

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۲	حسابان ۲	سوالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۷	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

ردیف سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است. نمره

درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.
الف) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $f + g$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است. ۰.۵

ب) اگر $x = c$ طول یک نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، آن گاه $f'(c) = 0$.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.
الف) تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} ... محورهای مختصات عبور نمی کند.
ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$ برابر $-\infty$ است.
پ) اگر $f'(4) = 2$ و $f(4) = -1$ ، خط مماس بر نمودار f در $x = 4$ ، محور y ها را در نقطه ای به عرض 9 قطع می کند.

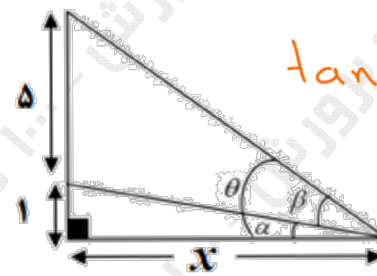
نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است، نمودار تابع $y = -f(2x-1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.

الف) اگر چندجمله ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x+1$ را به دست آورید. ۱.۲۵

ب) چندجمله ای $x^5 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x-1$ یک عامل آن باشد.

نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$ ، مقادیر a ، b و c را به دست آورید.

$|a| = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \rightarrow a = 2$
 $c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1$
 $T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = 2$

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
۶	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید. $2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi$ $2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$		
۷	 <p>نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است. $\tan \theta = \frac{5}{x}, \tan \alpha = \frac{1}{x}$ $\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$ $\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{5}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{\frac{4}{x}}{1 + \frac{5}{x^2}} = \frac{4x}{x^2 + 6}$</p>		
۱۰.۵	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>(الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^3 = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = -\infty$</p>		
۱۰.۲۵	<p>نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید. $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 2x}$ را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^2} = 0$ $x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x + 2) = 0 \rightarrow x = 0$</p>		
۱۰.۵	<p>مشق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} -1 = -1$</p>		
۰.۷۵	<p>اگر $f'(1) = 3$، $g'(1) = 5$ و $f(1) = 1$، مقدار مشتق $(f+g)$ در $x=1$ را به دست آورید. $f'(1) + g'(1) = 3 + 5 = 8$</p>		
۲	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) (الف) $f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x + 2})$ (ب) $g(x) = \sin 2x + \tan(x^2)$</p>		
۱۰.۵	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید. (t برحسب ثانیه) (الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[2, 4]$ را به دست آورید. $\frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{10 - 70}{2} = -30$ (ب) لحظه ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر 20 m/s است. $h'(t) = -10t + 40 = 20 \rightarrow -10t = -20 \rightarrow t = 2$</p>		
۱۰.۵	<p>مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید. $f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \pm 2$ $f(-1) = 11$, $f(2) = 16$, $f(3) = 9$</p>		
۱۰.۵	<p>مقادیر a، b و c را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در نقطه $(3, -1)$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $x=1$ طول نقطه عطف آن باشد. $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 0$ $f''(x) = 6x + 2a = 0 \rightarrow a = -3$ $f(3) = 27 + 9a + 3b + c = -1$ $f'(1) = 3 + 2a + b = 0 \rightarrow b = 9$ $f(1) = 1 + a + b + c = 0 \rightarrow c = -11$</p>		
۱۰.۷۵	<p>جدول رفتار و نمودار تابع $y = (x + 2)(x - 4)^2$ را رسم کنید. $f(1) = -1$ $f(3) = -1$ $c = -11$</p>		