

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور (ادامه)			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) میانگین پنج عدد طبیعی همان عدد وسطی است. ب) اگر $m \in \mathbb{Z} - \{0\}$ آنگاه $[m^5, (m^2, m^2)] = m^5$ ج) تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 4k + 2\}$ مضرب ۴ است. د) هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است.	$x_1 = 4k + 3$ $x_2 = 4k + 3$ $x_2 - x_1 = 4(k_2 - k_1) = 4k'$ $(a, b) = a $ $[a, b] = b $ $k=0 \rightarrow x=3$ $k=1 \rightarrow x=7$ هر مینیمم، مینیمال است.	
۰.۵	جاهای خالی را با اعداد مناسب تکمیل کنید. الف) عدد احاطه گری گراف C_5 برابر است با ... ب) تعداد راه های توزیع ۳ خودکار متفاوت بین ۵ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یک خودکار برسد، برابر ... است.	۳ $\frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$ اونی به بسته به ... توابع یک به یک	
۱.۵	با استفاده از اثبات بازگشتی نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی b, a داریم: $a^2 + b^2 \geq (a-1)(b+1)$		
۱	اگر a عددی طبیعی و داشته باشیم $a \mid 4k+3$ و $a \mid 7k+1$ ثابت کنید $a=1$ یا $a=17$.		
۱.۲۵	اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب ۲ و ۳ باشد، باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۲۰ بیابید.		
۱.۵	جواب های عمومی معادله $5x + 9y = 22$ را بدست آورید.		
۲	با توجه به گراف G مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه گراف را بنویسید. ب) مسیری به طول ۵ از راس c به راس f بنویسید. ج) دوری به طول ۴ بنویسید. د) آیا گراف G همبند است؟ چرا؟	مسیری که بین هر دو راس آن مسیری داریم. مسیری: $c \rightarrow e \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow g \rightarrow f$ دوری: $a \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow a$ همبند است؟ خیر/بله؟	
۲	با توجه به گراف G ، به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) آیا مجموعه $D = \{a, b, m\}$ یک مجموعه احاطه گر است؟ چرا؟ ب) عدد احاطه گری گراف G را بدست آورید. (با ذکر دلیل) ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن بنویسید.	راس تنگناست و نه راسی که ... مجموعه احاطه گر است؟ خیر/بله؟ عدد احاطه گری گراف G را بدست آورید. (با ذکر دلیل) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی از آن بنویسید.	

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۳۱	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشاگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۹	<p>در گراف روبرو:</p> <p>الف) مجموعه احاطه گر غیر مینیمال $A = \{b, e, g, a, f\}$ را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کنید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمم که شامل رأس e باشد را بنویسید.</p> <p>ج) با اضافه نمودن چه یالی عدد احاطه گری گراف ۲ می شود؟</p>	۱.۵		
۱۰	<p>الف) گراف P_{11} را رسم کنید.</p> <p>ب) یک γ-مجموعه از آن را مشخص کنید.</p>	۱		
۱۱	<p>می خواهیم ۱۰ نفر را که دو به دو برادر یکدیگرند در دو طرف طول یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبروی برادرش بنشیند، به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟</p>	۱		
۱۲	<p>تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 20$ با شرط های $x_1 \geq 4$، $x_2 \geq 3$، $x_3 \geq 2$، $x_4 \geq 1$ را بیابید.</p>	۱		
۱۳	<p>با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۰ چند عدد ۱۰ رقمی می توان نوشت؟</p>	۱		
۱۴	<p>قرار است سه کارگر با سه نوع ماشین نخ ریزی و سه نوع الیاف در سه روز اول هفته کار کنند. به گونه ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف دقیقا یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقا یک بار به کار گرفته شود. برای این مسئله برنامه ریزی کنید.</p>	۱.۲۵		
۱۵	<p>تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضوی A به مجموعه ۳ عضوی B را بیابید.</p>	۱		
۱۶	<p>حداقل چند دانش آموز در حیط یک دبیرستان حضور داشته باشند تا مطمئن باشیم لاکل ۲۱ نفر از آنها متعلق به یک پایه تحصیلی (دهم، یازدهم، دوازدهم) و یک رشته تحصیلی (ریاضی، تجربی، انسانی) هستند؟</p>	۱		

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$
 (عدد اولها + معادله)
 \Rightarrow (عدد بعد اولها)

$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 20$
 $x_1 \geq 4, x_2 \geq 3, x_3 \geq 2, x_4 \geq 1$
 $(9) = \frac{9 \times 8 \times 4}{2!} = 36$

$\frac{10!}{4! \times 3! \times 2!}$

$2 \times 3 - 96 + 3$

$3 - 3 \times 2 + 3 = 15$

$3 \times 3 = 9$
 $\frac{-1 - \text{بوند}}{\text{لان}} + 1$
 مداخل عدد بوند
 در یک لان
 موفق باشید

$21 = \frac{x-1}{9} + 1 \Rightarrow x = 181$

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
		تعداد صفحه: ۳ صفحه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ۸ ص (ب) نادرست (۰/۲۵) ۱۷ ص (ج) درست (۰/۲۵) ۱۸ ص (د) نادرست (۰/۲۵) ۴۶ ص	۱
۲	الف) ۳ یا $\left\lfloor \frac{7}{3} \right\rfloor$ (۰/۲۵) ۴۹ ص (ب) ۶۰ یا $\frac{5!}{2!}$ (۰/۲۵) ۸۷ ص	۰/۵
۳	$a^2 + b^2 \geq ab + a - b - 1$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 - 2ab - 2a + 2b + 2 \geq 0$ (۰/۲۵) ۸ ص $\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-1)^2 + (b+1)^2 \geq 0$ (۰/۷۵) این رابطه همواره برقرار است. (۰/۲۵) (در صورت اثبات یک طرفه رابطه ها و ذکر برگشت پذیر بودن آنها نمره کامل تعلق گیرد).	۱/۵
۴	$a 7k+1 \Rightarrow a 28k+4$ (۰/۲۵) $a 4k+3 \Rightarrow a 28k+21$ (۰/۲۵) $a 17(a-17)$ (۰/۲۵) $a \in \mathbb{N}$ یا $a=17$ (۰/۲۵) ۱۲ ص	۱
۵	روش اول: $a = 4q_1 + 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 5a = 20q_1 + 10$ (۰/۲۵) $a = 5q_2 + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 4a = 20q_2 + 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 20(q_1 - q_2) - 2$ (۰/۲۵) $a = 20q_2 + 18 \Rightarrow r = 18$ یا $r = -2 + 20 = 18$ (۰/۲۵) روش دوم: $a \equiv 2 \pmod{4}$ $\Rightarrow a = 4k + 18$ (۰/۲۵) $a \equiv 3 \pmod{5}$ $\Rightarrow 4k + 18 \equiv 18 \pmod{5} \Rightarrow k \equiv 5t \pmod{5} \Rightarrow a = 20t + 18 \Rightarrow r = 18$ (۰/۲۵) ۱۶ ص	۱/۲۵
۶	روش اول: $5x \equiv 22 \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 8 \pmod{5} \Rightarrow x = 9k + 8$ (۰/۲۵) $5(9k + 8) + 9y = 22 \pmod{5} \Rightarrow y = -2 - 5k$ (۰/۲۵) روش دوم: $9y \equiv 22 \pmod{5} \Rightarrow y \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow y = 5k + 3$ (۰/۲۵) $5x + 9(5k + 3) = 22 \pmod{5} \Rightarrow x = -1 - 9k$ (۰/۲۵) ۲۹ ص	۱/۵
۷	الف) $p = 7$ (۰/۲۵), $q = 10$ (۰/۲۵) ب) $ceabgf$ یا $cebagf$ (۰/۵) ج) $ebgfe$ یا $eagfe$ یا $ebage$ یا $eagbe$ (۰/۵) د) خیر (۰/۲۵) زیرا راس e در گراف G ماکزیمم درجه است لذا درجه آن در گراف \bar{G} صفر می باشد. یا $\deg_G(e) = p - 1 = \Delta = 6 \Rightarrow \deg_{\bar{G}}(e) = 0 \Rightarrow \bar{G}$ ناهمبند است (۰/۲۵) ۳۵ ص ۳۸ ص ۳۸ ص ۳۹ ص	۲

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		
		تعداد صفحه: ۳ صفحه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	الف) خیر (۰/۲۵) زیرا راس d احاطه نمی شود. یا $N_G[a] \cup N_G[b] \cup N_G[m] \neq V(G)$ (۰/۲۵) ب) داریم $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{11}{6} \right\rceil = 2$ (۰/۵) واژ طرفی مجموعه سه عضوی $\{a, m, d\}$ احاطه گرمینیم می باشد. (۰/۲۵) پس $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵) ج) $\{f, g, h, i, j\}$ (۰/۵)	ص ۴۶ ص ۴۹ ص ۴۶
۹	الف) $\{b, g, a, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, e, h\}$ (۰/۵) ص ۴۷ ج) ec یا eh یا gf یا gc (۰/۵) ص ۴۷	ص ۴۷
۱۰	الف) رسم گراف (۰/۵) ب) $\{v_2, v_5, v_8, v_{11}\}$ (۰/۵)	ص ۵۴
۱۱	روش اول: $\underbrace{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (2!)^5}_{(۰/۷۵)} = 3840$ (۰/۲۵) روش دوم: $\underbrace{(10 \times 1) \times (8 \times 1) \times (6 \times 1) \times (4 \times 1) \times (2 \times 1)}_{(۰/۷۵)} = 3840$ (۰/۲۵)	ص ۷۱
۱۲	روش اول: $x_1 + 2(3) + x_r + x_f = 20 \Rightarrow x_1 + x_r + x_f = 14$ (۰/۲۵) $x_1 - 3 \geq 0 \Rightarrow x_1 = y_1 + 3, x_r - 4 \geq 0 \Rightarrow x_r = y_r + 4$ $\underbrace{y_1 + 3}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{y_r + 4}_{(۰/۲۵)} + x_f = 14 \Rightarrow y_1 + y_r + x_f = 7$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \binom{7+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$ (۰/۲۵) روش دوم: $x_1 + x_r + x_f = 14$ (۰/۲۵) $\binom{14-3-4+3-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$ (۰/۲۵)	ص ۷۱ و ۶۱

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۳/۳۱		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	
		تعداد صفحه: ۳ صفحه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	ص ۵۸ $\frac{10!(0/25)}{2! \times 3! \times 4!}$ (0/25) (0/25) (0/25)	۱
----	--	---

۱۴	<table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>w_1</td><td>w_2</td><td>w_3</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table> $A =$ (0/25) <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>w_1</td><td>w_2</td><td>w_3</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table> $B =$ (0/25) \Rightarrow <table style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>w_1</td><td>w_2</td><td>w_3</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>13</td><td>21</td><td>32</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>31</td><td>12</td><td>23</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>22</td><td>33</td><td>11</td></tr> </table> (0/5) <p>چون اعداد دو رقمی تکراری در مربع ساخته شده وجود ندارد پس متعامدند. (0/25) (به مربع های لاتین دیگر که ویژگی سوال را داشته باشند، لطفا نمره تعلق گیرد.) ص ۶۸</p>		w_1	w_2	w_3	شنبه	1	2	3	یکشنبه	3	1	2	دوشنبه	2	3	1		w_1	w_2	w_3	شنبه	3	1	2	یکشنبه	1	2	3	دوشنبه	2	3	1		w_1	w_2	w_3	شنبه	13	21	32	یکشنبه	31	12	23	دوشنبه	22	33	11	۱/۲۵
	w_1	w_2	w_3																																															
شنبه	1	2	3																																															
یکشنبه	3	1	2																																															
دوشنبه	2	3	1																																															
	w_1	w_2	w_3																																															
شنبه	3	1	2																																															
یکشنبه	1	2	3																																															
دوشنبه	2	3	1																																															
	w_1	w_2	w_3																																															
شنبه	13	21	32																																															
یکشنبه	31	12	23																																															
دوشنبه	22	33	11																																															

۱۵	ص ۷۷ $3^5 - \left(3 \times 2^5 - 3 \right) = 150(0/25)$ (0/25)	۱
----	---	---

۱۶	ص ۸۳ تعداد لانه: $n = 3 \times 3 = 9(0/25)$ $k + 1 = 21 \Rightarrow k = 20(0/25)$ تعداد کبوترها: $kn + 1 = 20 \times 9 + 1 = 181(0/5)$	۱
----	---	---

۲۰		
----	--	--

همکاران گرامی، خدا قوت، تمام موارد درخور اهمیت جهت نمره گذاری در راهنمای تصحیح نوشته شده است، خواهشمند است جهت رعایت عدالت آموزشی، اوراق دانش آموزان، صرفاً بر اساس راهنمای مذکور تصحیح و بازبینی شوند.

با سپاس از مساعدت همکاران بزرگوار