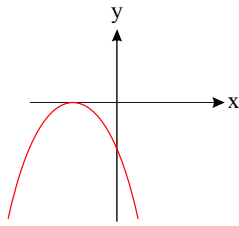
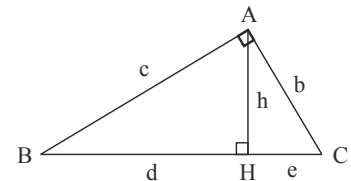
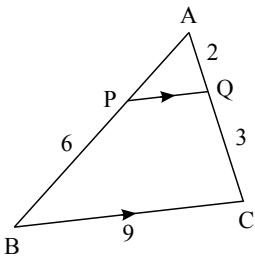
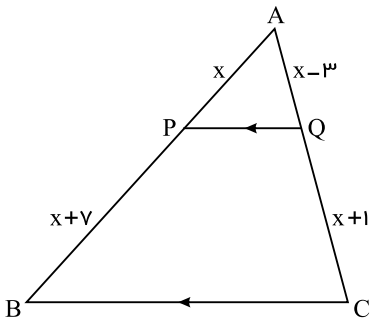
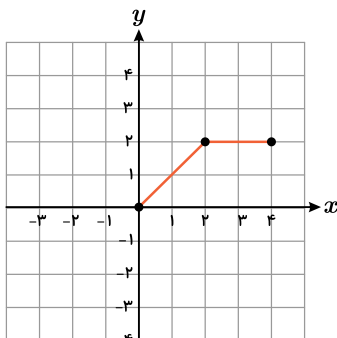
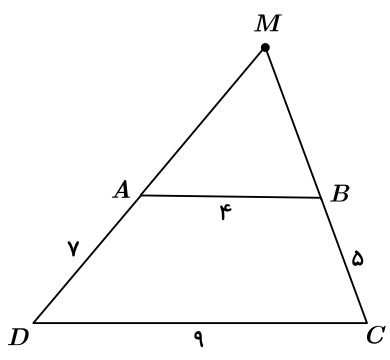


ردیف	نمره
۱	اگر $A(7, -2)$ و $B(12, 10)$ باشد. الف- مختصات نقطه‌ی وسط AB را بدست آورید. ب- طول پاره‌خط AB را محاسبه کنید.
۲	معادله درجه دوم زیر را با روش مربع کامل حل کنید. $x^2 + 4x - 32 = 0$
۳	در شکل زیر روی علامت a و b و c و تعداد ریشه‌ها و علامت ریشه‌ها بحث کنید. 
۴	در مثلث قائم‌الزاویه‌ی روبرو مقادیر خواسته شده را بدست آورید. $h = 5, d = 7, e = ?, c = ?$ 
۵	نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه $\frac{49}{121}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر ۲۱ سانتی‌متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگ چند سانتی‌متر است؟
۶	اگر f تابعی یک به یک باشد و $f(-2) = 5$ و $f^{-1}(4a - 7) = -2$ باشد، مقدار a را بدست آورید.
۷	یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید و در صورت امکان وارون آنها را بنویسید. $f = \{(1, 4), (2, 7), (6, 9), (5, 12)\}$ $g = \{(2, 3), (4, 9), (7, -1), (5, 9)\}$

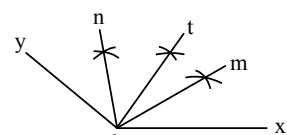
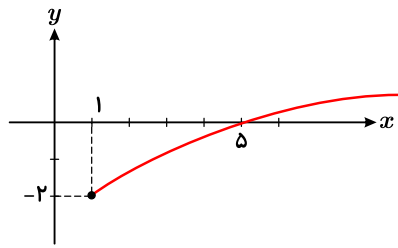
ردیف	نمره
۸	دامنه تابع گویای با ضابطه $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ را بدست آورید.
۹	وارون تابع $f = \{(2, 3), (-2, 1), (-1, 2)\}$ را بدست آورید.
۱۰	در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ است. طول پاره‌خط‌های PQ و AP را بدست آورید. 
۱۱	فاصله نقطه $P(7, -4)$ را از هر یک از خطوط با معادله‌های زیر بدست آورید. الف) $L : 2x + y = 5$ ب) $T : x = 5$ پ) $\Delta : y = 0$
۱۲	زاویه xyo را به چهار زاویه مساوی تقسیم کنید.
۱۳	در شکل مقابل $PQ \parallel BC$ است. 
	الف) مقدار x را بیابید.
	ب) مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

ردیف	نمره
۱۴	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.
	الف) دو خط $x + 2y = 1$ و $y = 2x + 3$ بر هم عمود هستند.
	ب) هر تابع درجه دوم یک به یک هست.
۱۵	نمودار تابع $f(x) = -2 + \sqrt{x-1}$ را به کمک انتقال رسم کنید و دامنه تابع را بیابید.
۱۶	حدود m را چنان مشخص کنید که دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x+3}{x^2+mx+m}$ برابر $\mathbb{R}$ شود.
۱۷	نمودار خطوط با معادلات زیر را در دستگاه مختصات مشخص شده، رسم کنید:
	الف) $L_1 : y = 2x + 1$
	ب) $L_2 : y = 2x - 3$
	پ) $L_3 : y = 1$
	ت) $L_4 : x = -2$
	ث) $L_5 : x + 2y = 2$

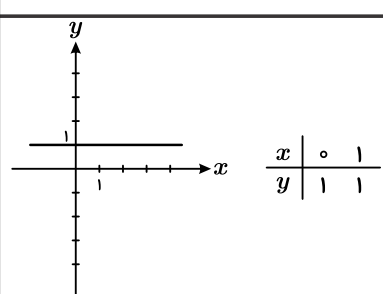
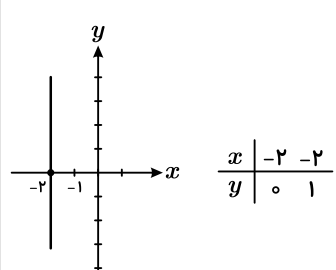
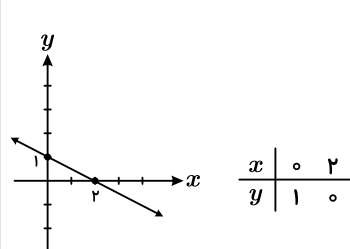
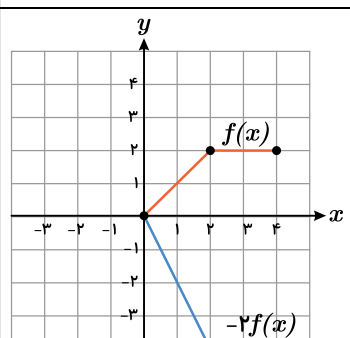
ردیف	نمره										
۱۸	براساس مشاهدات دانشمندان، اگر S تندی جابه‌جایی یک سونامی بر حسب کیلومتر بر ساعت باشد، می‌توان آن را از رابطه $S = 356\sqrt{d}$ محاسبه کرد که در آن d میانگین عمق دریا بر حسب کیلومتر است. الف) جدول زیر را کامل کنید. ($\sqrt{3} \simeq 1,7$, $\sqrt{2} \simeq 1,4$) <table><tr><th>d</th><th>۱</th><th>۲</th><th>۳</th><th>۴</th></tr><tr><td>$S = 356\sqrt{d}$</td><td>.....</td><td>۴۹۸,۴.....</td><td>.....</td><td>.....</td></tr></table> ب) عبارت زیر را کامل کنید. «چون هر عدد، تنها ریشهٔ دوم مثبت دارد، پس رابطهٔ سونامی یک تابع». پ) کدام یک از اعداد ۵- و ۵ عضو دامنهٔ تابع سونامی است؟	d	۱	۲	۳	۴	$S = 356\sqrt{d}$		۴۹۸,۴.....		
d	۱	۲	۳	۴							
$S = 356\sqrt{d}$		۴۹۸,۴.....									
۱۹	عبارت زیر را کامل کنید. «برای رسم نمودار تابع با ضابطهٔ $y = -f(x)$ کافی است قرینهٔ نمودار تابع ضابطهٔ $y = f(x)$ را نسبت به محور رسم کنیم.»										
۲۰	در شکل روبه‌رو، نمودار تابع f داده شده است. نمودار تابع با ضابطهٔ $y = -2f(x)$ را رسم کنید. 										
۲۱	معادلهٔ درجه‌دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ و $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$ باشند.										
۰.۷۵											

ردیف	نمره	
۲۲	۱.۵	در شکل زیر $AB \parallel DC$ است، نسبت محیط مثلث MAB را به محیط ذوزنقه $ABCD$ پیدا کنید. 
۲۳	۱.۲۵	معادله رادیکالی زیر را حل کنید و جواب‌های آن را در صورت وجود مشخص کنید. $x + \sqrt{x + 2} = 4$
۲۴	۰.۷۵	فاصله نقطه $A(3, 4)$ از خط $y = 2x + 1$ را بیابید.
۲۵	۱	نقاط $A(-1, 3)$ و $B(3, -1)$ دو سر یک قطر از مربعی هستند، مساحت مربع کدام است؟

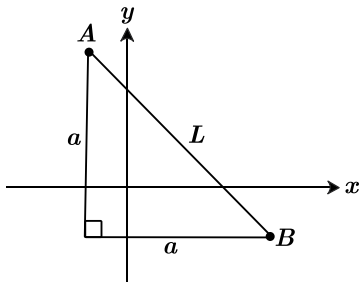
ردیف	نمره
۱	الف- ب- $x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{7 + 12}{2} \rightarrow x_M = \frac{19}{2} \rightarrow M(9, 5, 4)$ $y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 10}{2} \rightarrow y_M = 4$ $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(7 - 12)^2 + (-2 - 10)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-12)^2}$ $\rightarrow AB = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} \rightarrow \boxed{AB = 13}$
۲	$\rightarrow x^2 + 4x = 32 \rightarrow x^2 + 4x + 4 = 32 + 4$ $\rightarrow (x + 2)^2 = 36 \begin{cases} x + 2 = 6 \rightarrow \boxed{x = 4} \\ x + 2 = -6 \rightarrow \boxed{x = -8} \end{cases}$
۳	$a < 0 \quad \Delta = 0 \rightarrow \text{دو ریشه‌ی مساوی}$ $\frac{c}{a} > 0 \rightarrow c < 0 \quad x' = x'' < 0$ $-\frac{b}{a} < 0 \rightarrow b < 0$
۴	$AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow h^2 = d \cdot e \rightarrow (5)^2 = 7e \rightarrow \boxed{e = \frac{25}{7}}$ $AB^2 = BC \cdot BH \rightarrow c^2 = (d + e) \cdot d \rightarrow c^2 = (7 + \frac{25}{7}) \times 7 \rightarrow c^2 = 49 + 25$ $\rightarrow c^2 = 74 \rightarrow \boxed{c = \sqrt{74}}$
۵	$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = k^2 \rightarrow \frac{49}{121} = k^2 \rightarrow \boxed{k = \frac{7}{11}}$ $\frac{AB}{A'B'} = k \rightarrow \frac{21}{A'B'} = \frac{7}{11} \rightarrow \boxed{A'B' = 33 \text{ cm}}$
۶	$f(-2) = 5 \rightarrow (-2, 5) \in f \rightarrow (5, -2) \in f^{-1}$ $\rightarrow 4a - 7 = 5 \rightarrow 4a = 12 \rightarrow \boxed{a = 3}$
۷	$f = \{(1, 4), (2, 7), (6, 9), (5, 12)\} \rightarrow$ تابع f یک به یک وارون پذیر است و داریم: $f^{-1} = \{(4, 1), (7, 2), (9, 6), (12, 5)\}$ $g = \{(2, 3), (4, 9), (7, -1), (5, 9)\}$ تابع g یک به یک نیست زیرا به ازای $y = 9$ دو مقدار $x = 4$ و $x = 5$ داریم. بنابراین تابع g وارون پذیر نیست.
۸	$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{3\}$
۹	$f^{-1} = \{(3, 2), (1, -2), (2, -1)\}$
۱۰	$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{AP}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{AP = 4}$ $PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \frac{PQ}{9} \Rightarrow \boxed{PQ = \frac{18}{5}}$

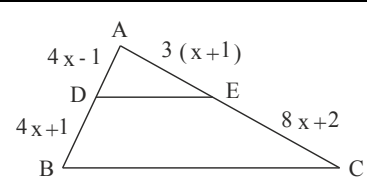
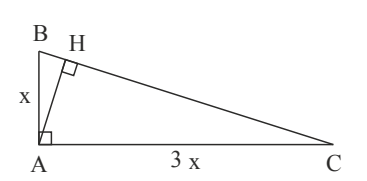
ردیف	نمره
۱۱	الف) $L: 2x + y = 5 \Rightarrow 2x + y - 5 = 0$ $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 2(7) + 1(-4) - 5 }{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \Rightarrow d = \sqrt{5}$ ب) $T: x = 5 \Rightarrow x - 5 = 0$ $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 1(7) + 0(-4) - 5 }{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{2}{1} \Rightarrow d = 2$ پ) $\Delta: y = 0$ $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 0 \times 7 + 1(-4) + 0 }{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{4}{1} \Rightarrow d = 4$
۱۲	به روش رسم نیم‌ساز، ابتدا نیم‌ساز زاویه xOy را رسم کرده و آن را ot می‌نامیم. سپس جداگانه نیم‌ساز زاویه xOt را رسم کرده و آن را om و بعد نیم‌ساز yOt را رسم کرده و آن را on می‌نامیم. به این ترتیب زاویه xOy به چهار زاویه مساوی تقسیم می‌شود. 
۱۳	
الف	$PQ \parallel BC \rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ $\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1} \rightarrow x^2 + x = x^2 + 4x - 21 \rightarrow x = 7$
ب	$\frac{S_{ABC}}{S_{APQ}} = \left(\frac{AB}{AP}\right)^2 = \left(\frac{71}{7}\right)^2 = 9 \rightarrow S_{ABC} = 9S_{APQ}$
۱۴	
الف	درست
ب	نادرست
۱۵	دامنه تابع $[1, +\infty)$ 

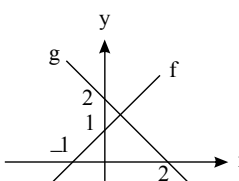
ردیف	نمره												
۱۶	برای آنکه دامنه تابع f شامل همه اعداد حقیقی شود، باید معادله $x^2 + mx + m = 0$ فاقد ریشه حقیقی باشد، داریم: $x^2 + mx + m = 0, \Delta < 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 4m < 0$ برای حل نامعادله $m^2 - 4m < 0$ عبارت $P = m^2 - 4m$ را تعیین علامت می‌کنیم: $P = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m(m - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$ <table><tr><td>m</td><td></td><td>۰</td><td></td><td>۴</td><td></td></tr><tr><td>$m^2 - 4m$</td><td>+</td><td>۰</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td></tr></table> $P < 0 \Rightarrow 0 < m < 4$	m		۰		۴		$m^2 - 4m$	+	۰	-	۰	+
m		۰		۴									
$m^2 - 4m$	+	۰	-	۰	+								
۱۷													
الف	<table><tr><td>x</td><td>-۱</td><td>۰</td></tr><tr><td>y</td><td>-۱</td><td>۱</td></tr></table>	x	-۱	۰	y	-۱	۱						
x	-۱	۰											
y	-۱	۱											
ب	<table><tr><td>x</td><td>۰</td><td>۱</td></tr><tr><td>y</td><td>-۳</td><td>-۱</td></tr></table>	x	۰	۱	y	-۳	-۱						
x	۰	۱											
y	-۳	-۱											
پ													
ث	<table><tr><td>x</td><td>۰</td><td>۲</td></tr><tr><td>y</td><td>۱</td><td>۰</td></tr></table>	x	۰	۲	y	۱	۰						
x	۰	۲											
y	۱	۰											

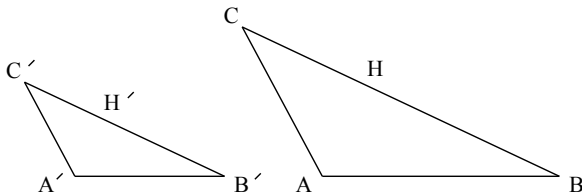
ردیف	نمونه										
											
	ت 										
	ث 										
۱۸	الف) <table><tr><th>d</th><th>۱</th><th>۲</th><th>۳</th><th>۴</th></tr><tr><td>$S = ۳۵۶\sqrt{d}$</td><td>۳۵۶</td><td>۴۹۸٫۴</td><td>۶۰۵٫۲</td><td>۷۱۲</td></tr></table> ب) چون هر عدد، تنها یک ریشه دوم مثبت دارد، پس رابطه سونامی یک تابع است، پ) عدد ۵، زیرا رادیکال برای عدد منفی تعریف نمی‌شود.	d	۱	۲	۳	۴	$S = ۳۵۶\sqrt{d}$	۳۵۶	۴۹۸٫۴	۶۰۵٫۲	۷۱۲
d	۱	۲	۳	۴							
$S = ۳۵۶\sqrt{d}$	۳۵۶	۴۹۸٫۴	۶۰۵٫۲	۷۱۲							
۱۹	ها										
۲۰	برای این کار باید در تابع f بدون تغییر طول نقاط، عرض آنها را در ۲- ضرب کنیم، پس داریم:  $(۰, ۰) \rightarrow (۰, ۰)$ $(۲, ۲) \rightarrow (۲, -۴)$ $(۴, ۲) \rightarrow (۴, -۴)$										

ردیف	نمره	
۲۱	۰.۷۵	راه حل اول: $S = \frac{2 - \sqrt{3}}{5} + \frac{2 + \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5} \quad P = \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{5}\right)\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{5}\right) = \frac{1}{25}$ $x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ توجه: هر مضرب غیر صفر از معادله بالا صحیح است. راه حل دوم: $(x - \frac{2 - \sqrt{3}}{5})(x - \frac{2 + \sqrt{3}}{5}) = x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$ توجه: هر مضرب غیر صفر از معادله بالا صحیح است.
۲۲	۱.۵	در مثلث MDC، پاره خط AB موازی با ضلع DC است، پس طبق تعمیم قضیه تالس داریم: $\frac{AM}{MD} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{AM}{AM + 7} = \frac{4}{9}$ $\rightarrow 9AM + 28 = 9AM \rightarrow 5AM = 28$ $\rightarrow AM = \frac{28}{5} = 5,6$ به طور مشابه $\frac{MB}{MC} = \frac{4}{9} \rightarrow 9MB + 20 = 9MB \rightarrow 5MB = 20 \rightarrow MB = 4$ $\rightarrow \frac{P_{AMB}}{P_{ABCD}} = \frac{5,6 + 4 + 4}{9 + 7 + 4 + 5} = \frac{13,6}{25}$ (صفحه ۳۵ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\left. \begin{array}{l} \triangle MDC \\ AB \parallel DC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AM}{AM + 7} = \frac{4}{9} \text{ (نمره ۲,۵)} \rightarrow AM = 5,6 \text{ (نمره ۲,۵)}$ به طور مشابه $\frac{BM}{BM + 5} = \frac{4}{9} \text{ (نمره ۲,۵)} \Rightarrow MB = 4 \text{ (نمره ۲,۵)} \Rightarrow \frac{P_{AMB}}{P_{ABCD}} = \frac{13,6}{25} \text{ (نمره ۲,۵)}$
۲۳	۱.۲۵	عبارت زیر رادیکال و حاصل رادیکال هر دو مقادیری نامنفی هستند؛ بنابراین $x \geq -2$ و با توجه به $\sqrt{x+2} = 4-x$ داریم $x \leq 4$؛ بنابراین $-2 \leq x \leq 4$ و در نتیجه ریشه معادله باید در این بازه باشد. $\sqrt{x+2} = 4-x \Rightarrow (x+2) = (4-x)^2$ $\Rightarrow x+2 = 16-8x+x^2 \Rightarrow x^2-9x+14=0$ $\Rightarrow (x-2)(x-7)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{ق ق} \\ x=7 & \text{غ ق} \end{cases}$ (صفحه ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

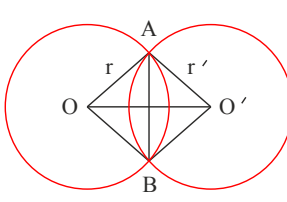
ردیف	نمره
	راهنمای تصحیح: ۱.۲۵ $\sqrt{x+2} = 4-x \Rightarrow (x+2) = (4-x)^2$ (نمره ۲.۵) $\Rightarrow x+2 = 16-8x+x^2$ (نمره ۲.۵) $\Rightarrow x^2-9x+14=0$ (نمره ۲.۵) $\Rightarrow (x-2)(x-7)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{ق ق (نمره ۲.۵)} \\ x=7 & \text{غ ق (نمره ۲.۵)} \end{cases}$
۲۴	۰.۷۵ برای به دست آوردن فاصله نقطه $A(3, 4)$ از خط $y = 2x + 1$ ابتدا معادله خط را به صورت $-2x + y - 1 = 0$ می نویسیم سپس با توجه به فرمول داریم: $d = \frac{ -2(3) + 4 - 1 }{\sqrt{(-2)^2 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$ راهنمای تصحیح: $d = \frac{\overbrace{ -2(3) + 4 - 1 }^{(نمره ۲.۵)}}{\underbrace{\sqrt{(-2)^2 + 1}}_{(نمره ۲.۵)}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad (نمره ۲.۵)$
۲۵	۱  $L = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \Rightarrow L = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{16+16}$ طول قطر مربع $4\sqrt{2}$ $L^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 32 = 2a^2 \Rightarrow S = a^2 = 16$ (صفحه ۹ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $L = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \Rightarrow L = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-3)^2}$ (نمره ۲.۵) $= \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$ طول قطر مربع (نمره ۲.۵) $L^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 32 = 2a^2$ (نمره ۲.۵) $\Rightarrow S = a^2 = 16$ (نمره ۲.۵) (به راه حل های دیگر در محاسبه مساحت که به جواب ۱۶ برسد، نمره کامل تعلق می گیرد.)

ردیف	نمونه
۱	معادله مقابل را حل کنید. $(4 - x^2)^2 - 2(4 - x^2) - 15 = 0$
۲	عرض از مبدأ خط گذرنده از نقطه‌ی $(5, -1)$ و عمود بر خط $y = 2x + 1$ چقدر است؟
۳	ریشه‌های حقیقی معادله‌ی زیر را بدست آورید. $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$
۴	اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{1}{\alpha + 1} + \frac{1}{\beta + 1}$ را بیابید.
۵	معادله‌ی درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش به صورت $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ و $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ باشند.
۶	معادله‌ی درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش $2 - \sqrt{4 - a}$ ، $2 + \sqrt{4 - a}$ باشند.
۷	دو دایره به مرکزهای O و O' یکدیگر را در نقاط A و B قطع کرده‌اند. ثابت کنید OO' عمود منصف پاره‌خط AB است.
۸	در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقدار x را بدست آورید. 
۹	در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع قائم به نسبت ۱ به ۳ و مساحت مثلث ۶۰ واحد مربع است. طول ارتفاع وارد بر وتر را بدست آورید. 

ردیف	نمره
۱۰	دامنه‌ی توابع زیر را بدست آورید. الف) $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{10-2x}$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-1}}$ پ) $h(x) = \frac{\sqrt{3x-6}}{\sqrt{2x-6}}$ ت) $k(x) = \sqrt{\frac{2x-16}{2-x}}$ ج) $f(x) = \sqrt{\frac{1- x }{1+ x }}$ ث) $y = \sqrt{4 - \sqrt{1-2x}}$
۱۱	دامنه‌ی تابع زیر را بدست آورید. $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$
۱۲	اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(1) = 5$ و $f^{-1}(9) = 3$، آنگاه ضابطه‌ی f و f^{-1} را بدست آورید.
۱۳	اگر نمودار دو تابع f و g بصورت روبرو باشد، مقدار $(f+2g)(3)$ را بدست آورید. 
۱۴	دو نقطه $A(14, 3)$ و $B(10, -13)$ را در نظر بگیرید. الف- فاصله مبدأ مختصات را از وسط پاره خط AB بدست آورید. ب- معادله عمودمنصف پاره خط AB را بنویسید.
۱۵	دو نقطه $A(14, 3)$ و $B(10, -13)$ را در نظر بگیرید. فاصله مبدأ مختصات را از وسط پاره خط AB بدست آورید.
۱۶	دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ هستند. الف - اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید. ب - آیا نقطه $C(7, 3)$ بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟

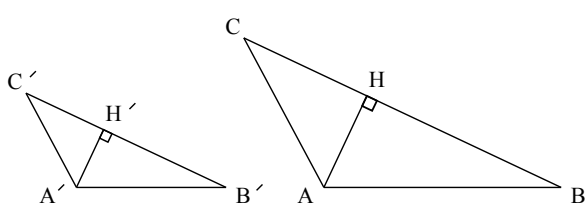
ردیف	نمره
۱۷	دو مثلث متشابه $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ را با نسبت تشابه K در نظر بگیرید، به گونه‌ای که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$ باشد. اکنون ارتفاع‌های AH و $A'H'$ را در دو مثلث رسم کنید. الف) ثابت کنید مثلث‌های $\triangle AHB$ و $\triangle A'H'B'$ متشابه‌اند. ب) نسبت $\frac{AH}{A'H'}$ را بدست آورید. پ) نسبت مساحت‌های $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}}$ را محاسبه کنید. ت) نسبت محیط‌های دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ را بدست آورید. 
۱۸	اگر یک شیء از بالای ساختمانی به ارتفاع ۵۰ متر سقوط آزاد کند، پس از t ثانیه در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار خواهد داشت؛ به‌طوری که $t = \sqrt{10 - \frac{h}{5}}$. این جسم، دو ثانیه پس از سقوط در چه ارتفاعی نسبت به سطح زمین قرار دارد؟
۱۹	فاصله نقطه $A(-2, 2)$ از خط $3x + 4y - 6 = 0$ کدام است؟ الف) $-\frac{4}{5}$ ب) $\frac{4}{5}$ ج) $\frac{8}{5}$ د) $\frac{6}{5}$
۲۰	در هر مثلث هر پاره‌خطی که وسط دو ضلع را به هم وصل می‌کند، ضلع سوم است. الف) موازی ب) مساوی ج) موازی و مساوی نصف د) موازی و مساوی
۲۱	برد تابع $f(x) = [x]$ کدام است؟ الف) اعداد حقیقی ب) اعداد گویا ج) اعداد طبیعی د) اعداد صحیح
۲۲	علی و رضا ویرایش یک مجله ادبی را انجام می‌دهند. اگر رضا به تنهایی این کار را انجام دهد، ۶ ساعت و اگر دو نفر با هم انجام دهند، ۴ ساعت زمان نیاز است. علی به تنهایی در چند ساعت ویرایش مجله را انجام می‌دهد.

ردیف	نمونه
۲۳	دامنه تابع $f(x) = \frac{4x - 1}{x^2 + ax + b}$ ، مجموعه $\mathbb{R} - \{-2, 5\}$ می باشد. a و b را به دست آورید.
۲۴	در یکی از جاده های کشور، تصادفی رخ داده است که مختصات نقطه تصادف روی نقشه مرکز امداد به صورت $P(50, 30)$ است. پایگاه های امداد هوایی که به محل تصادف نزدیک اند، در نقاط $A(10, -20)$ و $B(80, 90)$ واقع اند. شما کدام پایگاه را برای اعزام بالگرد امداد به محل حادثه پیشنهاد می کنید؟ (اعداد بر حسب کیلومتر هستند)
۲۵	نمودار تابع وارون، تابع خطی $f(x) = -x + m$ از نقطه $(-3, 1)$ می گذرد. ابتدا مقدار m را به دست آورید و سپس ضابطه تابع وارون f را بنویسید.

ردیف	نمونه
۱	با تغییر متغیر $k - x^2 = 4$ معادله را تبدیل به یک معادله‌ی درجه‌ی ۲ کرده و آن را حل می‌کنیم. $(4 - x^2)^2 - 2(4 - x^2) - 15 = 0 \xrightarrow{4 - x^2 = k} k^2 - 2k - 15 = 0 \rightarrow (k + 3)(k - 5) = 0$ $\rightarrow \begin{cases} k = -3 \rightarrow 4 - x^2 = -3 \rightarrow x^2 = 7 \rightarrow x = \pm\sqrt{7} \\ k = 5 \rightarrow 4 - x^2 = 5 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$
۲	$y = 2x + 1 \rightarrow m' = 2 \xrightarrow{\text{عمود}} m = -\frac{1}{2}$ $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-1) = -\frac{1}{2}(x - 5) \rightarrow y + 1 = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ $\rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}} \rightarrow \boxed{\frac{3}{2} \text{ عرض از مبدأ}}$
۳	$x^2 + x = u \rightarrow u^2 - 18u + 72 = 0 \rightarrow (u - 12)(u - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} u - 12 = 0 \rightarrow u = 12 \\ u - 6 = 0 \rightarrow u = 6 \end{cases}$ $u = 12 \rightarrow x^2 + x = 12 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow (x - 3)(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow \boxed{x = 3} \\ x + 4 = 0 \rightarrow \boxed{x = -4} \end{cases}$ $u = 6 \rightarrow x^2 + x = 6 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow \boxed{x = -3} \\ x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \end{cases}$
۴	$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} \rightarrow S = \alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} \rightarrow P = \alpha\beta = -5$ $\frac{1}{\alpha + 1} + \frac{1}{\beta + 1} = \frac{\beta + 1 + \alpha + 1}{(\alpha + 1)(\beta + 1)} = \frac{\alpha + \beta + 2}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{S + 2}{P + S + 1} = \frac{3 + 2}{-5 + 3 + 1} = \frac{5}{-1} = -5$
۵	$\alpha = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}, \quad \beta = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \rightarrow S = \alpha + \beta = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} + \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \rightarrow \boxed{S = 2}$ $P = \alpha\beta = \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right) = \frac{4 - 3}{4} \rightarrow \boxed{P = \frac{1}{4}}$ $x^2 - sx + p = 0 \rightarrow \boxed{x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0} \quad \text{یا} \quad \boxed{4x^2 - 8x + 1 = 0}$
۶	$\alpha = 2 - \sqrt{4 - a}, \quad \beta = 2 + \sqrt{4 - a} \rightarrow S = \alpha + \beta = 2 - \sqrt{4 - a} + 2 + \sqrt{4 - a} \rightarrow \boxed{S = 4}$ $P = \alpha\beta = (2 - \sqrt{4 - a})(2 + \sqrt{4 - a}) = 4 - (4 - a) \rightarrow \boxed{P = a}$ $\rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow \boxed{x^2 - 4x + a = 0}$
۷	 نقطه‌ی O روی عمودمنصف AB است $OA = OB = r \rightarrow$ نقطه‌ی O' روی عمودمنصف AB است $O'A = O'B = r' \rightarrow$ چون نقطه‌ی O و O' هر دو روی عمودمنصف AB قرار دارند پس OO' عمودمنصف AB است.

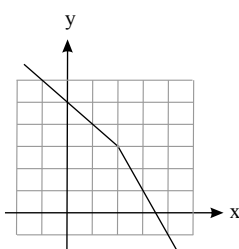
ردیف	نمره																					
۸		$DE \parallel BC \rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow \frac{4x-1}{4x+1} = \frac{3x+3}{8x+2}$ $\rightarrow (4x-1)(8x+2) = (3x+3)(4x+1)$ $\rightarrow 32x^2 + 8x - 8x - 2 = 12x^2 + 3x + 12x + 3 \rightarrow 20x^2 - 15x - 5 = 0$ $\rightarrow 5(4x^2 - 3x - 1) = 0 \rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow (x-1)(4x+1) = 0$ $\begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ 4x+1=0 \rightarrow x=-\frac{1}{4} \end{cases}$ غير قابل قبول زیرا $AD < 0$ و $DB = 0$ می‌شود.																				
۹		$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \rightarrow 60 = \frac{x \times 3x}{2} \rightarrow 3x^2 = 120 \rightarrow x^2 = 40$ $BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow BC^2 = x^2 + (3x)^2 = x^2 + 9x^2$ $\rightarrow BC^2 = 10x^2 \rightarrow BC^2 = 10 \times 40 = 400 \rightarrow \boxed{BC = 20}$ $S = \frac{1}{2} AH \cdot BC \rightarrow 60 = \frac{AH \times 20}{2} \rightarrow \boxed{AH = 6}$																				
۱۰		الف) $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{10-2x}$ $\begin{matrix} x-2 \geq 0 & \rightarrow x \geq 2 \\ 10-2x \geq 0 & \rightarrow 10 \geq 2x \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} x \geq 2 \\ x \leq 5 \end{matrix} \xrightarrow{\text{اشتراک جوابها}} 2 \leq x \leq 5 \Rightarrow D_f = [2, 5]$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-1}}$ $\begin{matrix} 9-x \geq 0 & \rightarrow 9 \geq x \\ x-1 > 0 & \rightarrow x > 1 \end{matrix} \xrightarrow{\text{اشتراک جوابها}} 1 < x \leq 9 \Rightarrow D_g = (1, 9]$ پ) $h(x) = \frac{\sqrt{3x-6}}{\sqrt{2x-6}}$ $\begin{matrix} 3x-6 \geq 0 & \rightarrow 3x \geq 6 \\ 2x-6 > 0 & \rightarrow 2x > 6 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} x \geq 2 \\ x > 3 \end{matrix} \xrightarrow{\text{اشتراک جوابها}} x > 3 \Rightarrow D_h = (3, +\infty)$ ت) $k(x) = \sqrt{\frac{2x-16}{2-x}}$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>8</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$2x-16$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$2-x$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>P</td><td>-</td><td>$\frac{0}{0}$</td><td>$\frac{+}{-}$</td><td>-</td></tr></table> $\rightarrow \frac{2x-16}{2-x} \geq 0 \rightarrow \frac{2x-16}{2-x} = 0 \rightarrow x = 8 \rightarrow$ $2 < x \leq 8 \rightarrow D_k = (2, 8]$ ث) $y = \sqrt{4-\sqrt{1-2x}}$ $\begin{cases} 1-2x \geq 0 \rightarrow 1 \geq 2x \rightarrow x \leq \frac{1}{2} \\ 4-\sqrt{1-2x} \geq 0 \rightarrow 4 \geq \sqrt{1-2x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 16 \geq 1-2x \rightarrow 2x \geq -15 \rightarrow x \geq -\frac{15}{2} \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{اشتراک جوابها}} -\frac{15}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \rightarrow D_y = \left[-\frac{15}{2}, \frac{1}{2}\right]$ ج) $f(x) = \sqrt{\frac{1- x }{1+ x }} \rightarrow \frac{1- x }{1+ x } \geq 0 \xrightarrow{1+ x >0} 1- x \geq 0 \rightarrow 1 \geq x$ $\rightarrow -1 \leq x \leq 1 \rightarrow D_f = [-1, 1]$	x	$-\infty$	2	8	$+\infty$	$2x-16$	-	-	0	+	$2-x$	+	0	-	-	P	-	$\frac{0}{0}$	$\frac{+}{-}$	-
x	$-\infty$	2	8	$+\infty$																		
$2x-16$	-	-	0	+																		
$2-x$	+	0	-	-																		
P	-	$\frac{0}{0}$	$\frac{+}{-}$	-																		

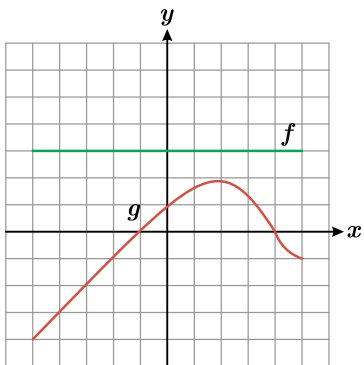
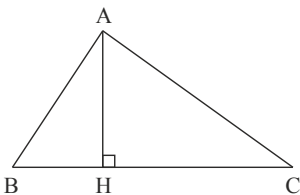
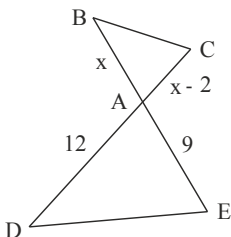
ردیف	نمونه	
۱۱	$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8} \rightarrow x^2 - 6x + 8 \geq 0 \rightarrow (x - 2)(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$ $\frac{x}{x^2 - 6x + 8} \left \begin{array}{ccccccc} -\infty & 2 & 4 & +\infty \\ + & 0 & - & 0 & + \\ \infty & \infty & \infty & \infty \end{array} \right. \rightarrow D_f = (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$	
۱۲	$f(1) = 5 \rightarrow (1, 5) \in f, (5, 1) \in f^{-1}$ $f^{-1}(9) = 3 \rightarrow (9, 3) \in f^{-1}, (3, 9) \in f$ $\xrightarrow{f} (1, 5), (3, 9) \rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 5}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow y = ax + b$ $\rightarrow y = 2x + b \xrightarrow{(1, 5)} 5 = 2(1) + b \rightarrow b = 3 \rightarrow y = 2x + 3$ $\rightarrow \boxed{f(x) = 2x + 3}$ $\rightarrow y = 2x + 3 \rightarrow 2x = y - 3 \rightarrow x = \frac{y - 3}{2} \rightarrow x = \frac{y}{2} - \frac{3}{2}$ $\rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y}{2} - \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}}$	
۱۳	$(0, 1), (-1, 0) \in f \rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 1}{-1 - 0} = 1$ $\rightarrow y = x + b \xrightarrow{(0, 1)} 1 = 0 + b \rightarrow b = 1 \rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$ $(0, 2), (2, 0) \in g \rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2}{2 - 0} = -1$ $\rightarrow y = -x + b \xrightarrow{(0, 2)} 2 = -(0) + b \rightarrow b = 2 \rightarrow \boxed{g(x) = -x + 2}$ $f(3) = 3 + 1 = 4, g(3) = -3 + 2 = -1$ $\rightarrow (f + 2g)(3) = f(3) + 2g(3) = 4 + 2(-1) = 4 - 2 = 2 \rightarrow \boxed{(f + 2g)(3) = 2}$	
۱۴	$\text{الف) } \left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{14 + 10}{2} \rightarrow x_M = 12 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + (-13)}{2} \rightarrow y_M = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow M(12, -5)$ $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} \rightarrow \boxed{OM = 13}$ $\text{ب) } m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 - (-13)}{14 - 10} = \frac{16}{4} \rightarrow m_{AB} = 4$ $\text{معادله عمود منصف } AB \text{ شیب خط عمود بر } m' \rightarrow m' = \frac{-1}{m_{AB}} \rightarrow m' = -\frac{1}{4}$ $y - y_M = m'(x - x_M) \rightarrow y - (-5) = -\frac{1}{4}(x - 12)$ $\rightarrow y + 5 = -\frac{1}{4}x + 3 \rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{4}x - 2}$	
۱۵	$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{14 + 10}{2} \Rightarrow x_M = 12 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 - 13}{2} \Rightarrow y_M = -5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow M(12, -5)$ $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} \Rightarrow OM = 13$	

ردیف	نمونه
۱۶	الف) $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$ $\Rightarrow AB = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$, $AB = 2R \Rightarrow 2\sqrt{13} = 2R \Rightarrow R = \sqrt{13}$ $x_O = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$, $y_O = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2-4}{2} = -3$ $\Rightarrow O(4, -3)$ مرکز دایره ب) $OC = \sqrt{(x_O - x_C)^2 + (y_O - y_C)^2} = \sqrt{(4 - 7)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ $OC = \sqrt{13} \Rightarrow OC = R \Rightarrow$ نقطه C روی محیط دایره قرار دارد
۱۷	الف) $\left. \begin{aligned} \widehat{B} &= \widehat{B'} \\ \widehat{H} &= \widehat{H'} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle A'B'H'$  ب) $\triangle ABH \sim \triangle A'B'H' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = K \Rightarrow \frac{AH}{A'H'} = K$ پ) $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AH}{\frac{1}{2}B'C' \cdot A'H'} = \frac{BC}{B'C'} \cdot \frac{AH}{A'H'} = K^2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = K^2$ ت) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K \Rightarrow AB = A'B' \cdot K$, $AC = A'C' \cdot K$, $BC = B'C' \cdot K$ $\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle A'B'C'}} = \frac{AB + AC + BC}{A'B' + A'C' + B'C'} = \frac{K(A'B' + A'C' + B'C')}{A'B' + A'C' + B'C'} \Rightarrow \frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle A'B'C'}} = K$
۱۸	$t = \sqrt{10 - \frac{h}{5}} \xrightarrow{t=2} 2 = \sqrt{10 - \frac{h}{5}} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 4 = 10 - \frac{h}{5}$ $\Rightarrow \frac{h}{5} = 10 - 4 \Rightarrow h = 30m$
۱۹	گزینه «ب»
۲۰	گزینه «ج»
۲۱	گزینه «د»
۲۲	فرض کنیم علی در x ساعت مجله را به تنهایی ویرایش کند. پس وی در هر ساعت $\frac{1}{x}$ مجله را ویرایش

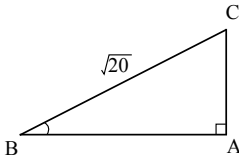
ردیف	نمره
	می‌کند. همچنین رضا در یک ساعت $\frac{1}{6}$ مجله را ویرایش می‌کند. طبق فرض دو نفر در یک ساعت $\frac{1}{4}$ مجله را ویرایش می‌کنند. بنابراین: $\frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3-2}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 12$ بنابراین علی به تنهایی در ۱۲ ساعت مجله را ویرایش می‌کند.
۲۳	طبق فرض، $x = 5$ و $x = -2$ ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 + ax + b = 0$ می‌باشند. داریم: مجموع ریشه‌ها $= -a = -2 + 5 = 3 \Rightarrow a = -3$ حاصل ضرب ریشه‌ها $= b = -10$
۲۴	پس مسیر AP کوتاه‌تر است و پایگاه امداد هوایی A مناسب‌تر است. $AP = \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} = \sqrt{(50 - 10)^2 + (30 + 20)^2} = \sqrt{1600 + 2500} = \sqrt{4100}$ $BP = \sqrt{(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2} = \sqrt{(50 - 80)^2 + (30 - 90)^2} = \sqrt{900 + 3600} = \sqrt{4500}$
۲۵	$f^{-1}(-3) = 1 \Rightarrow f(1) = -3 \Rightarrow -3 = -1 + m \Rightarrow m = -2$ $y = -x - 2 \Rightarrow x = -y - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x - 2$

ردیف	نمره														
۱	اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، طول وتر BC برابر $\sqrt{20}$ و $\sin \widehat{B} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ باشد، طول اضلاع AB و AC و سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی B را بدست آورید.														
۲	اگر $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ و انتهای کمان روبرو به زاویه‌ی θ در ربع چهارم دایره‌ی مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ی θ را بدست آورید.														
۳	هر یک از زاویه‌ها را از درجه به رادیان تبدیل کنید: $30^\circ \longrightarrow$ $36^\circ \longrightarrow$ $45^\circ \longrightarrow$ $60^\circ \longrightarrow$ $90^\circ \longrightarrow$ $180^\circ \longrightarrow$														
۴	جدول زیر را کامل کنید: <table><tr><td>D (درجه)</td><td>5°</td><td>.....</td><td>24°</td><td>.....</td><td>120°</td><td>.....</td></tr><tr><td>R (رادیان)</td><td>$\frac{\pi}{36}$</td><td>$\frac{\pi}{7}$</td><td>.....</td><td>$\frac{2\pi}{5}$</td><td>.....</td><td>$\frac{5\pi}{4}$</td></tr></table>	D (درجه)	5°		24°		120°		R (رادیان)	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$		$\frac{2\pi}{5}$		$\frac{5\pi}{4}$
D (درجه)	5°		24°		120°										
R (رادیان)	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$		$\frac{2\pi}{5}$		$\frac{5\pi}{4}$									
۵	دوچرخه‌سواری روی یک پیست دایره‌ای‌شکل به شعاع ۱۰ متر، به اندازه زاویه 120° دوران کرده است. مسافت طی‌شده توسط این دوچرخه‌سوار چند متر است؟														
۶	اگر $\sin \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم باشد، آنگاه $\tan \theta$ چقدر است؟														
۷	بدون استفاده از ماشین‌حساب درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید. الف) $\sin 840^\circ = \sin 60^\circ$ ب) $\cos(-324^\circ) = \cos 36^\circ$ پ) $\tan(-1000^\circ) = \tan 80^\circ$ ت) $\sin 875^\circ = \sin 155^\circ$														
۸	نسبت‌های مثلثاتی زاویه 135° را به دو روش به دست آورید.														

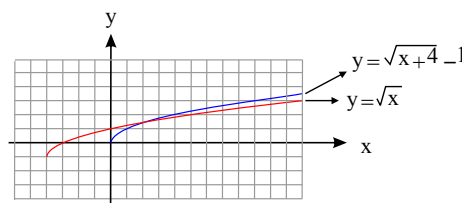
ردیف	نمره	
۹		در تساوی $\sin x = \cos(20^\circ + x)$ مقدار x چند درجه است؟
۱۰	۰.۷۵	در مدت ۴۰ دقیقه عقربه ساعت‌شمار چند رادیان حرکت می‌کند؟
۱۱		اگر نمودار تابع f به صورت روبرو باشد، حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید. الف) $f^{-1}(1) + f^{-1}(-1) =$ ب) $2f^{-1}(4) + 3f^{-1}(3) =$ 
۱۲		تابع $y = \sqrt{x+4} - 1$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بدست آورید.
۱۳		در هر مورد آیا دو تابع داده شده با هم برابرند؟ الف) $f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = \frac{ x }{x}$ ب) $f(x) = x - 2$, $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$
۱۴		ضابطه وارون هر یک از توابع با ضابطه‌های زیر را بیابید. الف) $f(x) = 5x - 2$ ب) $f(x) = \frac{3}{5}x + 4$ پ) $f(x) = \frac{-7x + 3}{5}$
۱۵		اگر تابع $f = \{(1, a + 2b), (-2, 3), (2a - b, 3), (1, 4), (2, 5)\}$ تابعی یک‌به‌یک باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.
۱۶		حدود m را چنان مشخص کنید که دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x+3}{x^2+mx+m}$ برابر $\mathbb{R}$ شود.

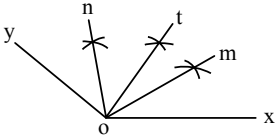
ردیف	نمره
۱۷	با توجه به نمودارهای توابع f و g: 
	الف دامنه تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.
	ب مقدار $(f - 2g)(0)$ را بیابید.
۱۸	در مثلث قائم‌الزاویه ($\hat{A} = 90^\circ$) روبرو $BH = ۱٫۸$ و $CH = ۳٫۲$ می‌باشد. طول اضلاع زاویه‌ی قائمه و ارتفاع وارد بر وتر را بدست آورید. 
۱۹	در شکل زیر دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت‌های آن‌ها را بدست آورید. 
۲۰	زاویه xoy را به چهار زاویه مساوی تقسیم کنید.

ردیف	نمونه
۲۱	حکم کلی زیر را با مثال نقض رد کنید. به ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار عبارت $n^2 + n + 41$ عددی اول است.
۲۲	معادله‌ی زیر را حل کنید. $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 11\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 10 = 0$
۲۳	دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ هستند. الف - اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید. ب - آیا نقطه $C(7, 3)$ بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟
۲۴	علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجله ادبی ۱۶ صفحه‌ای منتشر می‌کند. پس از حروف‌چینی مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی جمله وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند، کار ویرایش حدود یک ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می‌انجامد. حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از جمله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟
۲۵	حدود m را طوری بیابید که معادله $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب حقیقی متمایز داشته باشد.
۱.۵	

ردیف	نمره															
۱		$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} \rightarrow \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{AC}{\sqrt{20}} \rightarrow AC = \frac{\sqrt{20} \times \sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{100}}{5} = \frac{10}{5}$$\rightarrow \boxed{AC = 2} \quad , \quad BC^2 = AC^2 + AB^2 \rightarrow (\sqrt{20})^2 = 2^2 + AB^2$$\rightarrow 20 = 4 + AB^2 \rightarrow AB^2 = 16 \rightarrow \boxed{AB = 4}$$\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{\sqrt{20}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} \rightarrow \cos \widehat{B} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \rightarrow \boxed{\cos \widehat{B} = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \boxed{\tan \widehat{B} = \frac{1}{2}} \quad , \quad \cot \widehat{B} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \boxed{\cot \widehat{B} = 2}$ 														
۲		$\sin \theta = -\frac{3}{5} \rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{16}{25}$$\rightarrow \boxed{\cos \theta = +\frac{4}{5}} \quad , \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} \rightarrow \boxed{\tan \theta = -\frac{3}{4}}$$, \quad \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} \rightarrow \boxed{\cot \theta = -\frac{4}{3}}$														
۳		$30^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان} \frac{\pi}{180}} \text{رادیان} \frac{\pi}{6}$$36^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان} \frac{\pi}{180}} \text{رادیان} \frac{\pi}{5}$$45^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان} \frac{\pi}{180}} \text{رادیان} \frac{\pi}{4}$ $60^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان} \frac{\pi}{180}} \text{رادیان} \frac{\pi}{3}$$90^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان} \frac{\pi}{180}} \text{رادیان} \frac{\pi}{2}$$180^\circ \xrightarrow{\times \text{رادیان} \frac{\pi}{180}} \text{رادیان} \pi$														
۴		<table><tr><td>D (درجه)</td><td>5°</td><td>$25,7 \simeq 26^\circ$</td><td>24°</td><td>72°</td><td>120°</td><td>225°</td></tr><tr><td>R (رادیان)</td><td>$\frac{\pi}{36}$</td><td>$\frac{\pi}{7}$</td><td>$\frac{2\pi}{15}$</td><td>$\frac{2\pi}{5}$</td><td>$\frac{2\pi}{3}$</td><td>$\frac{5\pi}{4}$</td></tr></table>	D (درجه)	5°	$25,7 \simeq 26^\circ$	24°	72°	120°	225°	R (رادیان)	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$	$\frac{2\pi}{15}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$
D (درجه)	5°	$25,7 \simeq 26^\circ$	24°	72°	120°	225°										
R (رادیان)	$\frac{\pi}{36}$	$\frac{\pi}{7}$	$\frac{2\pi}{15}$	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{4}$										
۵		$\theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{l}{10} \rightarrow l = \frac{20\pi}{3}$														
۶		$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 - \frac{5}{25} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{20}{25} \rightarrow \boxed{\cos \theta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}}$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{5}}{-\frac{2\sqrt{5}}{5}} \rightarrow \boxed{\tan \theta = \frac{1}{2}}$														
۷		الف) $\sin 84^\circ = \sin(2 \times 36^\circ + 12^\circ) = \sin(12^\circ) = \sin(18^\circ - 6^\circ) = \sin 6^\circ$ ب) $\cos(-324^\circ) = \cos(36^\circ - 324^\circ) = \cos(36^\circ)$ پ) $\tan(-1000^\circ) = \tan(3 \times 360^\circ - 100^\circ) = \tan 8^\circ$ ت) $\sin 875^\circ = \sin(2 \times 360^\circ + 155^\circ) = \sin 155^\circ$														

ردیف	نمره
۸	روش اول: انتهای کمان ۱۳۵° در ربع دوم واقع است و $۱۳۵^\circ = ۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ$، یعنی دو زاویه ۱۳۵° و ۴۵° مکمل یکدیگرند؛ بنابراین: $\sin ۱۳۵^\circ = \sin(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = \sin ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos ۱۳۵^\circ = \cos(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\cos ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan ۱۳۵^\circ = \tan(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\tan ۴۵^\circ = -۱$ $\cot ۱۳۵^\circ = \cot(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = -\cot ۴۵^\circ = -۱$ روش دوم: اختلاف دو زاویه ۱۳۵° و ۴۵° برابر ۹۰° است؛ یعنی $۱۳۵^\circ = ۹۰^\circ + ۴۵^\circ$؛ بنابراین: $\sin ۱۳۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = +\cos ۴۵^\circ = +\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos ۱۳۵^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\sin ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan ۱۳۵^\circ = \tan(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\cot ۴۵^\circ = -۱$ $\cot ۱۳۵^\circ = \cot(۹۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\tan ۴۵^\circ = -۱$
۹	$x = ۳۵^\circ$
۱۰	می‌دانیم فاصله هر دو شماره ساعت متوالی ۳۰° درجه، معادل $\frac{\pi}{6}$ رادیان است. چون: $\frac{۳۶۰^\circ}{۱۲} = ۳۰^\circ$ و $\frac{۲}{۳}$ ساعت پس در ۴۰ دقیقه عقربه ساعت‌شمار: $\frac{۲}{۳} \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{9}$ (صفحه ۷۵ و ۷۶ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: ۴۰ دقیقه یعنی $\frac{۲}{۳}$ ساعت (۲۵/۰ نمره) پس در ۴۰ دقیقه عقربه ساعت‌شمار: $\frac{۲}{۳} \left(\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{9}$ (۵/۰ نمره) حرکت می‌کند.
۱۱	الف) $(۳, ۱) \in f \rightarrow (۱, ۳) \in f^{-1} \rightarrow f^{-1}(۱) = ۳$ $(۴, -۱) \in f \rightarrow (-۱, ۴) \in f^{-1} \rightarrow f^{-1}(-۱) = ۴$ $\rightarrow f^{-1}(۱) + f^{-1}(-۱) = ۳ + ۴ = ۷$ ب) $(۱, ۴) \in f \rightarrow (۴, ۱) \in f^{-1} \rightarrow f^{-1}(۴) = ۱, (۲, ۳) \in f \rightarrow (۳, ۲) \in f^{-1} \rightarrow f^{-1}(۳) = ۲$ $\rightarrow ۲f^{-1}(۴) + ۳f^{-1}(۳) = ۲(۱) + ۳(۲) = ۲ + ۶ = ۸$
۱۲	ابتدا نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را رسم می‌کنیم و این نمودار را ۴ واحد به سمت چپ و ۱ واحد به سمت پایین

ردیف	نمره	می‌بریم و داریم:
		 $y = \sqrt{x} \rightarrow \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 4 \\ 2 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 9 \\ 3 \end{array} \right]$ $\rightarrow D_y = [-4, +\infty), R_y = [-1, +\infty) \quad y = \sqrt{x+4} - 1 \rightarrow \left[\begin{array}{c} -4 \\ -1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} -3 \\ 0 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 5 \\ 2 \end{array} \right], \left[\begin{array}{c} 12 \\ 3 \end{array} \right]$
۱۳		الف) $f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}, g(x) = \frac{ x }{x}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0\}, D_g = \mathbb{R} - \{0\} \Rightarrow D_f = D_g$ $g(x) = \frac{ x }{x} = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = g(x)$ ب) $f(x) = x - 2, g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ $D_f = \mathbb{R}, x + 2 = 0 \Rightarrow x \neq -2 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$ $\Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow$ دو تابع برابر نیستند
۱۴		الف) $f(x) = 5x - 2 \Rightarrow y = 5x - 2 \Rightarrow y + 2 = 5x \Rightarrow x = \frac{y+2}{5}$ $\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y+2}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{5}$ ب) $f(x) = \frac{3}{5}x + 4 \Rightarrow y = \frac{3}{5}x + 4 \Rightarrow y - 4 = \frac{3}{5}x \Rightarrow x = \frac{5(y-4)}{3}$ $\Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{5(y-4)}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5(x-4)}{3}$ پ) $f(x) = \frac{-7x+3}{5} \Rightarrow y = \frac{-7x+3}{5} \Rightarrow 5y = -7x+3$ $\Rightarrow 7x = -5y+3 \Rightarrow x = \frac{-5y+3}{7} \Rightarrow f^{-1}(y) = \frac{-5y+3}{7} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-5x+3}{7}$
۱۵		(۱) $(1, a+2b), (1, 4) \in f \xrightarrow{\text{تابع است}} a+2b=4$ (۲) $(-2, 3), (2a-b, 3) \in f \xrightarrow{\text{تابع یکبه یک است}} 2a-b=-2$ (۱), (۲) $\Rightarrow 2 \times \begin{cases} a+2b=4 \\ 2a-b=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+2b=4 \\ 4a-2b=-4 \end{cases} \Rightarrow 5a=0$ $\Rightarrow a=0 \xrightarrow{(1)} 0+2b=4 \Rightarrow b=2$
۱۶		برای آنکه دامنه تابع f شامل همه اعداد حقیقی شود، باید معادله $x^2 + mx + m = 0$ فاقد ریشه حقیقی باشد، داریم:

ردیف	نمونه
	$x^2 + mx + m = 0$, $\Delta < 0 \Rightarrow \Delta = m^2 - 4m < 0$ برای حل نامعادله $m^2 - 4m < 0$ عبارت $P = m^2 - 4m$ را تعیین علامت می‌کنیم: $P = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m(m - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$ m $m^2 - 4m$ $+$ 0 $-$ 4 $+$ $P < 0 \Rightarrow 0 < m < 4$
۱۷	
الف	$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x g(x) = 0\} = [-5, 5] - \{-1, 4\}$
ب	$(f - 2g)_{(0)} = f(0) - 2g(0) = 3 - 2(1) = 1$
۱۸	$AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow AH^2 = 1,8 \times 3,2 \rightarrow AH^2 = 5,76 \rightarrow AH = 2,4$$AB^2 = BC \cdot BH \rightarrow AB^2 = (BH + CH) \cdot BH \rightarrow AB^2 = (1,8 + 3,2) \times 1,8$$\rightarrow AB^2 = 9 \rightarrow AB = 3$$AC^2 = BC \cdot CH \rightarrow AC^2 = (BH + CH) \cdot CH \rightarrow AC^2 = (1,8 + 3,2) \times 3,2$$\rightarrow AC^2 = 16 \rightarrow AC = 4$
۱۹	$\frac{\triangle ABC}{\triangle ADE} \sim \frac{\triangle ABC}{\triangle ADE} \rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \rightarrow \frac{x}{12} = \frac{x-2}{9}$$\rightarrow 9x = 12x - 24 \rightarrow 24 = 3x \rightarrow x = 8$ $\rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = k^2 = \left(\frac{AB}{AD}\right)^2 = \left(\frac{8}{12}\right)^2 \rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{4}{9}$
۲۰	به روش رسم نیم‌ساز، ابتدا نیم‌ساز زاویه xOy را رسم کرده و آن را ot می‌نامیم. سپس جداگانه نیم‌ساز زاویه xOt را رسم کرده و آن را om و بعد نیم‌ساز yOt را رسم کرده و آن را on می‌نامیم. به این ترتیب زاویه xOy به چهار زاویه مساوی تقسیم می‌شود. 
۲۱	کافیست $n = 41$ یا مضرب ۴۱ انتخاب شود.
۲۲	$\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 11\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 10 = 0 \xrightarrow{\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) = k} k^2 - 11k + 10 = 0$$\rightarrow (k - 1)(k - 10) = 0 \rightarrow \begin{cases} k = 1 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \rightarrow \frac{x^2}{3} = 3 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ k = 10 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 10 \rightarrow \frac{x^2}{3} = 12 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6 \end{cases}$

ردیف	نمره
۲۳	الف) $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$ $\Rightarrow AB = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$, $AB = 2R \Rightarrow 2\sqrt{13} = 2R \Rightarrow R = \sqrt{13}$ $x_O = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$ $y_O = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2-4}{2} = -3$ $\Rightarrow O(4, -3)$ مرکز دایره ب) $OC = \sqrt{(x_O - x_C)^2 + (y_O - y_C)^2} = \sqrt{(4 - 7)^2 + (-3 - 1)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ $OC = \sqrt{13} \Rightarrow OC = R \Rightarrow$ نقطه C روی محیط دایره قرار دارد
۲۴	زمان ویرایش دو نفر، $x = \frac{20}{6} = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ ساعت سرعت ویرایش دو نفر = سرعت ویرایش رضا + سرعت ویرایش علی $\frac{16}{2} + \frac{16}{x} = \frac{16}{\frac{4}{3}} \Rightarrow 8 + \frac{16}{x} = 12 \Rightarrow \frac{16}{x} = 4 \Rightarrow x = 4$ ساعت
۲۵	برای تبدیل معادله داده شده به معادله ای درجه دوم از تغییر متغیر $\sqrt{x} = t$ استفاده می کنیم: حال برای آنکه معادله (*) دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد باید Δ (یا Δ') مثبت باشد: $\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(1)(m - 1) > 0 \rightarrow 4 - 4m + 4 > 0$ $\rightarrow 4m < 8 \rightarrow m < 2$ (۱) از طرفی چون $\sqrt{x} = t$ است و $\sqrt{x} \geq 0$ است، باید هر دو جواب معادله (*) نامنفی باشند پس داریم: $P \geq 0 \rightarrow \frac{c}{a} \geq 0 \rightarrow m - 1 \geq 0 \rightarrow m \geq 1$ (۲) $S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow 2 > 0$ ✓ در آخر داریم: $(1) \cap (2) \rightarrow 1 \leq m < 2$ (صفحه ۱۱ کتاب درسی) راهنمای تصحیح: $\sqrt{x} = t \rightarrow t^2 - 2t + m - 1 = 0$ (نمره ۲۵) $\rightarrow \Delta > 0 \rightarrow 4 - 4m + 4 > 0 \rightarrow m < 2$ (۱) (نمره ۲۵) $\sqrt{x} \geq 0 \rightarrow t \geq 0$ (نمره ۲۵) $\rightarrow \begin{cases} P \geq 0 \rightarrow \frac{c}{a} = m - 1 \geq 0 \rightarrow m \geq 1 & (2) \\ S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} = 2 > 0 & \checkmark \end{cases}$ (نمره ۲۵) $(1) \cap (2) \rightarrow 1 \leq m < 2$ (نمره ۲۵)