



مجموعه آموزشی سگو

ریاضی



 Sakkoo_edu

 Sakkoo_edu1



مجموعه A را به زبان ریاضی و مجموعه B را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

$$A = \{1, 8, 27, 64, 125\} = \{x^3 \mid x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 5\}$$

$$B = \left\{ \frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \right\}$$

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 2\} = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$2^2 = 4 = 2^2$$

$$D = \{m^2 - 1 \mid m \in \mathbb{Z}, -2 \leq m < 3\} = \{3, 0, -1\} \rightarrow n(D) = 3$$



$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \{4\}$
 $\{2, 4\}, \{2, 8\}, \{4, 8\}, \{2, 4, 8\}$

انواع مجزبه:

تک‌عضوی: یک عضو دارد

تهی: اصلاً عضو ندارد

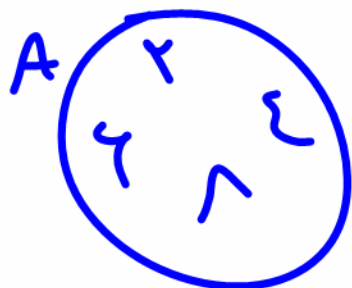
مناهی:

نامناهی: اتفاندارد

انواع خاصیت مجموعه:

۱- توصیفی: اعداد طبیعی زوج یک به رقی

۲- عضو نویسی: $A = \{2, 4, 6, 8\} \rightarrow n(A) = 4$



۳- نمودار درختی:

$$1 \leq x < 5$$

۴- زبان ریاضی: $A = \{2x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$

$$x < 5$$



$$A \subseteq B$$

همه اعضا A درون B

$B = \{1, 2, 3, \dots, 9\} \rightarrow n(B) = 9$



کدام گزینه درست است؟

ب) $2 \notin \mathbb{N}$

الف) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$ ✓

ج) $A \not\subset A$

د) $\frac{3}{5} \in \mathbb{Z}$

الف) $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

ب) $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

ج) $\mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, +1, \dots\}$

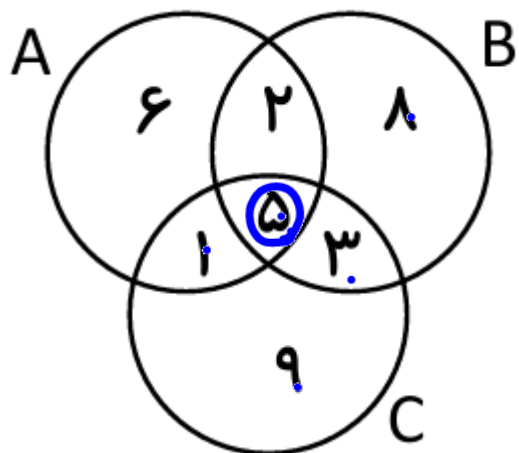
د) $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

ه) $\mathbb{Q}' = \text{اعداد گویا منفی}$

و) $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$



با توجه به نمودار مقابل مجموعه های خواسته شده را با اعضا بنویسید.



$$(A \cap B) \cap C = \{5\}$$

$$(A - B) \cup C = \{4, 1, 5, 3, 9\}$$

$$(B - A) \cup C = \{8, 3, 5, 1, 9\}$$

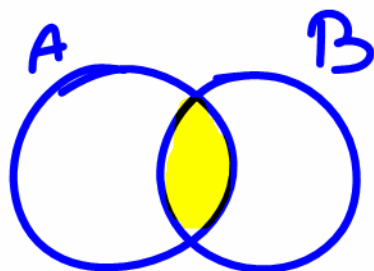
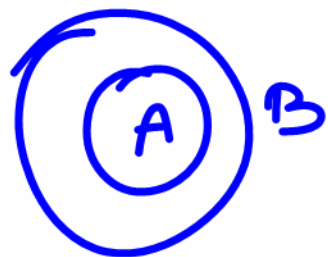
- $A \cup B$: یا A یا B باشد.
- $A \cap B$: هم در A و هم در B باشد.
- $A - B$: در A باشد ولی در B نباشد.
- $B - A$: در B باشد ولی در A نباشد.



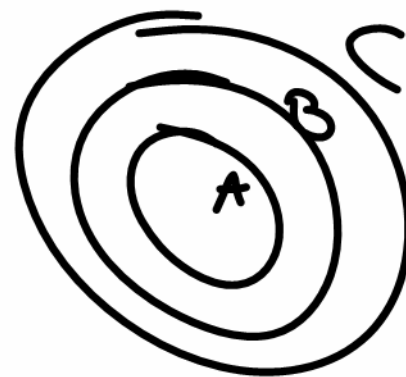
نکته

$$A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$$

اگر $A \subseteq B$ باشد اشتراک دو مجموعه، مجموعه کوچکتر یعنی A است
اجتماع دو مجموعه، مجموعه بزرگتر یعنی B است



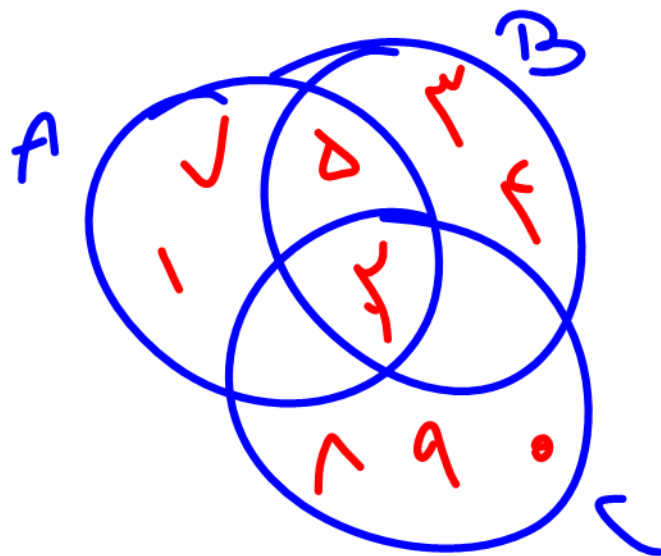
$$\left. \begin{matrix} A \subseteq B \\ B \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \subseteq C$$





مجموعه‌های $A = \{1, 2, 5, 7\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5\}$ و $C = \{8, 9, 0, 1\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه زیر را با اعضایش مشخص کنید.

$$A \cap (B \cup C) = \{2, 5\}$$



پ) مجموعه مقابل را در نمودار بزنید.

ج) مجموعه $A \cap (B \cup C)$ را در نمودار بزنید.





اگر $\{x + y \text{ و } 5\} = \{3 \text{ و } y\}$ باشد. مقدار x و y را بیابید.

$$y = 5$$

$$x + y = 3$$

$$x + 5 = 3$$

$$x = -2$$

تکرار هستند.

{3}

مقدار x و y را چنان تعیین کنید که مجموعه $\{2x - 5, 2y + 1, 3\}$ یک عضو باشد.

$$2y + 1 = 3 \rightarrow 2y = 2 \rightarrow y = 1$$

$$2x - 5 = 3 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$$



اگر تاسی را دو بار بیندازیم چقدر احتمال دارد که هر دو عدد رو شده، منحرب ۳ باشند؟

$$n(S) = 6 \times 6 = 36 \text{ کل حالت}$$

$$A: \left\{ \begin{matrix} (3,3) & (3,4) \\ (4,3) & (4,4) \end{matrix} \right\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

تاس سالمی را دو بار پرتاب می کنیم احتمال اینکه هر دو بار عدد اول بیاید چقدر است؟

$$\left\{ \begin{matrix} (2,2) & (2,3) & (2,5) \\ (3,2) & (3,3) & (3,5) \\ (5,2) & (5,3) & (5,5) \end{matrix} \right\}$$

$$\rightarrow n(A) = 9$$

$$n(S) = 36$$

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$



یک سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه یک بار «رو» و یک بار «پشت» بیاید چقدر است؟

(۱، ۰) (۰، ۱)

$$n(s) \cdot 2 \times 2 = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$



الف) حاصل عبارت زیر را بدست آورید و در صورت امکان ساده کنید.

$$-\frac{1}{2} - \frac{5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{\cancel{5}}{\cancel{14}} \times \frac{\cancel{7}}{\cancel{5}} + \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

Handwritten calculations for the first part:

$$\frac{5}{6} \div \frac{7}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{5 \times 3}{6 \times 7} = \frac{15}{42} = \frac{5}{14}$$
$$-\frac{1}{2} - \frac{5}{14} = \frac{-7}{14} - \frac{5}{14} = \frac{-12}{14} = -\frac{6}{7}$$
$$-\frac{6}{7} + \frac{2}{3} = \frac{-18}{21} + \frac{14}{21} = \frac{-4}{21}$$

$$-\frac{4}{5} \div \left[\left(-\frac{2}{5} \right) + \left(+\frac{4}{3} \right) \right] = -\frac{4}{5} \div \left(-\frac{14}{15} \right) = \left(-\frac{4}{5} \right) \times \left(-\frac{15}{14} \right) = +\frac{6}{7}$$

Handwritten calculations for the second part:

$$\left(-\frac{2}{5} \right) + \left(+\frac{4}{3} \right) = -\frac{2}{5} + \frac{4}{3} = \frac{-2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{-6}{15} + \frac{20}{15} = \frac{14}{15}$$
$$-\frac{4}{5} \div \frac{14}{15} = -\frac{4}{5} \times \frac{15}{14} = -\frac{4 \times 15}{5 \times 14} = -\frac{12}{7}$$
$$-\frac{12}{7} \times -\frac{15}{14} = \frac{12 \times 15}{7 \times 14} = \frac{180}{98} = \frac{90}{49}$$



حاصل کسر $\frac{2}{3}$ به صورت $\frac{0}{66}$ می باشد. ($\frac{0}{6}$)

به مدل عدائاری گریاهسته و کمر صوله دارند.

۱- خنوم: در تجزیه خرج فقط عامل ۲ یا ۵ باشد

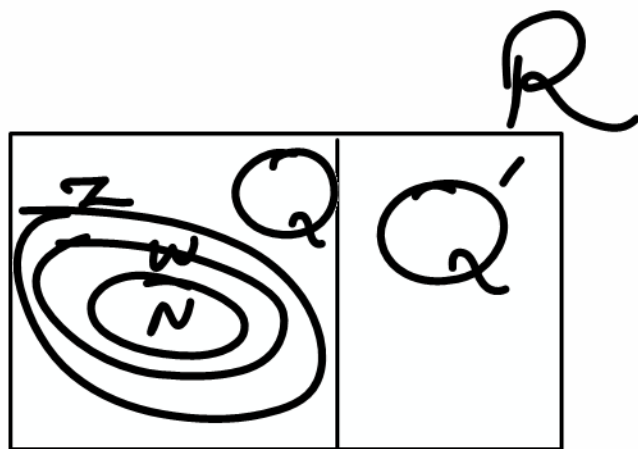
۲- متناوب ساده: در تجزیه خرج اصلاً عامل ۲ یا ۵ نباشد

۳- متناوب مرکب: در تجزیه ی خرج علاوه بر ۲ یا ۵ عامل دیگر هم باشد.



دو عدد گنگ مثال بزنید که حاصل ضرب آنها عددی گویا باشد.

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6 \in \mathbb{Q}$$



$$Q' \cap Q = \emptyset$$

$$Q \cup Q' = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

$$Q' \subseteq \mathbb{R}$$



الف) بین دو عدد ۵ و ۶ دو عدد گنگ بنویسید.

$$5 = \sqrt{25} < \sqrt{26} < \sqrt{27} < \sqrt{28} < \sqrt{29} < \sqrt{30} < \sqrt{31} < \sqrt{32} < \sqrt{33} < \sqrt{34} < \sqrt{35} < \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{35.5}$$

ب) بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ پنج عدد گویا بنویسید.

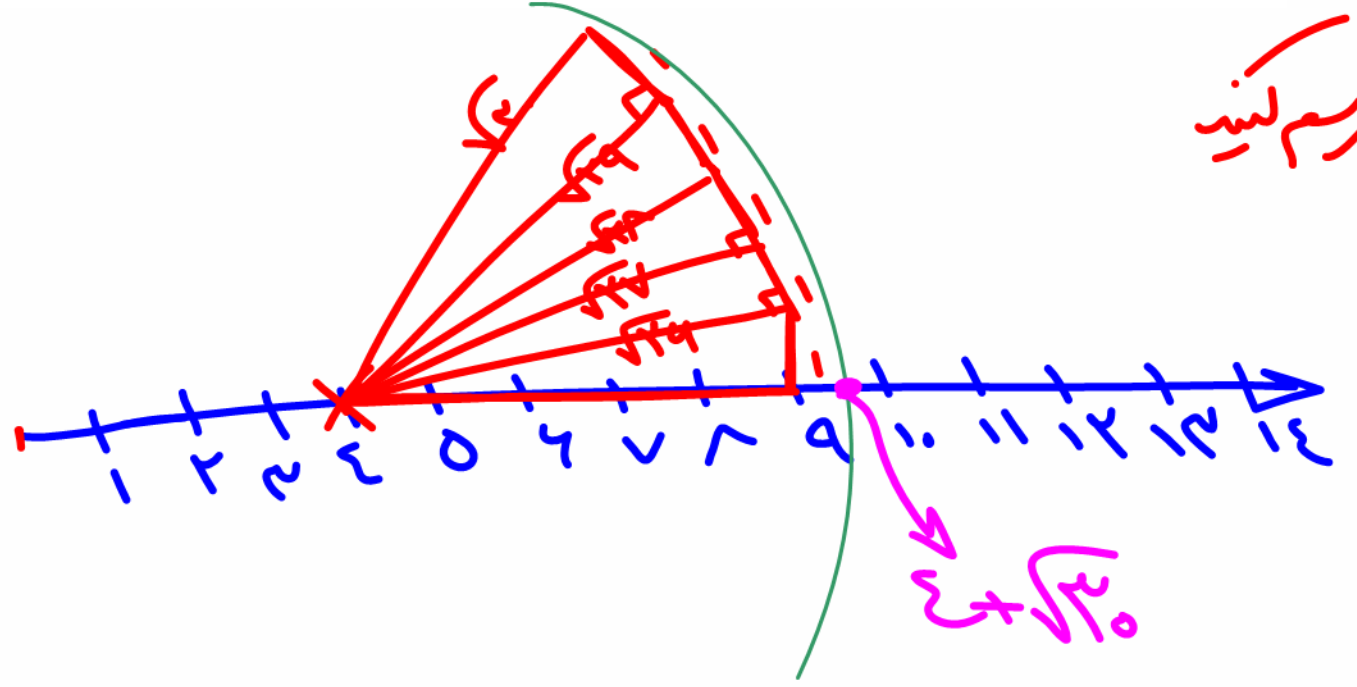
$$\frac{2}{3} < \frac{4}{6} < \frac{5}{6} < \frac{7}{8} < \frac{8}{9} < \frac{10}{12} < \frac{11}{12} < \frac{12}{12} = 1$$



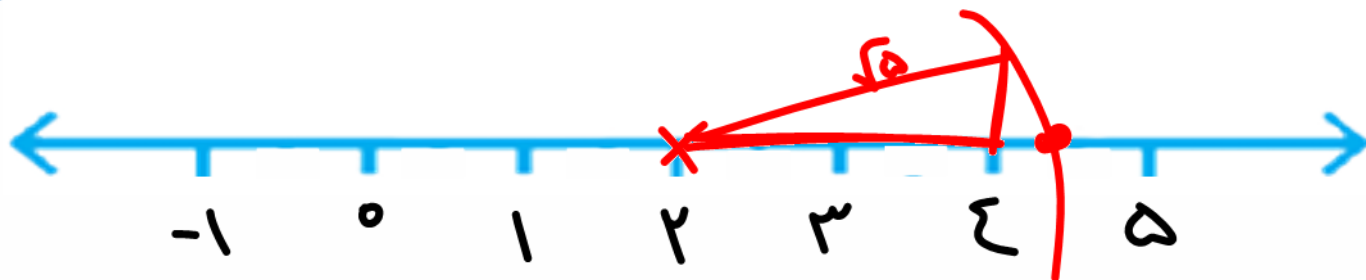
اسم لکھو

$$\omega < \sqrt{3} < \gamma$$

$$9 < \varepsilon + \sqrt{30} < 10$$



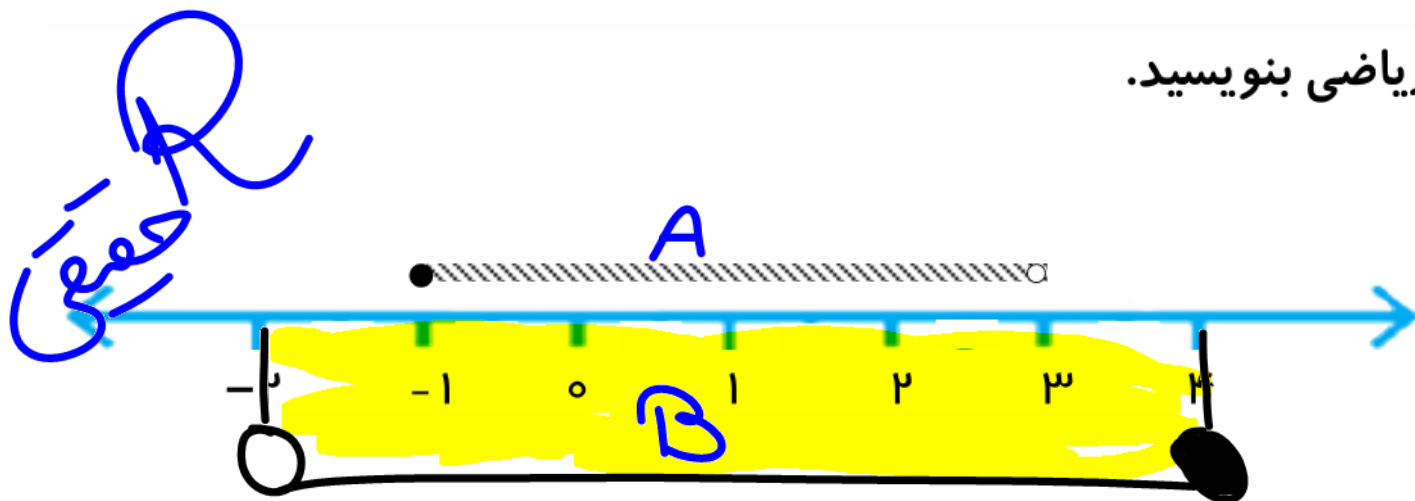
ب) عدد $2 + \sqrt{5}$ را روی محور نشان دهید.



ج) مجموعه ی رسم شده روی محور را به زبان ریاضی بنویسید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 4\}$$





$$\sqrt{x^2} = |x|$$

(ب) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} = |3 - \sqrt{10}| = -3 + \sqrt{10} = \sqrt{10} - 3$$

$$|x| = \begin{cases} x & x > 0 \rightarrow |x| = x \\ 0 & x = 0 \rightarrow |x| = 0 \\ -x & x < 0 \rightarrow |x| = -x \end{cases}$$

(ج) جای خالی را با عدد صحیح مناسب پر کنید.

$$|7 - 13| > 1 + \dots$$

$\boxed{x \leq 4}$
 $\uparrow$
 x
 x
 $\dots$
 8

6

مثال: اگر $2 < x < 3$ باشد حاصل عبارت

$$|x - 5| - |x + 1| = -x + 5 - x - 1 = -2x + 4$$



(ب) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$|3^2 - 4 \times 5 - 3| =$$

$$|9 - 20 - 3| = |-14| = -(-14) = 14$$

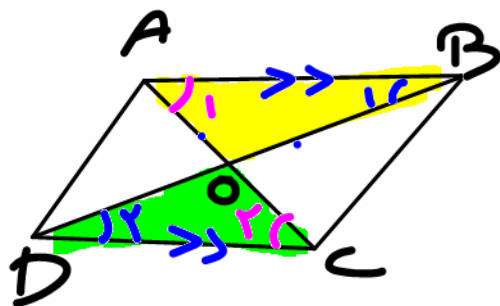
$$\sqrt{(2 - \sqrt{7})^*} = |2 - \sqrt{7}| = -2 + \sqrt{7}$$

$$|\sqrt{5} - 2| + \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^*} = -\sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 1$$



در هر متوازی‌الضلع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

استدلال را تعریف کنید.



فرض	$ABCD$ متوازی‌الضلع
حکم	$AO = OC$ $BO = OD$

$$\begin{aligned} \overline{AB} \parallel \overline{DC}, \text{ مورد } BD &\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ \overline{AD} \parallel \overline{BC}, \text{ مورد } AC &\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB &= DC \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{فرض}} \triangle AOB \cong \triangle COD$$

← اخذ/منتزاع

$$\begin{aligned} AO &= OC \\ BO &= OD \end{aligned}$$



آیا استدلال های زیر درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

در هر مربع ضلع ها با هم برابرند. $\Leftrightarrow$ همه ی ضلع های $ABCD$ با هم برابر نیستند.
چهارضلعی $ABCD$ مربع نیست.

خیر - زیرا در لوز نیز ضلع ها با هم برابرند و ممکن آن چهارضلعی لوزی باشد.

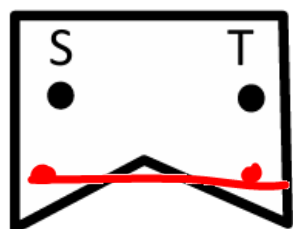


یک سکه را سه مرتبه پرتاب کرده‌ایم و هر سه مرتبه «رو» آمده است. پس مرتبه چهارم هم «رو» خواهد آمد. آیا این دلیل معتبر است؟ توضیح دهید.

خیر، چون هر پرتاب مستقل از قبلی‌ها است.

چهار ضلعی مقابل محدب است؛ زیرا نقاط S و T درون آن قرار دارد و پاره خطی که آن ها را به هم وصل می کند نیز به

طور کامل در آن قرار دارد.



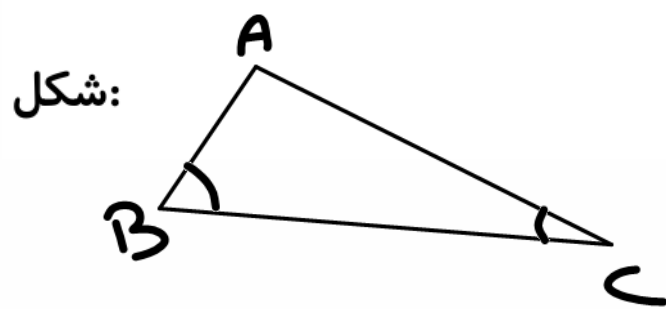
موقع

عُطِلَ: بِدِ صِلَالِ زُرْه لِسْت
مِن پِرَاسِ صَالِ نَقْضِ مِیَا م



با رسم شکل مناسب برای مسئله زیر فرض و حکم را مشخص کنید. (لازم نیست اثبات شود)

اگر در یک مثلث دو زاویه نابرابر باشد، ضلع رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع رو به زاویه کوچک‌تر



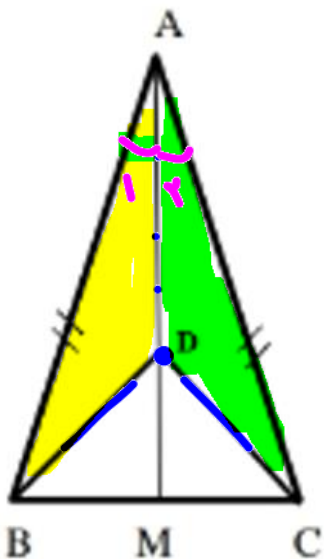
فرض: $\hat{B} > \hat{C}$

حکم: $\overline{AC} > \overline{AB}$

فهم مسئله
رسم شکل
فرض و حکم
اثبات

ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده برابر است.

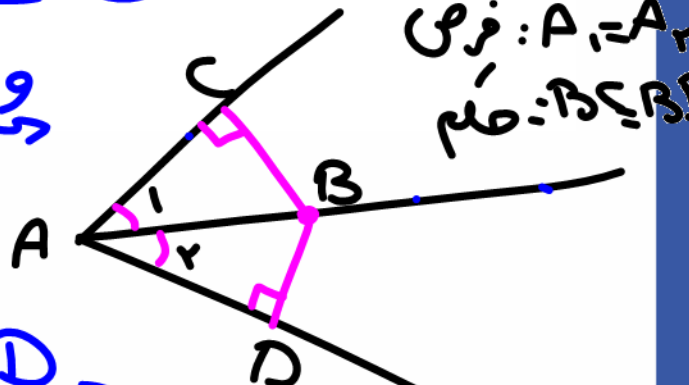
(فرض، حکم و استدلال) AM میان خط $\hat{A}$ است و متساوی الساقین $\triangle ABC$ | فرض
 $\overline{BD} = \overline{DC}$ | حکم



قضیه: فاصله هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو سر قاعده برابر است.

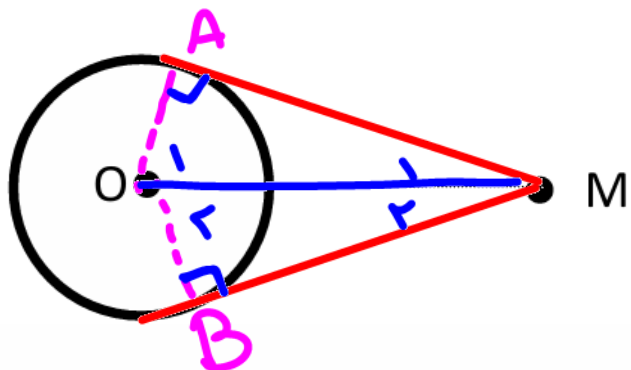
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle ABC \cong \triangle ACB$$

$$\xrightarrow{\text{وز}} \triangle ABC \cong \triangle ACB \Rightarrow \overline{BC} = \overline{CB}$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \overline{AB} = \overline{AC} \\ \overline{AD} = \overline{AD} \end{array} \right\} \xRightarrow{\text{فرض}} \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow \overline{BD} = \overline{DC}$$

از نقطه M خارج دایره دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کنید و ثابت کنید که اندازه ی این دو مماس با هم برابر



فرض	مماس $\overline{AM}, \overline{BM}$
حکم	$\overline{AM} = \overline{BM}$

است.
 شعاع بر خط مماس عمود است

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OM} = \overline{OM} \\ \overline{OA} = \overline{OB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وتر} \\ \text{شعاع} \end{array} \Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM$$

← اخلاص متناظر بگویند

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ O_1 = O_2 \end{array} \right. \Rightarrow \overline{AM} = \overline{MB}$$

به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه نسبت-تساویه می گویند.

شرط تساویه :

۱- ضلع‌ها به یک نسبت افزایش یا کاهش داده باشند

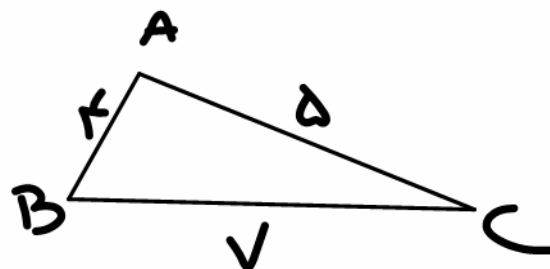
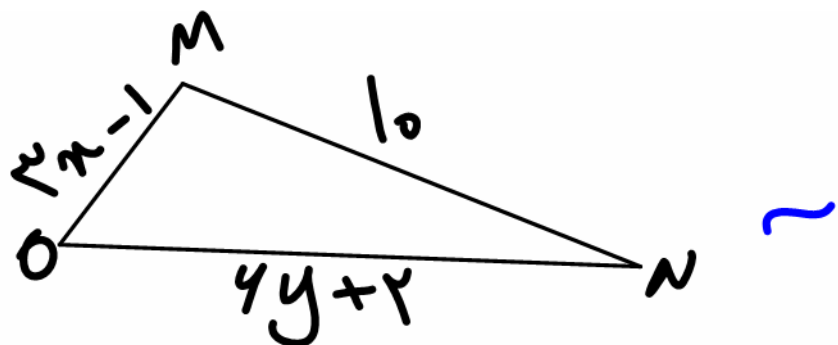
۲- زوایای متناظر به نظر برابر باشند



نکته: دو مستطیل دلخواه متشابه نیستند
دولوزی دلخواه هم متشابه نیستند



مثلث ABC به ضلع‌های $5cm$ و $4cm$ و $7cm$ با مثلث MNO به ترتیب با ضلع‌های $10cm$ و $1 - 3x$ و $2 + 6y$ متشابه‌اند. مقدارهای x و y را پیدا کنید.



$$\frac{4}{3x-1} = \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 = 1$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$



$$\frac{AB}{OM} = \frac{AC}{MN} = \frac{BC}{ON}$$

$$\frac{4}{3x-1} = \frac{5}{10} = \frac{7}{4y+2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{4y+2} = \frac{1}{2}$$

$$4y + 2 = 14 \rightarrow 4y = 12$$

$$y = 3$$





مثلث ABC به ضلع های ۵ و ۶ و ۹ با مثلث DEF به ضلع های x و ۹ و y متشابه است. (اندازه ی ضلع های مثلث از کوچک به بزرگ نوشته شده است) مقدار x و y را به دست آورید.

$$\frac{5}{x} = \frac{6}{9} = \frac{9}{y}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{6}{9} \rightarrow x = \frac{9 \times 5}{6} = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$\frac{6}{9} = \frac{9}{y} \rightarrow y = \frac{9 \times 9}{6} = \frac{27}{2} = 13.5$$



عبارت های برابر را به هم وصل کنید.

$$(xy)^{-1} = \frac{1}{xy}$$

$$xy^{-1} = \frac{x}{y}$$

$$-2^2 = -4$$

$$(-2)^2 = +4$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \left(\frac{y}{x}\right)^1$$

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

$$\frac{y}{x}$$

$$\frac{x}{y}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$4$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{mn} = a^{(m^n)}$$

$$5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5^2}$$

$$\left(\frac{2}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{2}\right)^2$$



عددهای 4^{70} و 16^{20} و 8^{30} و 2^{130} را مقایسه کنید. از کوچک به بزرگ از چپ به راست مرتب کنید.

$$16^{20} < 8^{30} < 2^{130} < 4^{70}$$

$$4^{70} = (2^2)^{70} = 2^{140}$$

$$16^{20} = (2^4)^{20} = 2^{80}$$

$$8^{30} = (2^3)^{30} = 2^{90}$$

$$2^{130} = 2^{130}$$

پایه بزرگتر از یک باشد هر چه توان بیشتر باشد بزرگتر است
پایه بین صفر و یک باشد هر چه توان بیشتر باشد کوچکتر شود.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} > \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$



حاصل را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید.

$$\frac{2^6 \times 5^1}{2^3 \times 5^5} = 2^{4-3} \times 5^{1-5} = 2^1 \times 5^{-4} = 10^{-3}$$

$$\frac{x^5 \cdot y^3 \cdot z^1}{x^{-2} \cdot y^7 \cdot z^4} = x^{5-(-2)} \cdot y^{3-7} \cdot z^{1-4} = x^7 \cdot y^{-4} \cdot z^{-3} = \frac{x^7}{y^4 \cdot z^3}$$



در جای خالی علامت $>$ ، $<$ یا $=$ قرار دهید.

$$\left(-\frac{8}{15}\right)^0 = 1$$

$$(0/5)^{-2} > (0/6)^{-2}$$

$$\left(\frac{5}{0}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{0}\right)^2 > \left(\frac{6}{0}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{0}\right)^2$$

$$-5^{-2} < (-5)^{-2}$$

$$-\frac{1}{5^2} = -\frac{1}{25} < \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$



حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\left[- \left(\frac{2}{3} \right)^{-2} \right]^{-1} =$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left[- \left(\frac{2}{3} \right)^{-2} \right]^{-1} &= - \left(\frac{2}{3} \right)^2 = - \frac{4}{9} \\ \left[\left(- \frac{2}{3} \right)^{-2} \right]^{-1} &= \left(- \frac{2}{3} \right)^2 = + \frac{4}{9} \end{aligned} \right.$$



عدد A را با نماد علمی و عدد B را با نمایش اعشاری مشخص کنید.

$$A: 0.35407 =$$

$$3.5407 \times 10^{-1}$$

توان 10^0 → نماد علمی

توان 10^+ ← نماد

$$B: 4/003 \times 10^{-3} = 0.004003$$

در ضرب نویسی ← توان منفی کوچک
توان مثبت بزرگ

$$0.000432 = 4.32 \times 10^{-4}$$

$$873.2 = 8.732 \times 10^2$$



حاصل عبارت های زیر را به دست آورید و در صورت امکان ساده کنید.

$$\begin{aligned} -4\sqrt{15} \times 2\sqrt{3} &= -8\sqrt{15 \times 3} = -8\sqrt{45} \\ &= -8(\sqrt{9} \times \sqrt{5}) = \underline{-24\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{4}}{\sqrt{16} = 4} = \frac{\sqrt[3]{16 \times 4}}{4} = \frac{\sqrt[3]{64}}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

هر که هم ریختی سفر و هم ریختی روم دارد ۶۴ اس



$$\sqrt{8} + \sqrt{32} + 5\sqrt{2} =$$
$$(\sqrt{4 \times 2}) + (\sqrt{16 \times 2}) + 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$$

$$2\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81} =$$

$$2(\sqrt[3]{2 \times 12}) - (\sqrt[3]{3 \times 27})$$
$$= 2\sqrt[3]{12} - 3\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{12}$$



مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

$$\frac{4 \times \sqrt[3]{(2x)^2}}{\sqrt[3]{(2x)} \times \sqrt[3]{(2x)^2}} \rightarrow \frac{4 \sqrt[3]{4x^2}}{2x} = \frac{\sqrt[3]{4x^2}}{x}$$

$$\frac{1 \times \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{5} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}$$

توان $3-1=2$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

