos | ۱  | ۰   | -۱   | ۰    |
| tan | ۰  | ت   | ۰    | ت    |
| cot | ت  | ۰   | ت    | ۰    |



Handwritten notes:

- دایره مثلثاتی
- $x^2 + y^2 = 1$
- sin, cos, tan, cot

۱۶- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

•  $\sin 270^\circ + 2 \cot 45^\circ - 3 \cos 180^\circ$

$-1 + 2 + 3 = 4$

•  $\cos 70^\circ + 6\sqrt{2} \sin 45^\circ + \tan 180^\circ - 2 \cos 360^\circ$

$0 + 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 - 2 = 2$

۱۷- بیشترین و کمترین مقدار هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

•  $2 \sin \theta + 3$

-۱

Max:  $\sin x = 1 \rightarrow \checkmark$

Min:  $\sin x = -1 \rightarrow -1$

•  $-5 \cos \theta + 7$

$\cos \theta = 1 \rightarrow 2$  Min

$\cos \theta = -1 \rightarrow 12$  Max



۱۸- در هر یک از قسمت‌های زیر، اندازه زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور  $x$  ها می‌سازد و هم چنین نقطه‌ای از خط داده شده است. معادله خط را بنویسید.

(مشابه تمرین کتاب درسی)

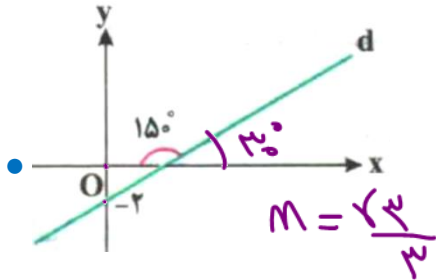
•  $A(2, 5), \alpha = 60^\circ$

$m = \sqrt{3}$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 5 = \sqrt{3}(x - 2)$

$y - 5 = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} \rightarrow y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3} + 5$



$ax + b \rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$

۸.  $P(\frac{1}{2}, y)$  روی دایره، زاویه  $\alpha$  در ناحیه ۴ واقع باشد.  $\tan \alpha$

(۱۸, ۱۵)

$x^2 + y^2 = 1 \rightarrow \frac{1}{4} + y^2 = 1 \rightarrow y^2 = \frac{3}{4} \rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos \alpha = \frac{1}{2}$

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$





## روابط مثلثاتی

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\begin{cases} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{cases}$$

۱۹- درستی هر یک از تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

$$\bullet \cos^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha) = 1$$

$$\cancel{\cos^2 \alpha} \left( \frac{1}{\cancel{\cos^2 \alpha}} \right) = 1$$

$$\bullet 1 + \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x$$

$$\begin{aligned} 1 + (\cancel{\cos^2 x} + \cancel{\sin^2 x})(\cos^2 x - \sin^2 x) &= 1 + \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 1 + \cos^2 x - 1 + \cos^2 x - \cancel{\cos^2 x} \\ &= 1 + \cos^2 x - \cos^2 x = 1 \end{aligned}$$

$$\bullet \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \times \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$$

۲۰- در هر یک از قسمت‌های زیر، یکی از نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $\alpha$  و ناحیه قرار گرفتن  $\alpha$  داده شده است. سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $\alpha$  را به دست آورید.

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$$\bullet \tan \alpha = \frac{3}{4}, \text{ در ناحیه سوم مثلثاتی قرار دارد.}$$

$$\begin{aligned} 1 + \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \rightarrow \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \\ \cot \alpha &= \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{4}{3} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5} \rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\sin \alpha}{-\frac{4}{5}} \rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{4} \times -\frac{4}{5} = -\frac{3}{5}$$

\* روش دوم:



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= -\frac{3}{5} \\ \cos \alpha &= -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3}$$



## قوانین توان و رادیکال

### قوانین توان

|                                            |                                                |                                                                    |                                                        |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| $(a^m)^n = a^{mn}$<br>$(2^3)^2 = 2^6 = 64$ | $a^{m^n} = a^{(m^n)}$<br>$2^{3^2} = 2^9 = 512$ | $a^m \times b^m = (a \times b)^m$<br>$a^m \div b^m = (a \div b)^m$ | $a^m \times a^n = a^{m+n}$<br>$a^m \div a^n = a^{m-n}$ |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|

### قوانین رادیکال

|                                                                                   |                                                                                                      |                                                                                                               |                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a}$<br>$\sqrt[3]{\sqrt[4]{48}} = \sqrt[12]{48}$ | $\sqrt[n]{a^n b} = a \sqrt[n]{b}$<br>$\sqrt[3]{18} = \sqrt[3]{9 \times 2} = \sqrt[3]{9} \sqrt[3]{2}$ | $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$<br>$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$ | $\sqrt[n]{a^m} =  a ^{\frac{m}{n}}$<br>$\sqrt[n]{a^m} = a : \text{مزد}$<br>$\sqrt{x^2} =  x $<br>$\sqrt[n]{a^n} =  a $<br>$\sqrt[n]{a^m} = a : \text{مزد}$ |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### توان های گویا

|                                                  |                                                                                |                                                                                           |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a^{-1} = \frac{1}{a}$<br>$2^{-1} = \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$<br>$\frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{8} = 2$ | $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$<br>$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$ |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|

۲۱- عبارت های زیر را به صورت ساده تر بنویسید.

- $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[4]{8}$
- $\sqrt[4]{(1-\sqrt{2})^4} + \sqrt[4]{(2-\sqrt{2})^4} = |1-\sqrt{2}| + |2-\sqrt{2}| = -1 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1$
- $\sqrt{3-\sqrt{5}} \times \sqrt{3+\sqrt{5}} = \sqrt{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \sqrt{9-5} = \sqrt{4} = 2$
- $\sqrt[3]{2+\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}$   
 $\sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^2} \times \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^2} \times \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^2(7-4\sqrt{3})} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^2(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3(2^2-3)} = \sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3} = 2+\sqrt{3}$





## اتحاد و تجزیه

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

۲۲- حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$(2\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = 1 + 5 + 2\sqrt{10}$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1$$

$$(x^2 - 3)(x^2 + 3x^2 + 9) = x^4 - 27$$

۲۳- عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3 = (x - 2y)^3$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) / (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$





۲۴- کسرهای گویای زیر را ساده کنید.

$$\bullet \frac{x^2 + 4}{x^2 - 16} = \frac{\cancel{x^2} + 4}{(\cancel{x^2} + 4)(x^2 - 4)} = \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{(x-2)(x+2)}$$

$$\bullet \frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 - x - 2} = \frac{(x+1)(2x+3)}{(x-2)(x+1)}$$

۲۵- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\bullet \frac{1}{\sqrt{x^3}} \times \frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[3]{x^6}} = \frac{\sqrt[3]{x^6}}{x^2} = \frac{\sqrt[3]{16}}{2} \quad \bullet \frac{1}{\sqrt[5]{16}} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} \times \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{\sqrt[5]{2}}{2}$$

$$\bullet \frac{2}{4 - \sqrt{7}} \times \frac{4 + \sqrt{7}}{4 + \sqrt{7}} = \frac{2(4 + \sqrt{7})}{16 - 7} = \frac{4 + \sqrt{7}}{3}$$

$$\bullet \frac{1}{\sqrt[3]{5+2}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2-2}\sqrt[3]{5+2}}{\sqrt[3]{5^2-2}\sqrt[3]{5+2}} = \frac{11}{12}$$





## روش خفن تجزیه درجه دو

جفتی که **جمعشان** برابر با  $m$

شود. ضربشان **مثبت** است پس  
هر دو هم **علامت اند** که علامت  
جفتشان علامت  $m$  است

جفتی که **تفاضلشان** برابر با  $m$

شود. ضربشان **منفی** است پس  
**مختلف** **العلامت اند** که علامت  
بزرگه علامت  $m$  است و  
دیگری برعکس

$$x^2 \pm mx \pm n$$

ابتدا  $n$  را با جدول  
ضرب به عامله‌ایش  
تجزیه میکنیم

$$\begin{array}{r} 1 \times 1 \\ 2 \times 2 \end{array}$$

$$1) x^2 - 6x + 8$$

$$(x-2)(x-4)$$

$$\begin{array}{r} 10 \times 1 \\ 5 \times 5 \end{array}$$

$$4) x^2 - 2x - 15$$

$$(x-5)(x+3)$$

$$\begin{array}{r} 12 \times 1 \\ 2 \times 2 \\ 4 \times 2 \end{array}$$

$$2) x^2 - 7x + 12$$

$$(x-3)(x-4)$$

$$3) x^2 + 7x + 12$$

$$(x+2)(x+3)$$

$$5) x^2 - x - 12$$

$$(x-4)(x+3)$$

$$5') x^2 + x - 12$$

$$(x+4)(x-3)$$

$$\begin{array}{r} 12 \times 1 \\ 4 \times 2 \\ 2 \times 3 \end{array}$$

$$3) x^2 - 8x + 12$$

$$(x-2)(x-4)$$

$$3') x^2 + 8x + 12$$

$$6) x^2 - 4x - 12$$

$$(x-6)(x+2)$$

$$6') x^2 + 4x - 12$$

$$(x+6)(x-2)$$





## سایر روش های حل معادله درجه دو

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$b=0 \quad c=0$$

(۱) تجزیه درجه دو ناقص (فاکتور و مزدوج)

$$b=0$$

(۲) ریشه گیری

(۳) مربع کامل کردن

(۴) دلتا

$$\Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} \Delta > 0 \\ \Delta = 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$x_1 = -\frac{b}{2a}$

۲۶- معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید.

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$$9x^2 - 4 = 0$$

$$9x^2 = 4 \rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$$

$$(3x+2)^2 = 36 \Rightarrow (3x+2)^2 - 36 = 0 \Rightarrow (3x+2-6)(3x+2+6) = 0$$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$$(3x+2)^2 = 36$$

$$3x+2 = \pm 6$$

۲۷- معادلات زیر را به روش ریشه گیری حل کنید.

$$3x+2=6 \rightarrow 3x=4 \rightarrow x=\frac{4}{3}$$

$$3x+2=-6 \rightarrow 3x=-8 \rightarrow x=-\frac{8}{3}$$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$$2x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 6x = 1 \div 2 \rightarrow x^2 + 3x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = \frac{11}{2} \rightarrow (x + \frac{3}{2})^2 = \frac{11}{2} \rightarrow x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{11}{2}}$$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

$$2x^2 - x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 10}}{2} = \frac{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{41}{4}}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$\Delta = 1 - 4(2)(-5) = 1 + 40 = 41$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$3x - x^2 = -7$$

$$0 = x^2 - 3x - 7$$

$$\Delta = 9 - 4(1)(-7) = 9 + 28 = 37 \rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$$

