

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

مدل

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{200}{3} \right]}{200} - \frac{\left[\frac{200}{12} \right]}{200}$$

فقط A باشد یعنی B نباشد

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

۸	عددی به تصادف از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۴ بخش پذیر نباشد، را محاسبه کنید.												
۹	یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد اول، چهار برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است. در پرتاب این تاس، احتمال این که عدد زوج مشاهده شود را به دست آورید.												
۱۰	فرض کنید A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(B) \neq 0$ ، ثابت کنید: $P(A' B) = 1 - P(A B)$												
۱۱	دروازه‌بان یک تیم فوتبال، اگر روحیه خوبی داشته باشد، با احتمال ۶۰ درصد و اگر روحیه بدی داشته باشد، با احتمال ۳۰ درصد ضربه پنالتی را مهار می‌کند. پیش از اولین ضربه پنالتی، روحیه این دروازه‌بان خوب است. احتمال آن را به دست آورید که این دروازه‌بان در سه ضربه پنالتی اول، دوم و سوم دقیقاً دو ضربه آخر را مهار کند. (با مهار هر پنالتی، روحیه دروازه‌بان خوب و در غیر این صورت بد می‌شود). $0,16 \times 0,3 = 0,048$												
۱۲	در مدرسه‌ای ۶۰ درصد دانش‌آموزان در رشته تجربی و ۴۰ درصد دانش‌آموزان در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند. در این مدرسه، $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان رشته تجربی و $\frac{1}{4}$ دانش‌آموزان رشته ریاضی، معدل بالای ۱۸ کسب کرده‌اند. دانش‌آموزی به تصادف از این مدرسه انتخاب شده و معدل او بالای ۱۸ است، احتمال آن که این فرد، دانش‌آموز رشته تجربی باشد را به دست آورید. $A \cap B = \{(5,4)\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$												
۱۳	در پرتاب دو تاس، فرض کنید A پیشامد مشاهده عدد ۵ در تاس اول و B پیشامد مجموع ۹ در برآمدهای دو تاس باشد. مستقل بودن یا نبودن پیشامدهای A و B را بررسی کنید. $A = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,6)\} \rightarrow P(A) = \frac{1}{8}$ $B = \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\} \rightarrow P(B) = \frac{1}{8}$ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$												
۱۴	جدول فراوانی زیر مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس برحسب سانتی‌متر است. الف) مقادیر عددی a و b را در جدول پیدا کنید. ب) نمودار بافت نگاشت فراوانی قد دانش‌آموزان را رسم کنید.												
۱۲.۵	<table border="1"> <thead> <tr> <th>قد دانش‌آموزان</th> <th>فراوانی</th> <th>فراوانی نسبی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$120 \leq H < 140$</td> <td>۶</td> <td>$0,3$</td> </tr> <tr> <td>$140 \leq H < 160$</td> <td>۱۰</td> <td>$\frac{10}{20} = 0,5$</td> </tr> <tr> <td>$160 \leq H < 180$</td> <td>۴</td> <td>$\frac{4}{20} = 0,2$</td> </tr> </tbody> </table>	قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی	$120 \leq H < 140$	۶	$0,3$	$140 \leq H < 160$	۱۰	$\frac{10}{20} = 0,5$	$160 \leq H < 180$	۴	$\frac{4}{20} = 0,2$
قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی											
$120 \leq H < 140$	۶	$0,3$											
$140 \leq H < 160$	۱۰	$\frac{10}{20} = 0,5$											
$160 \leq H < 180$	۴	$\frac{4}{20} = 0,2$											

ساعات شروع: ۷:۳۰ صبح	ریاضی و فیزیک	رشته:	تعداد صفحه: ۳	آمار و احتمال	سوالهای آزمون نهایی درس:
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی:	۱۴۰۳/۰۴/۰۴	تاریخ آزمون:	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳					

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

حسین در یک آزمون شرکت کرده و کارنامه آزمون او به شرح زیر است. اگر معدل موزون (میانگین وزن دار) نمره‌های این آزمون حسین، ۷۰ باشد، نمره فیزیک او را محاسبه نمایید.

$70 = \frac{2 \times 95 + 3 \times 70 + 4 \times 65}{9}$

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی
نمره	۶۵	۴	۹۵
ضریب درس	۴	۳	۲

$630 = 190 + 3x + 260 \Rightarrow 180 = 3x \Rightarrow x = 60$

۱۵

انحراف معیار داده‌های زیر را به دست آورید. (مراحل محاسبه انحراف معیار را به شکل کامل بنویسید.)

$\bar{x} = \frac{60}{5} = 12$

$s^2 = \frac{(16-12)^2 + (8-12)^2 + (10-12)^2 + (14-12)^2}{4} = 8 \Rightarrow s = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

۱۶

چارک اول، میانه و چارک سوم داده‌های زیر را بیابید.

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴

۱۷

در هر مورد مناسب‌ترین روش نمونه‌گیری را بنویسید.

الف) می‌خواهیم میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک شهر را محاسبه کنیم. فهرست همه دانش‌آموزان را نداریم اما فهرست مدارس موجود است.

ب) مدیر یک مدرسه می‌خواهد نظرات دانش‌آموزان را برای تغییر ساعت تعطیلی مدرسه بداند. مدرسه ۶ پایه دارد و حدس می‌زنیم که نظر ۶ پایه با هم متفاوت است.

۱۸

در یک دانشگاه، میانگین سن یک نمونه تصادفی ۲۵ نفره از دانشجویان برابر ۲۲ سال است. اگر در بررسی‌های گذشته، انحراف معیار سن دانشجویان این دانشگاه برابر ۲ سال باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن جامعه دانشجویان این دانشگاه را محاسبه کنید.

$\bar{x} = 22, s = 2$

۱۹

داده‌های مربوط به مطالعه یک جامعه ۷ عضوی به صورت زیر است:

۳، ۱، ۴، ۰، ۲، ۶، ۵

الف) تمام نمونه‌های دو عضوی از جامعه را بنویسید که میانگین آن‌ها ۳ باشد.

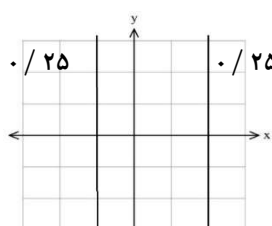
ب) احتمال آن که یک نمونه دو عضوی که به تصادف انتخاب شده است، دارای میانگین ۳ باشد، را به دست آورید.

$\binom{7}{2} = 21$

۲۰

$$P = \frac{1}{21} = \frac{1}{\binom{7}{2}} = \frac{1}{\frac{7 \times 6}{2 \times 1}} = \frac{2}{7}$$

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون ۱۴۰۳/۰۴/۰۴		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	
		تعداد صفحه: ۵	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																									
۱	الف) درست (۰/۲۵) صفحه ۳۲ (ب) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۶۷ (پ) نادرست (۰/۲۵) صفحه ۹۴	۰.۷۵																									
۲	الف) p (۰/۲۵) صفحه ۱۵ (ب) ۸ (ب) (۰/۲۵) صفحه ۸۳ (پ) اریب (۰/۲۵) صفحه ۱۰۴	۰.۷۵																									
۳	کار در کلاس صفحه ۸ کتاب درسی <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \Rightarrow q$</th> <th>$\sim p$</th> <th>$\sim p \vee q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>(به هر ستون کاملاً درست (۰/۲۵) نمره تعلق می‌گیرد.) با توجه به ستون‌های سوم و پنجم از سمت چپ، هم‌ارزی برقرار است. (۰/۲۵)</p>	p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$	د	د	د	ن	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	د	د	د	ن	ن	د	د	د	۱
p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$																							
د	د	د	ن	د																							
د	ن	ن	ن	ن																							
ن	د	د	د	د																							
ن	ن	د	د	د																							
۴	مشابه تمرین ۸ صفحه ۱۵ کتاب درسی $\forall n \in \mathbb{N}; n < n^2$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ارزش گزاره نادرست است (۰/۲۵) زیرا به ازای $n = 1$ عبارت $n < n^2$ برقرار نیست. (۰/۲۵)	۱																									
۵	کار در کلاس ۲ صفحه ۱۹ کتاب درسی $\forall x; x \in (A \cup C) \Rightarrow x \in A \vee x \in C \xrightarrow[\frac{0}{25}]{\frac{A \subseteq B}{C \subseteq D}} x \in B \vee x \in D \Rightarrow x \in (B \cup D)$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ بنابراین $A \cup C \subseteq B \cup D$	۱																									
۶	تمرین ۱۲ صفحه ۳۴ کتاب درسی $(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = \underline{A \cap U} = \underline{A}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱																									
۷	مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۳۴ کتاب درسی 	۰.۵																									
۸	مشابه تمرین ۵ صفحه ۴۳ کتاب درسی پیشامد عضوهایی از S که بر ۴ بخش پذیرند: B پیشامد عضوهایی از S که بر ۳ بخش پذیرند: A روش اول: $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 200\} \Rightarrow n(S) = 200, n(A) = \left\lfloor \frac{200}{3} \right\rfloor = 66, n(B) = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50$ $P(A \cap B) = \left\lfloor \frac{200}{12} \right\rfloor = 16$ $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{66}{200} - \frac{16}{200} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}$ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱																									

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون ۱۴۰۳/۰۴/۰۴		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	
		تعداد صفحه: ۵	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

روش دوم:

$$n(A) = ? ; 1 \leq 3k \leq 200 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{3k}{3} \leq \frac{200}{3} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 66 \Rightarrow \underbrace{n(A) = 66}_{./25}$$

$$n(A \cap B) = ? ; 1 \leq 12k \leq 200 \Rightarrow \frac{1}{12} \leq \frac{12k}{12} \leq \frac{200}{12} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 16 \Rightarrow \underbrace{n(A \cap B) = 16}_{./25}$$

$$\underbrace{P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)}_{./25} = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{66}{200} - \frac{16}{200} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}_{./25}$$

روش سوم:

$$A = \{3, 6, 9, 12, \dots, 198\} \Rightarrow \underbrace{n(A) = \frac{198}{3} = 66}_{./25}, \quad B = \{4, 8, 12, 16, \dots, 200\}$$

$$A \cap B = \{12, 24, \dots, 192\} \Rightarrow \underbrace{n(A \cap B) = \frac{192}{12} = 16}_{./25}$$

$$\underbrace{P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)}_{./25} = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{66}{200} - \frac{16}{200} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4}_{./25}$$

در صورتی که بدون نوشتن فرمول، مرحله بعدی درست نوشته شده باشد نمره فرمول نیز به آن تعلق گیرد.

۱.۲۵

مشابه کار در کلاس صفحه ۴۶ کتاب درسی a : یک عدد اول b : یک عدد غیر اول $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P(a) = 4P(b) \Rightarrow \begin{cases} P(1) = P(4) = P(6) = x \\ P(2) = P(3) = P(5) = 4x \end{cases}$$

$$P(S) = 1 \Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow \underbrace{x + 4x + 4x + x + 4x + x = 1}_{./5} \Rightarrow 15x = 1 \Rightarrow \underbrace{x = \frac{1}{15}}_{./25}$$

$$\underbrace{P(\{2, 4, 6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = 4x + x + x = 6x = 6 \times \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}}_{./25}$$

شیوه بیان دوم:

x_i	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$P(x_i)$	x	$4x$	$4x$	x	$4x$	x

$$P(S) = 1 \Rightarrow \underbrace{x + 4x + 4x + x + 4x + x = 1}_{./5} \Rightarrow 15x = 1 \Rightarrow \underbrace{x = \frac{1}{15}}_{./25}$$

$$\underbrace{P(\{2, 4, 6\}) = P(2) + P(4) + P(6) = 4x + x + x = 6x = 6 \times \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}}_{./25}$$

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون ۱۴۰۳/۰۴/۰۴		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	
		تعداد صفحه: ۵	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

روش دوم:

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) = \frac{60}{100} \times \frac{1}{3} + \frac{40}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{30}{100}} = \frac{2}{3}$$

روش سوم:

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_1) \cdot P(A|B_1)}{P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2)} = \frac{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3}}{\frac{60}{100} \times \frac{1}{3} + \frac{40}{100} \times \frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$$

در صورتی که بدون نوشتن فرمول، مرحله بعدی درست نوشته شده باشد نمره فرمول نیز به آن تعلق گیرد.

۱۲۵	$n(S) = 6 \times 6 = 36$ $A = \{(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $B = \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ $A \cap B = \{(5,4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$ $\Rightarrow P(A) \times P(B) = \frac{1}{54}$ $\Rightarrow P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$ بنابراین A و B مستقل از یکدیگر نیستند. (۰/۲۵)	۱۳
-----	--	----

مشابه مثال صفحه ۶۴ کتاب درسی

روش اول:

۱۲۵	$n = 6 + 10 + 4 = 20$ (الف) $a = \frac{10}{20} = 0.5$ (۰/۲۵) $b = \frac{4}{20} = 0.2$ (۰/۲۵)	۱۴
-----	--	----

ب) به نمودارهای رسم شده با هر یک از فرم‌های زیر طبق ریز بارم نمره تعلق گیرد.

(ب)

(ب)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: آمار و احتمال
تاریخ آزمون ۱۴۰۳/۰۴/۰۴		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	
		تعداد صفحه: ۵	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	مشابه تمرین ۸ صفحه ۸۵ کتاب درسی نمره فیزیک $x =$ $\frac{\frac{2 \times 95 + 3x + 4 \times 65}{2+3+4}}{. / 25} = 70 \Rightarrow \frac{190 + 3x + 260}{9} = 70 \Rightarrow \frac{3x + 450}{. / 25} = 630 \Rightarrow 3x = 180 \Rightarrow \frac{x = 60}{. / 25}$	۱.۲۵
۱۶	مشابه تمرین ۳ صفحه ۹۳ کتاب درسی $\bar{x} = \frac{14 + 12 + 10 + 8 + 16}{5} = \frac{60}{5} = 12$ $\sigma^2 = \frac{(14-12)^2 + (12-12)^2 + (10-12)^2 + (8-12)^2 + (16-12)^2}{5} = \frac{4+0+4+16+16}{5} = \frac{40}{5} = 8$ $\Rightarrow \sigma = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ اگر به طور مستقیم انحراف معیار محاسبه شده است، نیز نمره کامل داده شود.	۱.۲۵
۱۷	صفحه ۹۲ کتاب درسی $1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 9 \Rightarrow$ میانه $= \frac{5+6}{2} = \frac{5}{. / 25}$, $Q_1 = 3$, $Q_3 = 7$	۰.۷۵
۱۸	الف) خوشه‌ای (۰/۲۵) سؤال صفحه ۱۰۰ کتاب درسی (ب) طبقه‌ای (۰/۲۵) تمرین ۱۴ صفحه ۱۱۱ کتاب درسی	۰.۵
۱۹	مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۱۹ کتاب درسی $n = 25$, $\sigma = 2$, $\bar{x} = 22$ $\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 22 - \frac{2 \times 2}{\sqrt{25}} \leq \mu \leq 22 + \frac{2 \times 2}{\sqrt{25}} \Rightarrow 22 - \frac{4}{5} \leq \mu \leq 22 + \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{21}{. / 25} \leq \mu \leq \frac{22}{. / 25}$ در صورتی که بدون نوشتن فرمول، مرحله بعدی درست نوشته شده باشد نمره فرمول نیز به آن تعلق گیرد.	۱
۲۰	مشابه کاردرکلاس صفحه ۱۱۳ کتاب درسی الف) $\{0, 6\}$, $\{1, 5\}$, $\{2, 4\}$ ب) A: پیشامد نمونه‌های دو عضوی با میانگین ۳ S: تمام نمونه‌های دو عضوی $n(S) = \binom{7}{2} = 21 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$	۱.۲۵
۲۰	جمع نمره	