

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	علوم تجربی	رشته:	تعداد صفحه: ۲	ریاضی ۳	سوالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۳	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

«سالروز ارتحال رهبر کبیر انقلاب اسلامی ایران و شهدای پانزده خرداد تسلیت باد»

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است. ص ب) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در $x=0$ مشتق پذیر است. ع ج) در تابع $f(x) = 4 + \sqrt{x-1}$ دامنه تابع $y = (f^{-1} \circ f)(x)$ برابر $[1, +\infty)$ است. ص	۰.۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. الف) تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار a برابر است. ص ب) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر است. ع ج) اگر صفحه P در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل گوی است. ع	۰.۷۵
۳	به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$ نمودار تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را رسم کنید. در شکل روبرو نمودار تابع f رسم شده است.	۰.۵
۴	الف) نمودار تابع g با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g \circ f(0)$ را بدست آورید.	۰.۷۵
۵	تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید. اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(\lambda x) + c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد. الف) مقادیر a و c را بیابید. ب) دوره تناوب تابع را بدست آورید.	۱.۲۵
۶	جواب‌های معادله $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ را در بازه $(0, \pi)$ بدست آورید. حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)	۱.۵
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1) = 2$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ ج) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ د) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3}{2x^3} = -3$	۱.۲۵
۸	اگر نمودار تابع f از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار f را در نقطه A بدست آورید. $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 4 = 3(x - 2) \rightarrow y = 3x - 2$	۱

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	علوم تجربی	رشته:	تعداد صفحه: ۲	ریاضی ۳	سوالات آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۳/۱۳	تاریخ آزمون:	دوره دوم متوسطه - دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

«سالروز ارتحال رهبر کبیر انقلاب اسلامی ایران و شهدای پانزده خرداد تسلیت باد»

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.	نمره
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع $f(x) = x^2 - 4 $ با در $x = 2$ بیابید. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x+2) = 4$	۱.۲۵
۱۱	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). $f(x) = (x-6)^3 + \frac{5x+3}{\sqrt{2x-1}}$ $f'(x) = 3(x-6)^2 \cdot 1 + \frac{5\sqrt{2x-1} - \frac{1}{2}(5x+3)\sqrt{2x-1}}{2x-1}$	۱.۲۵
۱۲	تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازه $[0, 2]$ بدست آورید. $\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1$ ب) حدود x را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[0, 2]$ بزرگتر باشد. در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید. $f(x) = x^2 - x$ Max: $x = 1$ Min: $x = 2$	۱.۲۵
۱۳	مطابق شکل زیر، نقطه A در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 12 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه A را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم الزاویه OAB بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. $S = \frac{1}{2} yx = \frac{1}{2} x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2} x^3$ $S' = 6 - \frac{3}{2} x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2$ $x = 2 \rightarrow y = 12 - 4 = 8$ بنابراین $A(2, 8)$	۱
۱۴	در یک بیضی فاصله کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید. $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = c^2 + c^2 = 2c^2 \rightarrow a = \sqrt{2}c$ اگر مرکز دایره $x^2 + y^2 + ax - 4y - 4 = 0$ ، نقطه $O(1, 2)$ باشد. الف) مقدار a را بیابید. $-\frac{a}{2} = 1 \rightarrow a = -2$ ب) شعاع دایره را محاسبه کنید. $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + 4c^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 16} = \frac{1}{2} \sqrt{36} = 3$	۱.۲۵
۱۵	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمز وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است. $P(\text{مهره قرمز}) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{0}{12} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{12} = \frac{1}{15} + 0 + \frac{1}{6} = \frac{4}{15}$	۱
۱۶	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمز وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است. $P(\text{مهره قرمز}) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{0}{12} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{12} = \frac{1}{15} + 0 + \frac{1}{6} = \frac{4}{15}$	۱
۱۷	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمز وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است. $P(\text{مهره قرمز}) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{3} \times \frac{0}{12} + \frac{1}{3} \times \frac{6}{12} = \frac{1}{15} + 0 + \frac{1}{6} = \frac{4}{15}$	۱.۰۵