

سوالیات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
(داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سوالیات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			

$a \times b = -b \times a$

$a \cdot b = b \cdot a$

۰/۷۵

درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(الف) هر ماتریس مربعی یک ماتریس اسکالر است. **X**

(ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک تر شود، شکل بیضی به دایره نزدیک تر می شود.

(پ) برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$ ، تساوی  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  همواره برقرار است. **X**

$|a \times b| = |b \times a|$  ✓

$a \cdot b = |a||b|\cos\theta$

$a \perp b \Rightarrow a \cdot b = 0$

$a \parallel b \Rightarrow |a \times b| = 0$

$a \times a = 0$

$a \cdot a = |a|^2$

(برهم عمود - باهم موازی)

۲

پاسخ صحیح را از میان کلمات داخل پرانتز انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید.

(الف) اگر صفحه‌های موازی با مولد یک سطح مخروطی، از رأس آن عبور نکنند، آنگاه فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک **بیضی** است. (هذلولی - سهمی)

(ب) دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  هستند؛ اگر فقط اگر  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  (برهم عمود - باهم موازی)

۰/۷۵

حاصل هر یک از عبارتهای ستون A را از ستون B انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید (یکی از اعداد ستون B اضافه است).

B	A
۲	(الف) مقدار عددی $ 2A $ در صورتی که $ A  = 1$
۴	(ب) مقدار عددی درایه $b_{13}$ در ماتریس $B = [2j + i]_{3 \times 3}$
۵	(پ) مقدار عددی $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$
۷	

$|2A| = 2^2 |A| = 4$

$B = [2j + i]_{3 \times 3}$

ماتریس قطری

۰/۵

در هر قسمت گزینه صحیح را از میان گزینه‌های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید.

(الف) در یک بیضی با طول قطرهای ۶ و ۸ سانتی متر، فاصله کانونی چند سانتی متر است؟

$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 16 = 9 + c^2$

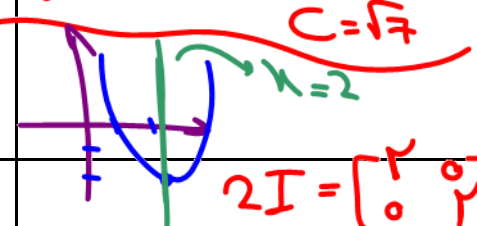
$c = \sqrt{7}$

۴  $4\sqrt{7}$  (۴)    ۳  $2\sqrt{7}$  (۳)    ۲  $\sqrt{7}$  (۲)    ۱  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  (۱)

(ب) معادله محو سهمی  $(x-2)^2 = 4(y+2)$  کدام است؟

۴  $y = -2$  (۴)    ۳  $x = -2$  (۳)    ۲  $y = 2$  (۲)    ۱  $x = 2$  (۱)

$5/2$



۱/۵

دستگاه  $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

$2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$A + 2I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}$

۱

با فرض  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ، حاصل عبارت  $A^2 + 2I$  را به دست آورید.

$A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$

۱/۵

دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 2 & z-1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  مساوی هستند، مقادیرهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  را به دست آورید.

۱

مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که ماتریس  $A = \begin{bmatrix} m+1 & 2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نباشد.

نقطه وارون پذیر نبودن

$\Delta = 0$

$|A| = 0$

$3m + 3 - 2m = 0$

$m = 3$

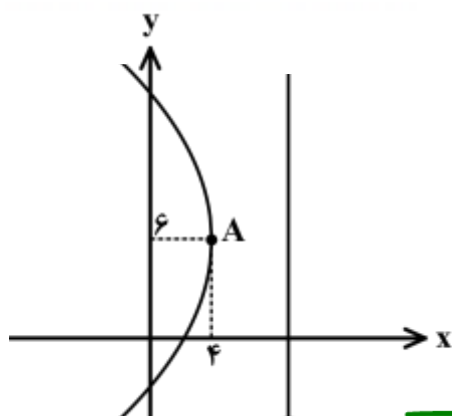
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			

۹	نقاط A، B، C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).
---	--

۱۰	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه $O(-1, 2)$ مرکز آن بوده و بر خط $4x - 3y + 5 = 0$ مماس باشد.
----	---

۱۱	وضعیت دو دایره $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ و $C': (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.
----	--

۱۲	در شکل مقابل نمودار یک سهمی و خط هادی آن رسم شده است. مختصات کانون و معادله سهمی را بنویسید.
----	--



Handwritten calculations for question 12:

$$CM = \sqrt{\left(\frac{0-1}{1}\right)^2 + \left(\frac{1-2}{4}\right)^2 + \left(\frac{-2-1}{9}\right)^2} = \sqrt{14}$$

$$-2(3, 2, -1) + (3, 1, 1) = (-3, -3, +1)$$

Diagram of a triangle ABC with vertices A(1, 2, 1), B(-1, 0, -5), and C(-1, 3, 1). A green line segment connects A and C. A point M is marked on AC. A coordinate system is shown with axes x and y.

۱۴	الف) نقاط $A = (1, 2, 1)$ ، $B = (-1, 0, -5)$ و $C = (-1, 3, 1)$ سه رأس یک مثلث هستند. اگر نقطه M وسط ضلع AB باشد، طول پاره خط CM (میانۀ وارد بر ضلع AB) را حساب کنید.
----	--

	ب) با فرض $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ، $\vec{b} = (3, 1, 1)$ و $\vec{r} = -2\vec{k}$ مختصات بردار $\vec{r}\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آورید.
--	--

۱۵	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, 3, 1)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (-2, 0, 1)$ را به دست آورید. $ \vec{b}  = \sqrt{4+0+1} = \sqrt{5}$
----	--

۱۶	با فرض اینکه $ \vec{a}  =  \vec{b}  = 2$ و زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر $60^\circ$ باشد، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.
----	--

Handwritten calculations for question 16:

الف)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2$

ب)  $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

Additional notes:  $\tan \theta = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a} \times \vec{b}|} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \theta = 30^\circ$

۱۷	مساحت <u>بنوازی الاضلاع</u> پدید آمده توسط دو بردار $\vec{a} = (-2, 1, 0)$ و $\vec{b} = (1, -3, 2)$ را محاسبه کنید.
----	---

۲۰	جمع نمره	موفق باشید
----	----------	------------

Handwritten calculations for question 17:

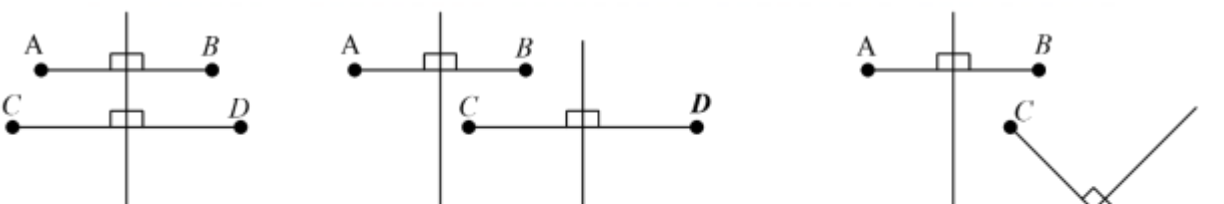
$$S = |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{4 + 16 + 15} = \sqrt{35} = 3\sqrt{5}$$

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \cdot \vec{b} = \frac{-2+0+1}{\sqrt{5}^2} (-2, 0, 1) = \left(-\frac{2}{5}, 0, \frac{1}{5}\right)$$

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۰/۷۵	(هر مورد ۲۵/۰)	پ) نادرست (۸۲ص)	ب) درست (۴۹ص)	الف) نادرست (۱۲ص)	۱	
۰/۵	(هر مورد ۲۵/۰)		ب) برهم عمود (۷۹ص)	الف) سهمی (۳۵ص)	۲	
۰/۷۵	(هر مورد ۲۵/۰)	پ) ۲ (۳۰ص)	ب) ۷ (۲۱ص)	الف) ۴ (۳۱ص)	۳	
۰/۵	(هر مورد ۲۵/۰)		ب) گزینه ۱ (x=2) (۵۳ص)	الف) گزینه ۳ (2√7) (۴۸ص)	۴	
۱/۵				<u>نوشتار اول:</u> $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 7$ $A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ <u>نوشتار دوم:</u> $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 14 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$	۵	
۱				$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 9 \end{bmatrix}$ $A^2 + 2I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -8 & 11 \end{bmatrix}$	(صفحات ۱۴، ۱۵، ۱۹ و ۲۰)	۶
۱/۵				$\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=9 \\ z-1=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=3 \\ z=6 \end{cases}$	(۱۳ص)	۷

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۱	$\underbrace{ A  = 0}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{3(m+1) - 2m = 0}_{(0/5)} \Rightarrow \underbrace{3m + 3 - 2m = 0}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{m = -3}_{(0/25)}$	۸
	(ص ۲۳)	
۱/۵	<p>مکان هندسی نقاطی که فاصله آنها از نقاط A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف AB قرار دارند. (۰/۲۵)</p> <p>مکان هندسی نقاطی که فاصله آنها از نقاط C و D به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف CD قرار دارند. (۰/۲۵)</p> <p>محل برخورد دو عمودمنصف جواب مسأله است. (۰/۲۵)</p> <p>بحث: حالت اول - اگر دو عمودمنصف موازی باشند، مسأله جواب ندارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت دوم - اگر دو عمودمنصف برهم منطبق باشند، مسأله بی شمار جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>حالت سوم - اگر دو عمودمنصف متقاطع باشند، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p>	۹
	<p>توجه: در صورت پاسخگویی ترسیمی و بیان حالات بحث (به صورت رسم شکل) نمره کامل منظور گردد.</p>  <p>(مسأله بی شمار جواب دارد)      (مسأله جواب ندارد)      (مسأله یک جواب دارد)</p>	
۱/۲۵	<p>شعاع: <math>r = \frac{ -4-6+5 }{\sqrt{16+9}} = 1</math> (۰/۵)</p> <p>معادله دایره: <math>(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1</math> (۰/۷۵)</p>	۱۰
	(ص ۴۳)	
۱/۵	<p><math>\left. \begin{array}{l} \underbrace{O(1,-1)}_{(0/25)} \quad \underbrace{O'(-3,2)}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{OO' = 5}_{(0/25)} \\ \underbrace{r = 1}_{(0/25)} \quad \underbrace{r' = 2}_{(0/25)} \end{array} \right\} \xrightarrow{OO' &gt; r+r'} \underbrace{\text{دو دایره متخارج هستند}}_{(0/25)}</math></p> <p>توجه: به جای «دو دایره متخارج هستند»، نوشتن جمله «نقطه برخورد ندارند» نیز قابل قبول است.</p>	۱۱
	(ص ۴۴)	
۱/۲۵	<p><math>\underbrace{F(-1,6)}_{(0/5)} \quad \underbrace{(y-6)^2 = -20(x-4)}_{(0/75)}</math></p> <p>توجه: در صورتی که فقط <math>a = 5</math> (فاصله کانونی سهمی) نوشته شده باشد (۰/۲۵) منظور گردد.</p>	۱۲
	(ص ۵۴)	
صفحه ۲ از ۳		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		

۱/۵	<p>M روی بیضی است، پس داریم: <math>MF + MF' = 2a</math> (۰/۲۵)</p> <p>N روی بیضی است، پس داریم: <math>NF + NF' = 2a</math> (۰/۲۵)</p> <p>پس: <math>\underbrace{MF + MF'}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{NF + NF'}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{MF'=NF} \underbrace{MF}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{NF'}_{(۰/۲۵)}</math></p> <p>بنابراین چهارضلعی MFNF' متوازی الاضلاع است (۰/۲۵) لذا <math>MF \parallel NF'</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ص ۵۷)</p>	۱۳
۱/۵	<p>الف) <math>M = (0, 1, -2)</math> (وسط AB) <math>\xrightarrow{C=(-1, 2, 1)}</math> (طول میانه) <math>CM = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}</math> (ص ۷۶ و ۶۶)</p> <p>ب)</p> <p><math>\vec{r}_a + \vec{b} = -2(3, 2, -1) + (3, 1, 1) = (-6, -4, 2) + (3, 1, 1) = (-3, -3, 3)</math> (نوشتار اول:)</p> <p><math>\vec{r}_a + \vec{b} = (-6, -4, 2) + (3, 1, 1) = (-3, -3, 3)</math> (نوشتار دوم:)</p> <p>(ص ۷۶ و ۸۴)</p>	۱۴
۱/۵	<p><math>\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 + 0 + 1 = -1</math> (۰/۵) , <math> \vec{b}  = \sqrt{4 + 0 + 1} = \sqrt{5}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow \vec{a}' = \frac{-1}{(\sqrt{5})^2} (-2, 0, 1) = \left(\frac{2}{5}, 0, \frac{-1}{5}\right)</math> (ص ۷۳ و ۷۸ و ۸۰)</p>	۱۵
۱	<p>الف) <math>\vec{a} \cdot \vec{b} =  \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2</math> (ص ۷۸)</p> <p>ب) <math> \vec{a} \times \vec{b}  =  \vec{a}   \vec{b}  \sin \theta = 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}</math> (ص ۸۱)</p>	۱۶
۱/۵	<p><math>\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} &amp; \mathbf{j} &amp; \mathbf{k} \\ -2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; -3 &amp; 2 \end{vmatrix} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k} = (2, 4, 5)</math> (ص ۷۵)</p> <p><math>S =  \vec{a} \times \vec{b}  = \sqrt{4 + 16 + 25} = \sqrt{45} = (3\sqrt{5})</math> (ص ۷۳ و ۷۵ و ۸۳)</p>	۱۷
۲۰	موفق باشید	
صفحه ۳ از ۳		